TÍPUSOK PROLOGBAN

Típusok leírása Prologban

- Típusleírás: (tömör) Prolog kifejezések egy halmazának megadása
- Alaptípusok leírása: `integer, float, number, atom, any`
- Új típusok felépítése:
  `{ str(T1, ..., Tn) }` $\equiv$ `{ str(`e_1`, ..., `e_n`) | `e_1 `∈T1, ..., `e_n `∈Tn }`, $n \geq 0$
  Példa: `{személy(atom,atom,integer)}` az olyan `személy/3` funktorú struktúrák halmaza, amelyben az első két argumentum atom, a harmadik egész.
- Típusok, mint halmazok uniója képezhető a `\/` operátorral.
  `{személy(atom,atom,integer)} \/ {atom-atom} \/ atom`
- Egy típusleírás elnevezhető (kommentben): `:- type` *`tnév == tleírás`*`.`
  `:- type t1 == {atom-atom} \/ atom.,`
  `:- type ember == {ember-atom} \/ {semmi}.`
- Megkülönböztetett únió: csupa különböző funktorú összetett típus uniója. Ha S_1,..., S_n mind különböző funktorú, alkalmazható az egyszerűsített (Mercury) jelölés:
  `:- type` T `== { ` S_1 ` } \/ ...\/ { ` S_n ` }.` $\Rightarrow$ `:- type` T `---> ` S_1 `; ...; ` S_n`.` Példák:
  `:- type ember ---> ember-atom; semmi.`
  `:- type fa ---> leaf(int) ; node(fa,fa).`

Típusok leírása Prologban — folytatás

- Paraméteres típusok — példák

```
:- type pair(T1, T2) ---> T1 - T2.      % egy  '-' nevű kétarg.-ú struktúra,
                                        % első arg. T1, a második T2 típusú.
:- type tree(T) ---> leaf(T)            % T típusú elemekből álló
          ; node(tree(T),tree(T)).      % bináris fa
:- type assoc_tree(KeyT, ValueT)        % KeyT és ValueT típusú
          == tree(pair(KeyT, ValueT)). % párokból álló fa
:- type szótár == assoc_list(szó, szó).
:- type szó == atom.
```

- Típusdeklarációk szintaxisa

⟨típusdeklaráció⟩ ::= ⟨típuselnevezés⟩ | ⟨típuskonstrukció⟩
⟨típuselnevezés⟩ ::= `:- type` ⟨típusazonosító⟩ `==` ⟨típusleírás⟩ .
⟨típuskonstrukció⟩ ::= `:- type` ⟨típusazonosító⟩ `--->` ⟨megkülönb. únió⟩ .
⟨megkülönb. únió⟩ ::= ⟨konstruktor⟩ `;` ...
⟨konstruktor⟩ ::= ⟨névkonstans⟩ | ⟨struktúranév⟩ `(`⟨típusleírás⟩, ... `)`
⟨típusleírás⟩ ::= ⟨típusazonosító⟩ | ⟨típusváltozó⟩ | `{` ⟨konstruktor⟩ `}` |
⟨típusleírás⟩ `\/` ⟨típusleírás⟩
⟨típusazonosító⟩ ::= ⟨típusnév⟩ | ⟨típusnév⟩ `(`⟨típusváltozó⟩, ... `)`
⟨típusnév⟩ ::= ⟨névkonstans⟩
⟨típusváltozó⟩ ::= ⟨változó⟩

Predikátumtípus-deklarációk

- Predikátumtípus-deklaráció
  `:- pred` ⟨eljárásnév⟩ `(`⟨típusazonosító⟩, ...`)`
- Példa:

```
:- pred sum_tree(tree(int), int).
```

- Predikátummód-deklaráció (Nem kötelező, több is megadható.)
  `:- mode` ⟨eljárásnév⟩ `(`⟨módazonosító⟩, ...`)` ahol ⟨módazonosító⟩ ::= `in` | `out`.
- Példák:

```
:- mode sum_tree(in, in).   % ellenőrzés
:- mode sum_tree(in, out).  % fa-összeg előállítása
:- mode sum_tree(out,in).   % adott összegű fa építése
```

- Vegyes típus- és móddeklaráció
  `:- pred` ⟨eljárásnév⟩ `(`⟨típusazonosító⟩`::`⟨módazonosító⟩, ...`)`
- Példa:

```
:- pred between(integer::in, integer::in, integer::out).
```

Móddeklaráció: a SICStus kézikönyv által használt alak

- A SICStus kézikönyv egy másik jelölést használ a bemenő/kimenő argumentumok jelzésére, pl.

```
sum_tree(+T, ?Sum).
```

- Mód-jelölő karakterek:
  - `+` bemenő argumentum (behelyettesített)
  - `-` kimenő argumentum (behelyettesítetlen)
  - `:` eljárás-paraméter (meta-eljárásokban)
  - `?` tetszőleges

TOVÁBBI VEZÉRLÉSI SZERKEZETEK

Diszjunkció, példa: az „őse” predikátum

- Az „őse” reláció a „szülője” reláció tranzitív lezártja: a szülő ős (1), és az ős őse is ős (2), azaz:

```
% ose0(E, Os): E ose Os.
ose0(E, Sz) :- szuloje(E, Sz).                % (1)
ose0(E, Os) :- ose0(E, Os0), ose0(Os0, Os).   % (2)
```

- Az `ose0` definíciója matematikailag helyes, de végtelen Prolog keresési teret ad:

```
szuloje(gyerek,apa). szuloje(gyerek,anya). szuloje(anya,nagyapa).

| ?- ose0(gyerek, Os).
        Os = apa ? ; Os = anya ? ;  {kb 30 másodperc után:}
        ! Resource error: insufficient memory
```

- A végtelen rekurzió oka: Az `:- ose0(apa, X).` cél esetén az (1) klóz meghiúsul, (2) pedig egy `:- ose0(apa, Y), ose0(Y, X).` célsorozathoz vezet stb.
- A balrekurziót kiküszöbölve kapjuk:

```
ose1(E, Sz) :- szuloje(E, Sz).                % (3)
ose1(E, Os) :- szuloje(E, Sz), ose1(Sz, Os).  % (4)

| ?- ose1(gyerek, Os).
Os = apa ? ; Os = anya ? ; Os = nagyapa ? ; no
```

- Ez minden `szuloje(X,Y)` részcélt kétszer hajt végre: (3)-ban és (4)-ben.

A diszjunkció

- Az `ose1` predikátum hatékonyabbá tehető klózai összevonásával:

```
ose2(E, Os) :- szuloje(E, Sz), maga_vagy_ose(Sz, Os).

maga_vagy_ose(E, E).                          (1)
maga_vagy_ose(E, Os) :- ose2(E, Os).
```

- A `maga_vagy_ose` predikátum egy ún. **diszjunkció** bevezetésével kiküszöbölhető:

```
ose3(E, Os) :-
        szuloje(E, Sz).
        (   Os = Sz
        ;   ose3(Sz, Os)
        ).
```

- A SICStus Prolog ténylegesen úgy implementálja a fenti diszjunkciót, hogy bevezet egy `maga_vagy_ose`-vel azonos segéd-predikátumot és az `ose3` klózt `ose2`-vé alakítja.
- Az `X=Y` beépített predikátum a két argumentumát egyesíti.
- Az `= /2` eljárás egy tényállítással definiálható: `U = U.` ≡ `=(U, U)`, vö. `(1)`.

A diszjunkció mint szintaktikus édesítőszer

- A diszjunkció akárhány tagú lehet. A ‘;’ művelet gyengébben köt mint a ‘,’, ezért a diszjunkciót mindig zárójelbe tesszük, mig az ágait nem kell zárójelezni. Példa, „szabványos” formázással:

```
a(X, Y, Z) :-
        p(X, U), q(Y, V),
        (   r(U, T), s(T, Z)
        ;   t(V, Z)
        ;   t(U, Z)
        ),
        u(X, Z).
```

- A diszjunkció egy segéd-predikátummal mindig kiküszöbölhető
  - Megkeressük azokat a változókat, amelyek a diszjunkcióban és azon kívül is előfordulnak
  - A segéd-predikátumnak ezek a változók lesznek az argumentumai
  - A segéd-predikátum minden klóza megfelel a diszjunkció egy ágának

```
seged(U, V, Z) :- r(U, T), s(T, Z).
seged(U, V, Z) :- t(V, Z).
seged(U, V, Z) :- t(U, Z).

a(X, Y, Z) :-
        p(X, U), q(Y, V),
        seged(U, V, Z),
        u(X, Z).
```

- A diszjunkció szemantikáját ezzel a segéd-predikátumos átalakítással definiáljuk.

Diszjunkció — megjegyzések

- Az egyes klózok ‘ÉS’ vagy ‘VAGY’ kapcsolatban vannak?
  - A program klózai **ÉS** kapcsolatban vannak, pl.

```
szuloje('Imre', 'István').          szuloje('Imre', 'Gizella').
```

    jelentése: Imre szülője István **ÉS** Imre szülője Gizella.
  - Az ÉS kapcsolatban levő klózok alternatív (VAGY kapcsolatban levő) válaszokhoz vezetnek:

```
:- szuloje('Imre' Sz). ⇒ Sz = 'István' ? ; Sz = 'Gizella' ? ; no
```

    A „Ki Imre szülője?” kérdésre a válasz: István vagy Gizella.
- A fenti két klózos predikátum átalakítható egyetlen klózzá, diszjunkció segítségével:

```
szuloje('Imre', Sz) :-
        (   Sz = 'István'          (*)
        ;   Sz = 'Gizella'         (*)
        ).
```

  A konjunkció ezáltal diszjunkcióvá alakult (vö. De Morgan azonosságok).
- Általánosan: tetszőleges predikátum egyklózossá alakítható:
  - a klózokat átalakítjuk azonos fejűvé, új változók és egyenlőségek bevezetésével:

```
szuloje('Imre', Sz) :- Sz = 'István'.
szuloje('Imre', Sz) :- Sz = 'Gizella'.
```

  - a klóztörzseket egy diszjunkcióvá fogjuk össze, amely az új predikátum törzse (lásd `(*)`).

Negáció

- Korábbi feladat:
  - Az 1, 3, 4, 6 számokból a négy alapművelet felhasználásával állítsuk elő a 24 számértéket!
- Érdekes kérdés: melyik az első természetes szám, amely **nem** áll elő pl. az 1, 3, 4, 6 számokból a négy alapművelet felhasználásával?
- Ehhez negációra van szükségünk: a A `\+ Hívás` akkor és csak akkor sikerül, ha `Hívás` meghiúsul.

```
| ?- between(1, 1000, E), \+ negylevelu_erteke(1,3,4,6, E, _).
E = 34 ? ;
E = 38 ? ;
E = 39 ? ;
E = 44 ? ...
```


A meghiúsulásos negáció (NF — Negation by Failure)

- A `\+ Hívás` beépített meta-eljárás (vö. $\not\vdash$ — nem bizonyítható)
  - végrehajtja a `Hívás` hívást,
  - ha `Hívás` sikeresen lefutott, akkor meghiúsul,
  - egyébként (azaz ha `Hívás` meghiúsult) sikerül.
- `\+ Hívás` futása során `Hívás` legfeljebb egy megoldása áll elő
- `\+ Hívás` sohasem helyettesít be változót
- Gondok a meghiúsulásos negációval:
  - „zárt világ feltételezése” (CWA) — ami nem bizonyítható, az nem igaz.

```
| ?- \+ szuloje('Imre', X).          ----> no
| ?- \+ szuloje('Géza', X).          ----> true ?
```

  - $\backslash + H$ deklaratív szemantikája: $\neg\exists X(H)$, ahol X a H-ban a *hívás pillanatában* behelyettesítetlen változókat jelöli.

```
| ?- \+ X = 1, X = 2.                ----> no
| ?- X = 2, \+ X = 1.                ----> X = 2 ?
```

Példa: együttható meghatározása lineáris kifejezésben

- Formula: számokból és az 'x' névkonstansból '+' és '*' operátorokkal épül fel.
- % :- type kif == {x} \/ number \/ {kif+kif} \/ {kif*kif}.
- Lineáris formula: a '*' operátor legalább egyik oldalán szám áll.

```
% egyhat(Kif, E): A Kif lineáris formulában az x együtthatója E.
egyhat(x, 1).
egyhat(Kif, E) :-
        number(Kif), E = 0.
egyhat(K1+K2, E) :-
        egyhat(K1, E1),
        egyhat(K2, E2),
        E is E1+E2.
```

```
egyhat(K1*K2, E) :-
        number(K1),
        egyhat(K2, E0),
        E is K1*E0.
egyhat(K1*K2, E) :-
        number(K2),
        egyhat(K1, E0),
        E is K2*E0.
```

```
| ?- egyhat(((x+1)*3)+x+2*(x+x+3), E).
E = 8 ? ;
no
```

```
| ?- egyhat(2*3+x, E).
E = 1 ? ;
E = 1 ? ; no
```


Együttható meghatározása: többszörös megoldások kiküszöbölése

- negáció alkalmazásával:

```
(...)
egyhat(K1*K2, E) :-
        number(K1), egyhat(K2, E0), E is K1*E0.
egyhat(K1*K2, E) :-
        \+ number(K1),
        number(K2), egyhat(K1, E0), E is K2*E0.
```

- hatékonyabban, feltételes kifejezéssel:

```
(...)
egyhat(K1*K2, E) :-
        (   number(K1) -> egyhat(K2, E0), E is K1*E0
        ;   number(K2), egyhat(K1, E0), E is K2*E0
        ).
```


Feltételes kifejezések

- Szintaxis (felt, akkor, egyébként tetszőleges célsorozatok):

```
(...) :-
        (...),
        (   felt -> akkor
        ;   egyébként
        ),
        (...).
```

- Deklaratív szemantika: a fenti alak jelentése megegyezik az alábbival, ha a felt egy egyszerű feltétel (nem oldható meg többféleképpen):

```
(...) :-
        (...),
        (   felt, akkor
        ;   \+ felt, egyébként
        ),
        (...).
```


Feltételes kifejezések (folyt.)

- Procedurális szemantika
  A (felt->akkor;egyébként),folytatás célsorozat végrehajtása:
  - Végrehajtjuk a felt hívást.
  - Ha felt sikeres, akkor az akkor,folytatás célsorozatra redukáljuk a fenti célsorozatot, a felt *első* megoldása által eredményezett behelyettesítésekkel. A felt cél többi megoldását nem keressük meg.
  - Ha felt sikertelen, akkor az egyébként,folytatás célsorozatra redukáljuk, behelyettesítés nélkül.
- Többszörös elágaztatás skatulyázott feltételes kifejezésekkel:

```
(   felt1 -> akkor1
;   felt2 -> akkor2
;   ...
)
```

```
(   felt1 -> akkor1
;  (felt2 -> akkor2
;   ...
...))
```

- Az egyébként rész elhagyható, alapértelmezése: fail.

Feltételes kifejezés — példák

- Faktoriális

```
% fakt(+N, ?F): N! = F.
fakt(N, F) :-
        (   N = 0 -> F = 1                              % N = 0,  F = 1
        ;   N > 0, N1 is N-1, fakt(N1, F1), F is N*F1
        ).
```

- Jelentése azonos a sima diszjunkciós alakkal (lásd komment), de annál hatékonyabb, mert nem hagy maga után választási pontot.
- Szám előjele

```
% Sign = sign(Num)
sign(Num, Sign) :-
        (   Num > 0 -> Sign = 1
        ;   Num < 0 -> Sign = -1
        ;   Sign = 0
        ).
```


Feltételes kifejezés és negáció

- A `\+ felt` negáció kiváltható a `( felt -> fail ; true )` feltételes kifejezéssel.
- Példa: ellenőrizzük, hogy egy adott szám nem levele egy fának

```
nem_levele(Fa, V) :-
        (   fa_levele(F, V) -> fail
        ;   true
        ).
```

- (Ismétlés:) A `\=` beépített eljárás jelentése: az argumentumok nem egyesíthetők, megvalósítása: `X \= Y :- \+ X = Y.`
- A nem-levele példa-eljárás megvalósítható rekurzívan is:

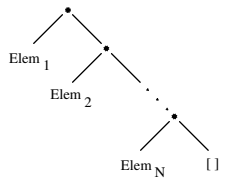
```
nem_levele(leaf(V0), V) :-
        V0 \= V.
nem_levele(node(L, R), V) :-
        nem_levele(L, V),
        nem-levele(R, V).
```

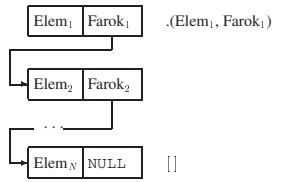
- A diszjunktív (exisztenciális kvantornak megfelelő) `fa_levele` eljárás negáltja egy konjunktív (univerzális kvantoros) bejárás!

LISTÁK PROLOGBAN

A Prolog lista-fogalma

- A Prolog lista
  - Közönséges adattípus: `% :- type list(T) ---> .(T,list(T)) ; [].`
  - `T` típusú elemekből álló lista az vagy egy `'.'/2` struktúra, vagy a `[]` névkonstans. A struktúra első argumentuma `T` típusú, a lista feje (első eleme). A második argumentum `list(T)` típusú, a lista farka (a többi elemből álló lista)
  - A listák írásmódja egyszerűsített („szintaktikus édesítés”).
  - Megvalósításuk hatékonyabb, mint a „közönséges” struktúráké.
- A listák fastruktúra alakja és megvalósítása





Listák jelölése — szintaktikus édesítőszerek

- `[Fej|Farok]` ≡ `.(Fej, Farok)`
- `[Elem1,Elem2,...,ElemN|Farok]` ≡ `[Elem1|[Elem2,...,ElemN|Farok]]`
- `[Elem1,Elem2,...,ElemN]` ≡ `[Elem1,Elem2,...,ElemN|[]]`

```
| ?- [1,2] = [X|Y].                ⇒ X = 1, Y = [2] ?
| ?- [1,2] = [X,Y].                ⇒ X = 1, Y = 2 ?
| ?- [1,2,3] = [X|Y].              ⇒ X = 1, Y = [2,3] ?
| ?- [1,2,3] = [X,Y].              ⇒ no
| ?- [1,2,3,4] = [X,Y|Z].          ⇒ X = 1, Y = 2, Z = [3,4] ?
| ?- L = [1|_], L = [_,2|_].       ⇒ L = [1,2|_A] ? % nyílt végű
| ?- L = .(1,[2,3|[]]).            ⇒ L = [1,2,3] ?
| ?- L = [1,2|.(3,[])].            ⇒ L = [1,2,3] ?
| ?- [X|[3-Y/X|Y]]= .(A, [A-B,6]). ⇒ A=3, B=[6]/3, X=3, Y=[6] ?
```


Tömör és minta-kifejezések, lista-minták, nyílt végű listák

- (Ismétlés:) Tömör (ground) kifejezés: változót nem tartalmazó kifejezés
- Minta: egy általában nem nem tömör kifejezés, mindazon kifejezéseket „képviseli”, amelyek belőle változó-behelyettesítéssel előállnak.
- Lista-minta: listát (is) képviselő minta.
- Nyílt végű lista: olyan lista-minta, amely bármilyen hosszú listát is képvisel.
- Zárt végű lista: olyan lista(-minta), amely egyféle hosszú listát képvisel.

Zárt végű	Milyen listákat képvisel
`[X]`	egyelemű
`[X,Y]`	kételemű
`[X,X]`	két egyforma elemből álló
`[X,1,Y]`	3 elemből áll, 2. eleme 1

Nyílt végű	Milyen listákat képvisel
`X`	tetszőleges
`[X|Y]`	nem üres (legalább 1 elemű)
`[X,Y|Z]`	legalább 2 elemű
`[a,b|Z]`	legalább 2 elemű, elemei: `a, b, ...`

Listák összefűzése: az `append/3` eljárás

- `append(L1, L2, L3)`: Az `L3` lista az `L1` és `L2` listák elemeinek egymás után fűzésével áll elő (jelöljük: `L3` = `L1`⊕`L2`) — két megoldás:

```
append0([], L2, L) :- L = L2.
append0([X|L1], L2, L) :-
    append0(L1, L2, L3), L = [X|L3].
```

```
append([], L, L).
append([X|L1], L2, [X|L3]) :-
    append(L1, L2, L3).
```

```
    > append0([1,2,3],[4],A)
(2) > append0([2,3],[4],B), A=[1|B]
(2) > append0([3],[4],C), B=[2|C], A=[1|B]
(2) > append0([],[4],D),C=[3|D],B=[2|C],A=[1|B]
(1) > D=[4], C=[3|D], B=[2|C], A=[1|B]
BIP > C=[3,4], B=[2|C], A=[1|B]
BIP > B=[2,3,4], A=[1|B]
BIP > A=[1,2,3,4]
BIP > []
L = [1,2,3,4] ?
```

```
    > append([1,2,3],[4],A), write(A)
(2) > append([2,3],[4],B), write([1|B])
(2) > append([3],[4],C), write([1,2|C])
(2) > append([],[4],D), write([1,2,3|D])
(1) > write([1,2,3,4])
[1,2,3,4]
BIP > []
L = [1,2,3,4] ?
```

- Az `append0/append(L1, ...)` komplexitása: futási ideje arányos `L1` hosszával.
- Miért jobb az `append/3` mint az `append0/3`?
  - `append/3` **jobbrekurzív**, ciklussal ekvivalens (nem fogyaszt vermet)
  - `append([1,...,1000],[0],[2,...])` azonnal, `append0(...)` 1000 lépésben hiúsul meg
  - `append/3` használható szétszedésre is (lásd később), míg `append0/3` nem.

Lista építése *elölről* — nyílt végű listákkal

- Az append eljárás már az első redukciónál felépíti az eredmény fejét

```
append([], L, L).
append([X|L1], L2, [X|L3]) :-     append(L1, L2, L3).

| ?- append([1,2,3], [4], Ered) ⟹  Ered = [1|A], append([2,3], [4], A)
```

- Haladó nyomkövetési lehetőségek ennek demonstrálására
  - `library(debugger_examples)` — példák a nyomkövető programozására, új parancsokra
  - új parancs: ‘`N` ⟨ név ⟩’ — fókuszált argumentum elnevezése
  - szabványos parancs: ‘`^` ⟨ argszám ⟩’ — adott argumentumra fókuszálás
  - új parancs: ‘`P` [⟨ név ⟩]’ — adott nevű (ill összes) kifejezés kiiratása

```
| ?- use_module(library(debugger_examples)).
| ?- trace, append([1,2,3],[4,5,6],A).
        1      1 Call: append([1,2,3],[4,5,6],_543) ? ^ 3
        1      1 Call: ^3 _543 ? N Ered
        1      1 Call: ^3 _543 ? P                        ⇒  Ered = _543
        2      2 Call: append([2,3],[4,5,6],_2700) ? P    ⇒  Ered = [1|_2700]
        3      3 Call: append([3],[4,5,6],_3625) ? P      ⇒  Ered = [1,2|_3625]
        4      4 Call: append([],[4,5,6],_4550) ? P       ⇒  Ered = [1,2,3|_4550]
        4      4 Exit: append([],[4,5,6],[4,5,6]) ? P     ⇒  Ered = [1,2,3,4,5,6]
        3      3 Exit: append([3],[4,5,6],[3,4,5,6]) ?
        2      2 Exit: append([2,3],[4,5,6],[2,3,4,5,6]) ?
        1      1 Exit: append([1,2,3],[4,5,6],[1,2,3,4,5,6]) ?
A = [1,2,3,4,5,6] ? ; no
```

Listák megfordítása

- Naív (négyzetes lépésszámú) megoldás

```
% nrev(L, R): Az R lista az L megfordítása.
nrev([], []).
nrev([X|L], R) :-
    nrev(L, RL),
    append(RL, [X], R).
```

- Lineáris lépésszámú megoldás

```
% reverse(R, L): Az R lista az L megfordítása.
reverse(R, L) :-  revapp(L, [], R).

% revapp(L1, L2, R): L1 megfordítását L2 elé fűzve kapjuk R-t.
revapp([], R, R).
revapp([X|L1], L2, R) :-
    revapp(L1, [X|L2], R).
```

- A `lists` könyvtár tartalmazza az `append/3` és `reverse/2` eljárások definícióját.
- A könyvtár betöltése:

```
:- use_module(library(lists)).
```


`append` és `revapp` — listák gyűjtési iránya

- Prolog megvalósítás

```
append([], L, L).
append([X|L1], L2, [X|L3]) :-
    append(L1, L2, L3).
```

```
revapp([], L, L).
revapp([X|L1], L2, L3) :-
    revapp(L1, [X|L2], L3).
```

- C++ megvalósítás

```
struct link   { link *next;
                char elem;
                link(char e): elem(e) {}
              };
typedef link *list;
```

```
list append(list list1, list list2)
{ list list3, *lp = &list3;
  for (list p=list1; p; p=p->next)
  { list newl = new link(p->elem);
    *lp = newl; lp = &newl->next;
  }
  *lp = list2;
  return list3;
}
```

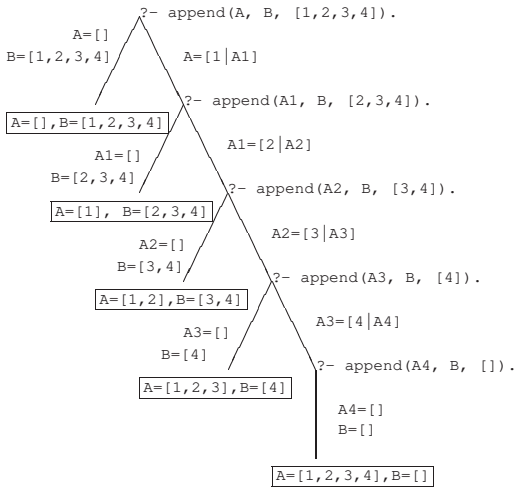
```
list revapp(list list1, list list2)
{ list l = list2;
  for (list p=list1; p; p=p->next)
  { list newl = new link(p->elem);
    newl->next = l; l = newl;
  }

  return l;
}
```


Listák szétbontása az `append/3` segítségével

```
% append(L1, L2, L3):
% Az L3 lista az L1 és L2
% listák elemeinek egymás
% után fűzésével áll elő.
append([], L, L).
append([X|L1], L2, [X|L3]) :-
    append(L1, L2, L3).

| ?- append(A, B, [1,2,3,4]).
A = [], B = [1,2,3,4] ? ;
A = [1], B = [2,3,4] ? ;
A = [1,2], B = [3,4] ? ;
A = [1,2,3], B = [4] ? ;
A = [1,2,3,4], B = [] ? ;
no
```



Variációk `appendre` 1. — Három lista összefűzése

- Az `append/3` keresési tere **véges**, ha első és harmadik argumentuma közül legalább az egyik zárt végű lista.
- `append(L1,L2,L3,L123)`: L1 ⊕ L2 ⊕ L3 = L123

```
append(L1, L2, L3, L123) :-
        append(L1, L2, L12), append(L12, L3, L123).
```

  - Nem hatékony, pl.: `append([1,...,100],[1,2,3],[1], L)` 103 helyett 203 lépés!
  - Szétszedésre nem alkalmas — végtelen választási pontot hoz létre

- Szétszedésre is alkalmas, hatékony változat

```
% L1 ⊕ L2 ⊕ L3 = L123, ahol vagy L1 és L2 vagy L123 adottă(zárt végű).
append(L1, L2, L3, L123) :-
        append(L1, L23, L123), append(L2, L3, L23).
```

  - Az első `append/3` hívás nyílt végű listát állít elő:

```
| ?- append([1,2], L23, L).      ⇒      L = [1,2|L23] ?
```

Mintakeresés `append/3`-mal

- Párban előforduló elemek

```
% párban(Lista, Elem): A Lista számlistának Elem olyan
% eleme, amely egy ugyanilyen értékű elemmel szomszédos.
párban(L, E) :-
    append(_, [E,E|_], L).

| ?- párban([1,8,8,3,4,4], E).
        E = 8 ? ; E = 4 ? ; no
```

- Dadogó részek

```
% dadogó(L, D): D olyan nem üres részlistája L-nek,
% amelyet egy vele megegyező részlista követ.
dadogó(L, D) :-
        append(_, Farok, L),
        D = [_|_],
        append(D, Vég, Farok),
        append(D, _, Vég).

| ?- dadogó([2,2,1,2,2,1], D).
        D = [2] ? ; D = [2,2,1] ? ; D = [2] ? ; no
```


Keresés listában

- `member(E, L)`: `E` az `L` lista eleme

```
member(Elem, [Elem|_]).
member(Elem, [_|Farok]) :-
        member(Elem, Farok).
```

```
member(Elem, [Fej|Farok]) :-
        (   Elem = Fej
        ;   member(Elem, Farok)
        ).
```

- A `member/2` felhasználási lehetőségei
  - Eldöntendő kérdés

```
| ?- member(2, [1,2,3]).          ⇒   yes
```

  - Megválaszolandó kérdések

```
| ?- member(X, [1,2,3]).          ⇒    X = 1 ? ; X = 2 ? ; X = 3 ?  ; no
| ?- member(X, [1,2,1]).          ⇒    X = 1 ? ; X = 2 ? ; X = 1 ?  ; no
```

  - Vegyes használat, listák metszete

```
| ?- member(X, [1,2,3]),
     member(X, [5,4,3,2,3]).      ⇒    X = 2 ? ; X = 3 ? ; X = 3 ? ; no
```

  - Lista elemévé tesz, végtelen választás!

```
| ?- member(1, L).                ⇒    L = [1|_A] ? ; L = [_A,1|_B] ? ;
                                       L = [_A,_B,1|_C] ? ; ...
```

- A `member/2` keresési tere **véges**, ha második argumentuma zárt végű lista.

`member/2` általánosítása: `select/3`

- `select(Elem, Lista, Marad)`: `Elem`et a `Lista`ból elhagyva marad Marad.

```
select(Elem, [Elem|Marad], Marad).      % Elhagyjuk a fejet, marad a farok.
select(Elem, [X|Farok], [X|Marad0]) :-
        select(Elem, Farok, Marad0).    % A farokból hagyunk el elemet.
```

- Felhasználási lehetőségek:

```
| ?- select(1, [2,1,3], L).             % Adott elem elhagyása
        L = [2,3] ? ; no
| ?- select(X, [1,2,3], L).             % Akármelyik elem elhagyása
        L=[2,3], X=1 ? ;  L=[1,3], X=2 ? ;   L=[1,2], X=3 ? ; no
| ?- select(3, L, [1,2]).               % Adott elem beszúrása!
        L = [3,1,2] ? ; L = [1,3,2] ? ; L = [1,2,3] ? ; no
| ?- select(3, [2|L], [1,2,7,3,2,1,8,9,4]).
                                        % Beszúrható-e 3 az [1,...]-ba
        no                              % úgy, hogy [2,...]-t kapjunk?
| ?- select(1, [X,2,X,3], L).
        L = [2,1,3], X = 1 ? ; L = [1,2,3], X = 1 ? ; no
```

- A `lists` könyvtár tartalmazza a `member/2` és `select/3` eljárások definícióját is.
- A `select/3` keresési tere **véges**, ha 2. és 3. argumentuma közül legalább az egyik zárt végű.

Listák permutációja

- `permutation(Lista, Perm)`: `Lista` permutációja a `Perm` lista.

```
permutation([], []).
permutation(Lista, [Elso|Perm]) :-
        select(Elso, Lista, Maradek),
        permutation(Maradek, Perm).
```

- Felhasználási példák:

```
| ?- permutation([1,2], L).
        L = [1,2] ? ; L = [2,1] ? ; no

| ?- permutation([a,b,c], L).
        L = [a,b,c] ? ; L = [a,c,b] ? ; L = [b,a,c] ? ;
        L = [b,c,a] ? ; L = [c,a,b] ? ; L = [c,b,a] ? ;
        no

| ?- permutation(L, [1,2]).
        L = [1,2] ? ;
        végtelen keresési tér
```

- Ha `permutation/2`-ben az első argumentum ismeretlen, akkor a `select` hívás keresési tere végtelen!

Példa: adott számokból álló adott értékű kifejezés

- Állítsuk elő egy fa leveleinek listáját:

```
% fa_levelei0(+Fa, ?L): Fa leveleinek listája L.
fa_levelei0(leaf(X), [X]).
fa_levelei0(node(Left,Right), L) :-
        fa_levelei0(Left, L1), fa_levelei0(Right, L2),
        append(L1, L2, L).
```

- Visszafelé alkalmazva (adott levelekből álló fa) végtelen ciklus :-(. Helyette:

```
% fa_levelei(?Fa, +L): Fa leveleinek listája L.
fa_levelei(leaf(X), [X]).
fa_levelei(node(Left,Right), L) :-
        append(L1, L2, L),
        L1 = [_|_], L2 = [_|_],
        fa_levelei(Left, L1), fa_levelei(Right, L2).
```

- Korábbi példánk általánosítása: kifejezés 4 helyett n adott számból.

```
% Kif a négy alapművelettel az L listában megadott számokból
% felépített kifejezés, amelynek értéke Ertek.
fa_erteke(L, Ertek, Kif) :- permutation(L, PL), fa_levelei(Fa, PL),
                            fa_kif(Fa, Kif), Kif =:= Ertek.
```


PROLOG PÉLDÁK: ÚTVONALKERESÉS GRÁFBAN

A régi jegyzet bevezető példája: útvonalkeresés

- A feladat:
  - Tekintsük (autóbusz)járatok egy halmazát.
  - Mindegyik járathoz a két végpont és az útvonal hossza van megadva.
  - Írjunk Prolog eljárást, amellyel megállapítható, hogy két pont összeköthető-e pontosan N csatlakozó járattal!
- Átfogalmazás: egy súlyozott irányítatlan gráfban két pont közötti utat keresünk. Élek:

```
% járat(A, B, H): Az A és B városok között van járat, és hossza H km.
járat('Budapest', 'Prága', 515).
járat('Budapest', 'Bécs', 245).
járat('Bécs', 'Berlin', 635).
járat('Bécs', 'Párizs', 1265).
```

- Irányított élek:

```
% útszakasz(A, B, H): A-ból B-be eljuthatunk egy H úthosszú járattal.
útszakasz(Kezdet, Cél, H) :-
     (   járat(Kezdet, Cél, H)
     ;   járat(Cél, Kezdet, H)
     ).
```


Az útvonalkeresési feladat — folytatás

- Adott lépésszámú útvonal (él-sorozat) és hossza:

```
% útvonal(N, A, B, H): A és B között van (pontosan)
% N szakaszból álló útvonal, amelynek összhossza H.
útvonal(0, Hová, Hová, 0).
útvonal(N, Honnan, Hová, H) :-
    N > 0,
    N1 is N-1,
    útszakasz(Honnan, Közben, H1),
    útvonal(N1, Közben, Hová, H2),
    H is H1+H2.
```

- Futási példa:

```
| ?- útvonal(2, 'Párizs', Hová, H).
        H = 1900, Hová = 'Berlin' ? ;
        H = 2530, Hová = 'Párizs' ? ;
        H = 1510, Hová = 'Budapest' ? ;
        no
```

Körmentes út keresése

- Könyvtár betöltése, adott funktorú eljárások importálásával:

```
:- use_module(library(lists), [member/2]).
```

- Segéd-argumentum: az érintett városok listája, fordított sorrendben

```
% útvonal_2(N, A, B, H): A és B között van (pontosan)
% N szakaszból álló körmentes útvonal, amelynek összhossza H.
útvonal_2(N, Honnan, Hová, H) :-
    útvonal_2(N, Honnan, Hová, [Honnan], H).

% útvonal_2(N, A, B, Kizártak, H): A és B között van pontosan
% N szakaszból álló körmentes, Kizártak elemein át nem menő H hosszú út.
útvonal_2(0, Hová, Hová, Kizártak, 0).
útvonal_2(N, Honnan, Hová, Kizártak, H) :-
    N > 0, N1 is N-1, útszakasz(Honnan, Közben, H1),
    \+ member(Közben, Kizártak),
    útvonal_2(N1, Közben, Hová, [Közben|Kizártak], H2), H is H1+H2.
```

- Példa-futás:

```
| ?- útvonal_2(2, 'Párizs', Hová, H).
        H = 1900, Hová = 'Berlin' ? ;
        H = 1510, Hová = 'Budapest' ? ; no
```


Továbbfejlesztés: körmentes út keresése, útvonal-gyűjtéssel

- Az alapötlet: a `Kizártak` listában gyűlik a (fordított) útvonal.
- A rekurzív eljárásban szükséges egy **új argumentum**, hogy az útvonalat kiadjuk!

```
:- use_module(library(lists), [member/2, reverse/2]).

% útvonal_3(N, A, B, Út, H): A és B között van (pontosan)
% N szakaszból álló körmentes Út útvonal, amelynek összhossza H.
útvonal_3(N, Honnan, Hová, Út, H) :-
    útvonal_3(N, Honnan, Hová, [Honnan], FÚt, H),
    reverse(FÚt, Út).

% útvonal_3(N, A, B, FÚt0, FÚt, H): A és B között van pontosan
% N szakaszból álló körmentes, FÚt0 elemein át nem menő H hosszú út.
% FÚt = (az A → B útvonal megfordítása) ⊕ FÚt0.
útvonal_3(0, Hová, Hová, FordÚt, FordÚt, 0).
útvonal_3(N, Honnan, Hová, FordÚt0, FordÚt, H) :-
    N > 0, N1 is N-1, útszakasz(Honnan, Közben, H1),
    \+ member(Közben, FordÚt0),
    útvonal_3(N1, Közben, Hová, [Közben|FordÚt0], FordÚt, H2), H is H1+H2.
```

```
| ?- útvonal_3(2, 'Párizs', _, Út, H).
        H = 1900, Út = ['Párizs','Bécs','Berlin'] ? ;
        H = 1510, Út = ['Párizs','Bécs','Budapest'] ? ; no
```


Súlyozott gráf ábrázolása éllistával

- A gráf ábrázolása
  - a gráf élek listája,
  - az él egy három-argumentumú struktúra,
  - argumentumai: a két végpont és a súly.
- Típus-definíció

```
% :- type él ---> él(pont, pont, súly).
% :- type pont == atom.
% :- type súly == integer.
% :- type gráf == list(él).
```

- Példa

```
hálózat([él('Budapest','Bécs',245),
         él('Budapest','Prága',515),
         él('Bécs','Berlin',635),
         él('Bécs','Párizs',1265)]).
```


Ismétlődésmentes útvonal keresése listával ábrázolt gráfban

```
:- use_module(library(lists), [select/3]).

% útvonal_4(N, G, A, B, L, H): A G gráfban van egy  A-ból
% B-be menő N szakaszból álló L út, melynek összhossza H.
útvonal_4(0, _Gráf, Hová, Hová, [Hová], 0).
útvonal_4(N, Gráf, Honnan, Hová, [Honnan|Út], H) :-
        N >0, N1 is N-1,
        select(Él, Gráf, Gráf1),
        él_végpontok_hossz(Él, Honnan, Közben, H1),
        útvonal_4(N1, Gráf1, Közben, Hová, Út, H2),
        H is H1+H2.

% él_végpontok_hossz(Él, A, B, H): Az Él irányítatlan él
% végpontjai A és B, hossza H.
él_végpontok_hossz(él(A,B,H), A, B, H).
él_végpontok_hossz(él(A,B,H), B, A, H).
```

```
| ?- hálózat(_Gráf), útvonal_4(2, _Gráf, 'Budapest', _, Út, H).
        H = 880, Út = ['Budapest','Bécs','Berlin'] ? ;
        H = 1510, Út = ['Budapest','Bécs','Párizs'] ? ;
        no
```

A PROLOG SZINTAXIS

A Prolog szintaxis összefoglalása

- A Prolog szintaxis alapelvei
  - Minden programelem kifejezés!
  - A szükséges összekötő jelek (`','`, `;`, `:-` `-->`): szabványos operátorok.
  - A beolvasott kifejezést funktora alapján osztályozzuk:
    - *kérdés:* `?- Cél.`
      `Cél`t lefuttatja, és a változó-behelyettesítéseket kiírja (ez az alapértelmezés az ún. top-level interaktív felületen).
    - *parancs:* `:- Cél.`
      A `Cél`t csendben lefuttatja. Pl. deklaráció (operátor, ...) elhelyezésére.
    - *szabály:* `Fej :- Törzs.`
      A szabályt felveszi a programba.
    - *nyelvtani szabály:* `Fej --> Törzs.`
      Prolog szabállyá alakítja és felveszi (lásd a DCG nyelvtan).
    - *tényállítás:* `Minden egyéb kifejezés.`
      Üres törzsű szabályként felveszi a programba.

A Prolog nyelv-változatok

- A SICStus rendszer két üzemmódja
  - `iso` Az ISO Prolog szabványnak megfelelő.
  - `sicstus` Korábbi változatokkal kompatibilis.
  - Állítása: `set_prolog_flag(language, Mód).`
  - Különbségek:
    - szintaxis-részletek, pl. a `0x1ff` szám-alak csak ISO módban,
    - beépített eljárások viselkedésének kisebb eltérései.
  - az eddig ismertetett eljárások hatása lényegében nem változik.

Szintaktikus édesítőszerek — összefoglalás, gyakorlati tanácsok

- Operátoros kifejezések alapstruktúra alakra hozása
  - Zárójelezzük be a kifejezést, az operátorok prioritása és fajtája alapján, például `-a+b*2` ⇒ `((-a)+(b*2))`.
  - Hozzuk az operátoros kifejezéseket alapstruktúra alakra:
    `(A Inf B)` ⇒ `Inf(A,B)`, `(Pref A)` ⇒ `Pref(A)`, `(A Postf)` ⇒ `Postf(A)`
    Példa: `((-a)+(b*2))` ⇒ `(-(a)+ *(b,2))` ⇒ `+(-(a),*(b,2))`.
  - Trükkös esetek:
    - A vesszőt névként idézni kell: pl. `(pp,(qq;rr))` ⇒ `','(pp,;(qq,rr))`.
    - `- Szám` ⇒ negatív számkonstans, de `- Egyéb` ⇒ prefix alak.
      Példa. `-1+2` ⇒ `+(-1,2)`, de `-a+b` ⇒ `+(-(a),b)`.
    - `Név(...)` ⇒ struktúrakifejezés;
      `Név (...)` ⇒ prefix operátoros kifejezés. Példák:
      `-(1,2)` ⇒ `-(1,2)` (változatlan), de
      `- (1,2)` ⇒ `-(','(1,2))`.

Szintaktikus édesítőszerek — listák, egyebek

- Listák alapstruktúra alakra hozása
  - Farok-megadás betoldása.
    `[1,2]` ⇒ `[1,2|[]]`. `[[X|Y]]` ⇒ `[[X|Y]|[]]`
  - Vessző (ismételt) kiküszöbölése `[Elem1,Elem2...]` ⇒ `[Elem1|[Elem2...]]`.
    `[1,2|[]]` ⇒ `[1|[2|[]]]`
    `[1,2,3|[]]` ⇒ `[1|[2,3|[]]]` ⇒ `[1|[2|[3|[]]]]`
  - Struktúrakifejezéssé alakítás: `[Fej|Farok]` ⇒ `.(Fej,Farok)`.
    `[1|[2|[]]]` ⇒ `.(1,.(2,[]))`, `[[X|Y]|[]]` ⇒ `.(.(X,Y),[])`
- Egyéb szintaktikus édesítőszerek:
  - Karakterkód-jelölés: `0'Kar`.
    `0'a` ⇒ `97`, `0'b` ⇒ `98`, `0'c` ⇒ `99`, `0'd` ⇒ `100`, `0'e` ⇒ `101`
  - Füzér (string): `"xyz..."` ⇒ az `xyz...` karakterek kódját tartalmazó lista
    `"abc"` ⇒ `[97,98,99]`, `""` ⇒ `[]`, `"e"` ⇒ `[101]`
  - Kapcsos zárójelezés: `{Kif}` ⇒ `{}(Kif)` (egy `{}` nevű, egyargumentumú struktúra — a `{}` jelpár egy önálló lexikai elem, egy névkonstans).
  - Bináris, hexa stb. alak (csak `iso` módban), pl. `0b101010`, `0x1a`.

Kifejezések szintaxisa — kétszintű nyelvtanok

- Egy részlet egy „hagyományos” nyelv kifejezés-szintaxisából:

⟨ kifejezés ⟩ ::= ⟨ tag ⟩
| ⟨ kifejezés ⟩ ⟨ additív művelet ⟩ ⟨ tag ⟩

⟨ tag ⟩ ::= ⟨ tényező ⟩
| ⟨ tag ⟩ ⟨ multiplikatív művelet ⟩ ⟨ tényező ⟩

⟨ tényező ⟩ ::= ⟨ szám ⟩ | ⟨ azonosító ⟩ | (⟨ kifejezés ⟩)

- Ugyanez kétszintű nyelvtannal:

⟨ kifejezés ⟩ ::= ⟨ kif *2* ⟩

⟨ kif *N* ⟩ ::= ⟨ kif *N-1* ⟩
| ⟨ kif *N* ⟩ ⟨ *N* prioritású művelet ⟩ ⟨ kif *N-1* ⟩

⟨ kif *0* ⟩ ::= ⟨ szám ⟩ | ⟨ azonosító ⟩ | (⟨ kif *2* ⟩)

{az additív ill. multiplikatív műveletek prioritása *2* ill. *1* }

Kifejezések szintaxisa

⟨ programelem ⟩ ::= ⟨ kifejezés 1200 ⟩ ⟨ záró-pont ⟩

⟨ kifejezés *N* ⟩ ::= ⟨ op *N* fx ⟩ ⟨ köz ⟩ ⟨ kifejezés *N-1* ⟩
| ⟨ op *N* fy ⟩ ⟨ köz ⟩ ⟨ kifejezés *N* ⟩
| ⟨ kifejezés *N-1* ⟩ ⟨ op *N* xfx ⟩ ⟨ kifejezés *N-1* ⟩
| ⟨ kifejezés *N-1* ⟩ ⟨ op *N* xfy ⟩ ⟨ kifejezés *N* ⟩
| ⟨ kifejezés *N* ⟩ ⟨ op *N* yfx ⟩ ⟨ kifejezés *N-1* ⟩
| ⟨ kifejezés *N-1* ⟩ ⟨ op *N* xf ⟩
| ⟨ kifejezés *N* ⟩ ⟨ op *N* yf ⟩
| ⟨ kifejezés *N-1* ⟩

⟨ kifejezés 1000 ⟩ ::= ⟨ kifejezés 999 ⟩ , ⟨ kifejezés 1000 ⟩

⟨ kifejezés 0 ⟩ ::= ⟨ név ⟩ (⟨ argumentumok ⟩)
{ A ⟨ név ⟩ és a (közvetlenül egymás után áll!}
| (⟨ kifejezés 1200 ⟩) | { ⟨ kifejezés 1200 ⟩ }
| ⟨ lista ⟩ | ⟨ füzér ⟩
| ⟨ név ⟩ | ⟨ szám ⟩ | ⟨ változó ⟩

Kifejezések szintaxisa — folytatás

⟨ op *N T* ⟩ ::= ⟨ név ⟩ {feltéve, hogy ⟨ név ⟩ *N* prioritású és *T* típusú operátornak lett deklarálva}

⟨ argumentumok ⟩ ::= ⟨ kifejezés 999 ⟩
| ⟨ kifejezés 999 ⟩ , ⟨ argumentumok ⟩

⟨ lista ⟩ ::= [ ]
| [⟨ listakif ⟩]

⟨ listakif ⟩ ::= ⟨ kifejezés 999 ⟩
| ⟨ kifejezés 999 ⟩ , ⟨ listakif ⟩
| ⟨ kifejezés 999 ⟩ | ⟨ kifejezés 999 ⟩

⟨ szám ⟩ ::= ⟨ előjeltelen szám ⟩
| + ⟨ előjeltelen szám ⟩
| − ⟨ előjeltelen szám ⟩

⟨ előjeltelen szám ⟩ ::= ⟨ természetes szám ⟩
| ⟨ lebegőpontos szám ⟩

Kifejezések szintaxisa — megjegyzések

- A ⟨ kifejezés N ⟩-ben ⟨ köz ⟩ csak akkor kell ha az őt követő kifejezés nyitó-zárójellel kezdődik.

```
| ?- op(500, fx, succ).
yes
| ?- write_canonical(succ (1,2)), nl, write_canonical(succ(1,2)).
succ(',',(1,2))
succ(1,2)
```

- A `{` ⟨ kifejezés ⟩ `}` azonos a `{}` (⟨ kifejezés ⟩) struktúrával, ez pl. a DCG nyelvtanoknál hasznos.

```
| ?- write_canonical({a}).
{}(a)
```

- Egy ⟨ füzér ⟩ `"` jelek közé zárt karaktersorozat, általában a karakterek kódjainak listájával azonos.

```
| ?- write("baba").
[98,97,98,97]
```


A Prolog lexikai elemei 1. (ismétlés)

- ⟨ név ⟩
  - kisbetűvel kezdődő alfanumerikus jelsorozat (ebben megengedve kis- és nagybetűt, számjegyeket és aláhúzásjelet);
  - egy vagy több ún. speciális jelből (`+-*/\$^<>=`~:.?@#&`) álló jelsorozat;
  - az önmagában álló `!` vagy `;` jel;
  - a `[]` `{}` jelpárok;
  - idézőjelek (`'`) közé zárt tetszőleges jelsorozat, amelyben `\` jellel kezdődő escape-szekvenciákat is elhelyezhetünk.
- ⟨ változó ⟩
  - nagybetűvel vagy aláhúzással kezdődő alfanumerikus jelsorozat.
  - az azonos jelsorozattal jelölt változók egy klózon belül azonosaknak, különböző klózokban különbözőeknek tekintődnek;
  - kivétel: a semmis változók (_) minden előfordulása különböző.

A Prolog lexikai elemei 2.

- ⟨ természetes szám ⟩
  - (decimális) számjegysorozat;
  - 2, 8 ill. 16 alapú számrendszerben felírt szám, ilyenkor a számjegyeket rendre a `0b`, `0o`, `0x` karakterekkel kell prefixálni (csak `iso` módban)
  - karakterkód-konstans `0'`*c* alakban, ahol *c* egyetlen karakter
- ⟨ lebegőpontos szám ⟩
  - mindenképpen tartalmaz tizedespontot
  - mindkét oldalán legalább egy (decimális) számjeggyel
  - `e` vagy `E` betűvel jelzett esetleges exponens

Megjegyzések és formázó-karakterek

- Megjegyzések (comment)
  - A `%` százalékjeltől a sor végéig
  - A `/*` jelpártól a legközelebbi `*/` jelpárig.
- Formázó elemek
  - szóköz, újsor, tabulátor stb. (nem látható karakterek)
  - megjegyzés
- A programszöveg formázása
  - formázó elemek (szóköz, újsor stb.) szabadon elhelyezhetők;
  - kivétel: struktúrakifejezés neve után nem szabad formázó elemet tenni;
  - prefix operátor és `(` közé kötelező formázó elemet tenni;
  - ⟨ záró-pont ⟩: egy `.` karakter amit egy formázó elem követ.