Deklaratív programozás

Hanák Péter
hanak@inf.bme.hu

Irányítástechnika és Informatika Tanszék

(OM Kutatás-fejlesztési Helyettes Államtitkárság)

Szeredi Péter
szeredi@iqsoft.hu

Számítástudományi és Információelméleti Tanszék

(IQSOFT Intelligens Software Rt.)

KÖVETELMÉNYEK, TUDNIVALÓK

Deklaratív programozás: tudnivalók

Honlap, levelezési lista

- Honlap: <http://dp.iit.bme.hu/~dp>
- Levlista: <http://www.iit.bme.hu/mailman/listinfo/dp-l>.
  A listatagoknak szóló levelet a <dp-l@www.iit.bme.hu> címre kell küldeni.
  Csak a feliratkozottak levele jut el moderátori jóváhagyás nélkül a listatagokhoz.

Jegyzet

- Szeredi Péter, Benkő Tamás: Deklaratív programozás. Bevezetés a logikai programozásba
- Hanák D. Péter: Deklaratív programozás. Bevezetés a funkcionális programozásba
- Ára kötetenként 600-800 Ft, terjedelemtől függően
- Elektronikus változata elérhető a honlapról (ps, pdf)
- Jegyzetrendelés: az ETS (Elektronikus TanárSegéd) rendszeren keresztül

Deklaratív programozás: tudnivalók (folyt.)

Fordító- és értelmezőprogramok

- SICStus Prolog (3.10, licenszköteles, aláírás ellenében jelszót adunk)
- Moscow SML (2.0, szabad szoftver)
- Mindkettő telepítve van a kempelen.inf.bme.hu-n
- Mindkettő letölthető a honlapról (linux, Win95/98/NT)
- Webes gyakorló felület az ETS-ben (ld. honlap)
- Kézikönyvek HTML-, ill. PDF-változatban
- Más programok: swiProlog, gnuProlog, poly/ML, smlnj
- emacs-szövegszerkesztő SML-, ill. Prolog-módban (linux, Win95/98/NT)

Deklaratív programozás: félévközi követelmények

Nagy házi feladat (NHF)

- Programozás mindkét nyelven (Prolog, SML)
- Mindenkinek önállóan kell kódolnia (programoznia)!
- Hatékony (időlimit!), jól dokumentált („kommentezett”) programok
- A két programhoz közös, 5–10 oldalas fejlesztői dokumentáció (TXT, TeX/LaTeX, HTML, PDF, PS; de nem DOC vagy RTF)
- Kiadás a 6. héten, a honlapon, letölthető keretprogrammal
- Beadás a 12. héten; elektronikus úton (ld. honlap)
- A beadáskor és a pontozáskor külön-külön tesztsorozatot használunk (nehézségben hasonlókat, de nem azonosakat)
- A minden tesztesetet hibátlanul megoldó programok *létraversenyen* vesznek részt (hatékonyság, gyorsaság plusz pontokért)

Deklaratív programozás: félévközi követelmények (folyt.)

Nagy házi feladat (folyt.)

- Nem kötelező, de *nagyon* ajánlott!
- Beadható csak az egyik nyelvből is
- A beadási határidőig többször is beadható, csak az utolsót értékeljük
- Pontozása mindkét nyelvből:
  - helyes és időkorláton belüli futás esetén a 10 teszteset mindegyikére 0,5-0,5 pont, összesen max. 5 pont, feltéve, hogy legalább 4 teszteset sikeres
  - a dokumentációra, a kód olvashatóságára, kommentezettségére max. 2,5 pont
  - tehát nyelvenként összesen max. 7,5 pont szerezhető
- A NHF súlya az osztályzatban: 15% (a 100 pontból 15)

Deklaratív programozás: félévközi követelmények (folyt.)

Kis házi feladatok (KHF)

- 2-3 feladat Prologból is, SML-ből is
- Beadás elektronikus úton (ld. honlap)
- Nem kötelező, de *nagyon* ajánlott
- Minden feladat jó megoldásáért 1-1 jutalompont jár

Gyakorló feladatok

- Nem kötelező, de a sikeres ZH-hoz, vizsgához *elengedhetetlen*!
- Gyakorlás az ETS rendszerben (lásd honlap)

Deklaratív programozás: félévközi követelmények (folyt.)

Nagyzárthelyi, pótzárthelyi (NZH, PZH, PPZH)

- A zárthelyi kötelező!
- Semmilyen jegyzet, segédlet nem használható
- A megtanulandó könyvtári függvények, ill. eljárások listáját előre megadjuk
- 40%-os szabály (nyelvenként a maximális részpontszám 40%-a kell az eredményességhez). Kivétel: a korábban aláírást szerzett hallgató zárthelyin szerzett pontszámát az alsó ponthatártól függetlenül beszámítjuk a félévvégi osztályzatba.
- Az NZH a 7., a PZH az utolsó oktatási hetekben lesz
- A PPZH-ra indokolt esetben, ismétlővizsga-jelleggel a vizsgaidőszak első három hetében egyetlen alkalommal adunk lehetőséget
- Az NZH anyaga az 1.-6. hét tananyaga
- A PZH, ill. a PPZH anyaga azonos az NZH anyagával
- A zárthelyi súlya az osztályzatban: 15% (a 100 pontból 15)
- Több zárthelyi megírása esetén a zárthelyikre kapott pontszámok közül a *legnagyobbat* vesszük figyelembe

Deklaratív programozás: vizsga

Vizsga

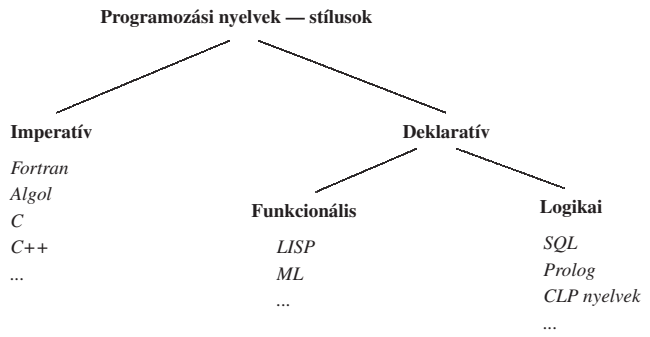
- Vizsgára az a hallgató bocsátható, aki aláírást szerzett a jelen félévben vagy a jelen félévet megelőző négy félévben
- A vizsga szóbeli, felkészülés írásban
- Prolog, SML: több kisebb feladat (programírás, -elemzés) kétszer 35 pontért
- A vizsgán szerezhető max. 70 ponthoz adjuk hozzá a **jelen** félévben félévközi munkával szerzett pontokat: ZH: max. 15 pont, NHF: max. 15 pont, továbbá a pluszpontokat (KHF, létraverseny)
- *Korábbi* félévben szerzett pontokat *nem* számítunk be!
- A vizsgán semmilyen jegyzet, segédlet nem használható, de lehet segítséget kérni
- A megtanulandó könyvtári függvények, ill. eljárások listáját előre megadjuk
- Ellenőrizzük a nagy házi feladat és a zárthelyi „hitelességét”
- 40%-os szabály (nyelvenként a max. részpontszám 40%-a kell az eredményességhez)
- Korábbi vizsgakérdések a honlapon találhatók

A félév időbeosztása

- Az előadások közelítő menetrendje
  - 1. előadás: A deklaratív és imperatív programozás összehasonlítása
  - 2.-7. előadás (1.-4. hét): Prolog I. rész (a nyelv alapjai)
  - 8.-13. előadás (4.-7. hét): SML I. rész (a nyelv alapjai)
  - 14.-19. előadás (7.-10. hét): Prolog II. rész
  - 20.-25. előadás (10.-13. hét): SML II. rész
  - 26.-27. előadás (14. hét): Kitekintés
- A félévközi (nem kötelező és kötelező) számonkérések közelítő menetrendje
  - A KHF-ek kiadása: a 2., 4., 7. és 9. héten
  - A KHF-ek beadása: a kiadásuk után két héttel
  - Az NHF kiadása: 6. hét
  - Az NHF beadása: 12. hét
  - Az NZH megírása a 7. héten, hétfőn 16.15-től kb. 18.00-ig
  - A PZH megírása a 13. vagy 14. héten, megállapodás szerinti időben
  - A PPZH megírása (indokolt esetben, ismétlővizsga-jelleggel) a vizsgaidőszak első három hetében kijelölt egyetlen alkalommal lehetséges

DEKLARATÍV ÉS IMPERATÍV PROGRAMOZÁS

Programozási nyelvek osztályozása



Imperatív és deklaratív programozási nyelvek

- Imperatív program
  - felszólító módú, utasításokból áll
  - változó: változtatható értékű memóriahely

```
int fakt(int n)          // C nyelvű példa:
  { int f=1;             // Legyen f értéke 1!
    while (n>1)          // Amíg n>1 ismételd ezt:
      f*=n--;            //    szorozd f-et n-nel, majd csökkentsd n-et!
    return f;            // Add vissza f végértékét mint n faktoriálisát!
  }                      //(fakt(4) = 1*4*3*2)
```

- Deklaratív program
  - kijelentő módú, egyenletekből, állításokból áll
  - változó: egy ismeretlen, de (előbb–utóbb) rögzített értékű mennyiség.
  - SML példa:

```
fun fakt 0 = 1           (* 0 faktoriálisa 1 *)
  | fakt n = n *         (* n faktoriálisa egyenlő n szorozva *)
             fakt (n-1)  (* n-1 faktoriálisával *)
                         (fakt(4) = 4*(3*(2*1)))
```

  - C példa: `int fakt(int n) {if (n<=1) return 1; else return n*fakt(n-1);}`

Deklaratív programozási nyelvek

- Alapvető jellemzők
  - A deklaratív programok **dekomponálhatók**: a program felbontható részekre, amelyek egymástól **függetlenül** megírhatók, tesztelhetők, verifikálhatók.
  - A deklaratív programokon könnyű következtetéseket végezni, pl. helyességüket bizonyítani.
- Tulajdonságok
  - Egy nyelvi elem értelme csak önmagától függ — állapotmentesség.
  - Hivatkozási átlátszóság (referential transparency) — pl. ha $f(x) = x^2$, akkor $f(a)$ **helyettesíthető** a^2-tel.
  - Egyszeres értékadás (single assignment) — párhuzamos végrehajthatóság.
- Jelmondat
  - MIT és nem HOGYAN (WHAT rather than HOW): a *megoldás módja* helyett inkább a megoldandó *feladat leírását* kell megadni
  - A gyakorlatban mindkét szemponttal foglalkozni kell — kettős szemantika:
    - deklaratív szemantika — MIT (milyen feladatot) old meg a program;
    - procedurális szemantika — HOGYAN oldja meg a program a feladatot.

Példa — családi kapcsolatok

- Adatok

  Egy gyerek–szülő kapcsolat, pl.

gyerek	szülő
Imre	István
Imre	Gizella
István	Géza
István	Sarolta
Gizella	Civakodó Henrik
Gizella	Burgundi Gizella

- A feladat:

  Definiálandó az unoka–nagyszülő kapcsolat, pl. keressük egy adott személy nagyszüleit.

A nagyszülő feladat — C nyelvű megoldás

```
/* Az adatbázis */
struct gysz {
  char *gyerek, *szulo;
} szulok[] = {
  "Imre",     "István",
  "Imre",     "Gizella",
  "István",   "Géza",
  "István",   "Sarolt",
  "Gizella", "Civakodó Henrik",
  "Gizella", "Burgundi Gizella",
  NULL,       NULL
};
```

```
/*  unoka nagyszüleinek kiiratása */
void nagyszuloi(char *unoka)
{
  struct gysz *mgysz = szulok;
  for (; mgysz->gyerek; ++mgysz)
    if(!strcmp(unoka, mgysz->gyerek))
    { struct gysz *mszn = szulok;
      for (; mszn->gyerek; ++mszn)
        if (!strcmp(mgysz->szulo,
                    mszn->gyerek))
          puts(mszn->szulo);
    }
}
```

A nagyszülő feladat — SML megoldás

- Az SML program:

```
(* szulei x = az x személy szüleinek listája *)
fun szulei "Imre"    = ["István", "Gizella"]
  | szulei "István"  = ["Géza", "Sarolt"]
  | szulei "Gizella" = ["Civakodó Henrik", "Burgundi Gizella"]
  | szulei _         = []     (* senki másnak nincs szülője *)
> val szulei = fn : string -> string list

(* nagyszulei g = g nagyszüleinek listája*)
fun nagyszulei g = List.concat (map szulei (szulei g));
> val nagyszulei = fn : string -> string list
```

- A függvény futtatása

```
- nagyszulei "Imre";
> val it = ["Géza", "Sarolt", "Civakodó Henrik", "Burgundi Gizella"]
           : string list
```


A nagyszülő feladat — SQL megoldás

```
SQL> create table szulok (gyerek char(30), szulo char(30));
(...)

SQL> create view nagyszulok as select fiatal.gyerek, oreg.szulo
  ->    from szulok as fiatal, szulok as oreg
  ->    where fiatal.szulo = oreg.gyerek;
View created.

SQL> select * from nagyszulok;
GYEREK                         SZULO
------------------------------ ------------------------------
Imre                           Civakodó Henrik
Imre                           Burgundi Gizella
Imre                           Géza
Imre                           Sarolt

SQL>
```


A nagyszülő feladat — Prolog megoldás

```
% szuloje(Gy, Sz):Gy szülője Sz.
szuloje('Imre', 'István').
szuloje('Imre', 'Gizella').
szuloje('István', 'Géza').
szuloje('István', 'Sarolt').
szuloje('Gizella',
            'Civakodó Henrik').
szuloje('Gizella',
            'Burgundi Gizella').

%  Gyerek nagyszülője Nagyszulo.
nagyszuloje(Gyerek, Nagyszulo) :-
    szuloje(Gyerek, Szulo),
    szuloje(Szulo, Nagyszulo).
```

```
% Kik Imre nagyszülei?
| ?- nagyszuloje('Imre', NSz).
NSz = 'Géza' ? ;
NSz = 'Sarolt' ? ;
NSz = 'Civakodó Henrik' ? ;
NSz = 'Burgundi Gizella' ? ;
no
% Kik Géza unokái?
| ?- nagyszuloje(U, 'Géza').
U = 'Imre' ? ;
no
```


A deklaratív és imperatív megoldások összehasonlítása

- A keresési feladat megoldása
  - C nyelven: ciklussal
  - SQL-ben: beépített adatbázis-kereséssel
  - SML-ben: magasabbrendű függvénybe rejtett rekurzióval
  - Prologban: beépített mintaillesztéses eljáráshívással
- Az összetett feltételek kezelése
  - C nyelven: skatulyázott ciklussal
  - SML-ben: függvények kompozíciójával
  - SQL-ben, Prologban: relációk konjunkciójának képzésével
- A funkcionális és logikai megoldásokról
  - az SML megoldás rendkívül tömör (magasabbrendű függvények)
  - a Prolog megoldás többirányú (több függvénykapcsolatnak felel meg)

Egy összetettebb példa: bináris fák bejárása

- A bináris fa adatstruktúra
  - vagy egy csomópont (`node`), amelynek két részfája van (`left`, `right`)
  - vagy egy levél (`leaf`), amely egy egészt tartalmaz
- Binárisfa-struktúrák különböző nyelveken

```
% Struktúra deklarációk C-ben
enum treetype Node, Leaf;
struct tree {
  enum treetype type;
  union {
    struct { struct tree *left;
             struct tree *right;
           } node;
    struct { int value;
           } leaf;
  } u;
};
```

```
% Adattípus-deklaráció SML-ben

datatype Tree =
         Node of Tree * Tree
       | Leaf of int

% Adattípus-komment Prologban

% :- type tree --->
%        node(tree, tree)
%      | leaf(int).
```


Bináris fák összegzése

- Egy bináris fa levélösszegének kiszámítása:
  - csomópont esetén a két részfa levélösszegének összege
  - levél esetén a levélben tárolt egész
- Binárisfa-összegzők különböző nyelveken

```
% C nyelvű (deklaratív!) függvény
int sum_tree(struct tree *tree)
{
  switch(tree->type) {
  case Leaf:
   return tree->u.leaf.value;
  case Node:
   return
    sum_tree(tree->u.node.left) +
    sum_tree(tree->u.node.right);
    }
}
```

```
% SML nyelvű függvény
fun sum_tree( Node(Left,Right) )
         = sum_tree Left +
           sum_tree Right
  | sum_tree( Leaf(Val) ) = Val

% Prolog eljárás (predikátum)
sum_tree(leaf(Value), S) :-
        S = Value.
sum_tree(node(Left,Right), S) :-
        sum_tree(Left, S1),
        sum_tree(Right, S2),
        S is S1+S2.
```


Bináris fák összegzése — SML példafutás

```
% mosml
Moscow ML version 2.00 (June 2000)
Enter `quit();' to quit.
- use "treeSum.sml";
[opening file "treeSum.sml"]
> New type names: =Tree
  datatype Tree =
  (Tree,con Leaf : int -> Tree, con Node : Tree * Tree -> Tree)
  con Leaf = fn : int -> Tree
  con Node = fn : Tree * Tree -> Tree
  val sum_tree = fn : Tree -> int
[closing file "treeSum.sml"]
> val it = () : unit
- sum_tree( Node(Leaf(5),
                 Node(Leaf(3),Leaf(2))) ) ;
> val it = 10 : int
- quit();
%
```


Bináris fák összegzése — Prolog példafutás

```
% sicstus -f
SICStus 3.10.0 (x86-linux-glibc2.1): Tue Dec 17 15:12:52 CET 2002
Licensed to BUTE DP course
| ?- consult(tree).
consulting /home/szeredi/peldak/tree.pl...
consulted /home/szeredi/peldak/tree.pl in module user, 0 msec 704 bytes
yes
| ?- sum_tree(node(leaf(5),
                   node(leaf(3), leaf(2))), Sum).
Sum = 10 ? ;
no
| ?- sum_tree(Tree, 10).
Tree = leaf(10) ? ;
! Instantiation error in argument 2 of is/2
! goal:  _76 is _73+_74
| ?- halt.
%
```

A funkcionális programozásról dióhéjban

- Alapeszme
  - a program elemei értékek, speciálisan függvények
    - egy függvény egy kiszámítási szabályt ad meg
    - a program futása: kiértékelés (egyszerűsítés, redukció)
- A funkcionális programozás első megvalósítása: LISP
  - alapötlet: listák könnyű/hatékony feldolgozása
- A funkcionális programozás egy modern megvalósítása: SML
  - a függvények „teljes jogú” értékek
  - erős típusfogalom, típusok automatikus levezetése

SML — előnyök és hátrányok

- Miért jó?
  - nagyon tömör kód
  - függvények is értékek: futási időben létrehozhatók
  - mintaillesztés: adatstruktúrák könnyen, áttekinthetően kezelhetők
  - erős típusrendszer
- Mik a hátrányai?
  - megszokottól eltérő programozói stílus
- Hogyan tovább?
  - lusta kiértékelés (Haskell, Clean)
  - párhuzamos végrehajtás (Parallel Haskell, CAML — Concurrent ML)
  - típusrendszer bővítése öröklődéssel (Haskell, Clean, Objective CAML)

A logikai programozásról dióhéjban

- Alapeszme
  - A program elemei logikai állításoknak felelnek meg, pl.:
    `nagyszuloje(U, N) :- szuloje(U, Sz), szuloje(Sz, N).`
    matematikai formája:
    $\forall U \forall N \forall Sz(\texttt{nagyszuloje}(U, N) \leftarrow \texttt{szuloje}(U, Sz) \wedge \texttt{szuloje}(Sz, N))$
  - A program futása: dedukció (tételbizonyítási folyamat)
- A logikai programozás első megvalósítása: a Prolog nyelv
  - A logikai állítások egyszerűek, tekinthetők eljárásdefiníciónak is
  - A tételbizonyítási folyamat értelmezhető mint:
    mintaillesztéses eljáráshívás + visszalépéses keresés
  - Prolog = RDBMS + rekurzió + adatstruktúrák

Prolog — előnyök és hátrányok

- Miért jó?
  - tömör kód, többirányú eljárások
  - „automatikus” visszalépéses keresés, ciklusok kiváltása
  - „logikai” változó — meghatározatlan adatok kezelése
- Mik a hátrányai?
  - nehéz megtanulni (különösen „tapasztalt” programozóknak)
  - rögzített, rugalmatlan vezérlési mechanizmus
  - gyenge következtetési képesség
- Hogyan tovább?
  - CLP — korlát logikai programozás (constraint logic programming)
  - annotációk, típusok — Mercury
  - rugalmasabb vezérlés, párhuzamos végrehajtás — Aurora, Andorra, Oz

Deklaratív programozás — miért tanítjuk?

- Új, magasszintű programozási elemek
  - rekurzió
  - mintaillesztés
  - visszalépéses keresés
- Új gondolkodási stílus
  - dekomponálható programok: a programrészek (relációk, függvények) önálló jelentéssel bírnak
  - verifikálható programok: a kód és a jelentés összevethető
- Új alkalmazási területek
  - szimbolikus alkalmazások
  - következtetési módszerekre épülő megoldások
  - nagyfokú megbízhatóságot igénylő rendszerek

Egy példa: párbeszéd egy 50 soros Prolog programmal

```
| ?- párbeszéd.
|: Magyar legény vagyok én.
Felfogtam.
|: Ki vagyok én?
Magyar legény
|: Péter kicsoda?
Nem tudom.
|: Péter tanuló.
Felfogtam.
|: Péter jó tanuló.
Felfogtam.
|: Péter kicsoda?
tanuló
jó tanuló
|: Boldog vagyok.
Felfogtam.
|: Te egy Prolog program vagy.
Felfogtam.
|: Ki vagyok én?
Magyar legény
Boldog
|: Okos vagy.
Felfogtam.
|: Te vagy a világ közepe.
Felfogtam.
|: Ki vagy  te?
egy Prolog program
Okos
a világ közepe
|: Valóban?
Nem értem.
|: Unlak.
Én is.
```


BEVEZETÉS A LOGIKAI PROGRAMOZÁSBA

Bevezetés a Logikai Programozásba

- Az előadássorozat áttekintése
  - Bevezetés
  - A Prolog nyelv alapjai
  - Prolog programozási módszerek
  - A legfontosabb beépített eljárások
  - Fejlettebb nyelvi és rendszerelemek
  - Új irányzatok a logikai programozásban

A Prolog nyelv — logikai alapú bemutatás

- **Prolog = Pro**gramozás **log**ikában (**Pro**gramming in **log**ic) alapelve:
  - egy program logikai állításokból áll, a program futása következtetési folyamat.
- A logika nyelvének elemei: (rövid összefoglaló, vö. a Matematikai Logika c. tárgy anyagával)
  - Kifejezés (term): változókból és konstansokból függvények segítségével épül fel, pl $f(a, g(X))$, ahol f kétargumentumú, g egyargumentumú függvénynév, a konstansnév (azaz 0-argumentumú függvénynév) és X változónév.
  - Elemi állítás (atom): egy relációjel, megfelelő számú argumentummal ellátva, ahol az argumentumok kifejezések, pl. $osztja(X, X * Y)$.
  - Prolog konvenciók:
    - A változóneveket nagybetűvel vagy aláhúzásjellel kezdjük.
    - Kétargumentumú függvénykifejezéseket, állításokat infix alakban is írhatunk, pl. $X + 2 * Y \equiv +(X, *(2, Y))$, $X < X * 2 \equiv <(X, *(X, 2))$
    - A függvények (és konstansok) nevét kisbetűvel kezdjük, vagy aposztrofok közé tesszük. Speciális jelek ill. jelsorozatok is megengedettek függvény, konstans, vagy állítás neveként (pl. $+, *, <$).
  - Állítás (formula): elemi állításokból logikai összekötő jelekkel (pl. $\wedge$, $\vee$, $\neg$, $\rightarrow$) és kvantorok ($\forall$, $\exists$) alkalmazásával épül fel, pl. $\forall X(X < 0 \rightarrow \neg X < X * 2)$.

A logika nyelvének megszorítása

- A következtetési folyamat hatékonyabbá tételéhez érdemes a logikai nyelvet szűkíteni.
- Bevezetjük a klóz (clause) fogalmát. Egy klóz az alábbi alakú logikai állítás:

$$\forall X_1 \ldots X_j((F_1 \vee \ldots \vee F_n) \leftarrow (T_1 \wedge \ldots \wedge T_m))$$

  - az implikáció bal (következmény) oldala a klóz **feje**
  - az implikáció feltétele a klóz **törzse**, a törzsbeli konjunkció elemeit (rész)**cél**oknak is hívjuk
  - F_i és T_j elemi állítások, $n, m \geq 0$, azaz a fej és a törzs is lehet üres.
  - $X_1 \ldots X_j$: a klózban szereplő összes változó.
- A fentivel ekvivalens logikai alak (vö. $A \leftarrow B \equiv A \vee \neg B$):

$$\forall X_1, \ldots X_j(F_1 \vee \ldots \vee F_n \vee \neg T_1 \vee \ldots \vee \neg T_m)$$

- Klózok egyszerűsített írásmódja: $F_1, \ldots, F_n : -T_1, \ldots, T_m.$ Ha $m = 0$, a `:-` jelet elhagyjuk.
- Példák — vigyázat, ezek általános klózok, nem feltétlenül megengedettek Prologban!

```
ferfi(X), no(X) :- ember(X).      % Aki ember az férfi vagy nő.
:- ferfi(X), no(X).               ≡ ∀ X ¬ (ferfi(X) ∧ no(X))
                                  % Nincs olyan dolog, ami férfi és nő is.
szereti(X, X) :- szent(X).        % Minden szentnek maga felé hajlik a keze.
szent('István').                  % István szent.
```


Definit klózok — a Prolog program építőelemei

- Általános klóz (ismétlés): $F_1, \ldots, F_n : -T_1, \ldots, T_m.$ $\forall \overline{X}(F_1 \vee \ldots \vee F_n \vee \neg T_1 \vee \ldots \vee \neg T_m)$
- Definit klóz (definite clause) vagy Horn klóz (Horn clause):
  - olyan klóz, amelynek fejében legfeljebb egy elemi állítás szerepel ($n \leq 1$).
- Horn klózok osztályozása
  - Ha $n = 1, m > 0$, akkor a klózt **szabály**nak hívjuk, pl.
    `nagyszuloje(U,N):-szuloje(U,Sz),szuloje(Sz,N).`
    logikai alak: $\forall UNSz(\texttt{nagyszuloje}(U, N) \leftarrow \texttt{szuloje}(U, Sz) \wedge \texttt{szuloje}(Sz, N))$
    ekvivalens alak: $\forall UN \quad (\texttt{nagyszuloje}(U, N) \leftarrow \exists Sz(\texttt{szuloje}(U, Sz) \wedge \texttt{szuloje}(Sz, N)))$
  - $n = 1, m = 0$ esetén a klóz **tényállítás**, pl.
    `szuloje('Imre', 'István').`
    logikai alakja változatlan.
  - $n = 0, m > 0$ esetén a klóz egy **célsorozat**, pl.
    `:- nagyszuloje('Imre', X).`
    logikai alak: $\forall X \neg \texttt{nagyszuloje}(\texttt{'Imre'}, X)$, azaz $\neg \exists X \texttt{nagyszuloje}(\texttt{'Imre'}, X)$
  - Ha $n = 0, m = 0$, akkor **üres klóz**ról beszélünk, jele: $\square$. Logikailag üres diszjunkció, azaz azonosan hamis.

A Prolog mint logikai nyelv

- Szintaxis:
  - Prolog program: szabályok és tényállítások halmaza. Példa:

```
szuloje('Imre', 'István').
(...)
szuloje('Gizella', 'Burgundi Gizella').

nagyszuloje(Gy, N) :- szuloje(Gy, Sz), szuloje(Sz, N).
```

  - Egy klóz fejének nevét és argumentumszámát együtt a klóz **funktor**ának hívjuk és `Név/Argszám` alakban írjuk.
  - Az azonos funktorú klózok alkotják egy **predikátum** (vagy eljárás) definícióját. A fenti példa a `szuloje/2` és `nagyszuloje/2` predikátumokat definiálja.
  - Programok javasolt formázása:
    - Az egy predikátumhoz tartozó klózok legyenek egymás mellett a programban, közéjük ne tegyünk üres sort. A predikátumokat válasszuk el üres sorokkal.
    - A klózfejet írjuk sor elejére, minden célt lehetőleg külön sorba, néhány szóközzel beljebb kezdve
  - Egy program futtatásához megadandó egy célsorozat. Példa:
    `:- nagyszuloje('Imre', N).`

A Prolog mint logikai nyelv

- Deklaratív szemantika
  - Segédfogalom: egy kifejezés/állítás **példánya**: belőle változók behelyettesítésével előálló kifejezés/állítás.
  - Egy célsorozat lefutása **sikeres**, ha a célsorozat törzsének egy példánya logikai **következménye** a programnak (a programbeli klózok konjunkciójának).
  - A futás eredménye a példányt előállító **behelyettesítés**.
  - Egy célsorozat többféleképpen is lefuthat sikeresen.
  - Egy célsorozat futása **sikertelen**, ha egyetlen példánya sem következménye a programnak.
- Példa:

```
szuloje('Imre', 'István').                          (sz1)
szuloje('Imre', 'Gizella').                         (sz2)
szuloje('István', 'Géza').                          (sz3)
szuloje('István', 'Sarolt').                        (sz4)
szuloje('Gizella', 'Civakodó Henrik').              (sz5)
szuloje('Gizella', 'Burgundi Gizella').             (sz6)

nagyszuloje(Gy, N) :- szuloje(Gy, Sz), szuloje(Sz, N).   (nsz)

:- nagyszuloje('Imre', N).                          (cel)
```

  - `(sz1)` + `(sz3)` + `(nsz)` következménye: `nagyszuloje('Imre', 'Géza')`, tehát `(cel)` sikeresen fut le az `N = 'Géza'` behelyettesítéssel.
  - Egy másik sikeres lefutás, pl. `(sz1)`+`(sz4)`+`(nsz)` alapján `N = 'Sarolt'`.

Deklaratív szemantika

- Miért jó a deklaratív szemantika?
  - A program **dekomponálható**: külön-külön vizsgálhatjuk az egyes predikátumokat (sőt az egyes klózokat).
  - A program (informálisan) **verifikálható**: a predikátumok szándékolt jelentésének ismeretében eldönthető, hogy az egyes klózok igaz állításokat fogalmaznak-e meg.
  - Egy predikátum szándékolt jelentését nagyon fontos egy ún. **fejkomment**ben, azaz az argumentumok kapcsolatát leíró kijelentő mondatban megfogalmazni. Példák:
    - Fejkommentek: `% szuloje(Gy, Sz):` *Gy* szülője *Sz*.
      `% nagyszuloje(Gy, NSz):` *Gy* nagyszülője *NSz*.

      `nagyszuloje(Gy, N) :- szuloje(Gy, Sz), szuloje(Sz, N).`
      A klóz jelentése: Ha `Gy` szülője `Sz` és `Sz` szülője `N`, akkor `Gy` nagyszülője `N`. Ez megfelel elvárásainknak, **igaz állítás**ként elfogadható.
    - Fejkommentek: `% sum_tree(T, Sum):` A *T* fa levélösszege *Sum*.
      `% E is Kif:` A *Kif* aritmetikai kifejezés értéke *E*. (is infix!)

      `sum_tree(node(L,R), S) :- sum_tree(L, S1), sum_tree(R, S2), S is S1+S2.`
      A klóz jelentése: Ha az `L` fa levélösszege `S1`, az `R` fa levélösszege `S2`, és `S1+S2` értéke `S` akkor a `node(L,R)` fa levélösszege `S`. Ez is egy igaz állítás.

Deklaratív szemantika (folyt.)

- Miért nem elég a deklaratív szemantika?
  - A deklaratív szemantika egy általános következményfogalomra épít.
  - A következtetés szükségképpen többirányú, tehát kereséssel jár.
  - Végtelen keresési tér esetén a következtető is **végtelen ciklus**ba eshet.
  - Véges keresési tér esetén is lehet a keresés nagyon **rossz hatékonyságú**.
  - Egyes **beépített predikátumok** csak bizonyos feltételek mellett képesek működni. Pl. `S is S1+S2` hibát jelez, ha `S1` vagy `S2` ismeretlen mennyiség. Emiatt

    `sum_tree(node(L,R), S) :- S is S1+S2, sum_tree(L, S1), sum_tree(R, S2).`

    logikailag helyes, de működésképtelen.
- Ezek miatt fontos, hogy a Prolog programozó ismerje a Prolog pontos végrehajtási mechanizmusát is, azaz a nyelv **procedurális szemantikáját**.
- Jelszó: Gondolkodj és programozz deklaratívan, ellenőrizd a programot procedurálisan!

A Prolog procedurális szemantikája

- A Prolog végrehajtási mechanizmusa többféleképpen is leírható. Ez nem más mint:
  - Az ún. SLD rezolúciós tételbizonyítási módszer (nagyon tömören lásd alább); avagy
  - egy cél-redukción alapuló tételbizonyítási módszer (lásd a következő fóliákon); avagy
  - mintaillesztésen alapuló visszalépéses eljárásszervezés (részletesen lásd később).
- A Prologban alkalmazott rezolúciós tételbizonyítási módszerről:
  - SLD resolution: **L**inear resolution with a **S**election function for **D**efinite clauses.
  - A célsorozat **tagadja** a keresett dolgok létezését, pl. `'Imre'`-nek nincs nagyszülője: `:- nagyszuloje('Imre', N).` $\equiv \neg\exists N$ `nagyszuloje('Imre',`N`)`
  - A célsorozat és egy programklóz ún. rezolvenseként kapunk egy újabb célsorozatot.
  - A rezolúciós lépéseket addig ismételjük, amíg el nem jutunk az üres klózhoz (zsákutcák esetén visszalépést alkalmazva).
  - Ha ez sikerül, akkor ezzel **indirekt** módon beláttuk, hogy a célsorozat törzse következik a programból, hiszen a törzs negáltjából és a programból következik az azonosan hamis $\square$.
  - A rezolúciós bizonyítás konstruktív, siker esetén behelyettesíti a célsorozat változóit — ez a keresett válasz (pl. $N =$ `'Géza'`).
  - További válaszok alternatív bizonyításokkal állíthatók elő.

A Prolog mint cél-redukciós tételbizonyító

- Példaprogram

```
szuloje('Imre', 'István').                          (sz1)
szuloje('Imre', 'Gizella').                         (sz2)
szuloje('István', 'Géza').                          (sz3)
(...)

nagyszuloje(Gy, N) :- szuloje(Gy, Sz), szuloje(Sz, N).   (nsz)
```

- A kezdeti célsorozat: `:- nagyszuloje('Imre', N).`
  (Most a célsorozatot úgy tekintjük mint bizonyítandó állítások sorozatát.)
- Kiegészítjük a célsorozatot egy vagy több speciális céllal, a keresett változók értékének megőrzése érdekében:
  `:- nagyszuloje('Imre', N), answer(N).`
- A célsorozatot ismételten **redukáljuk** (lásd következő fólia), amíg csak `answer` cél marad:

```
:- szuloje('Imre', Sz), szuloje(Sz, N), answer(N).
:- szuloje('István', N), answer(N).
:- answer('Géza').
```

- A futás eredményét az `answer` argumentumából olvashatjuk ki.

A redukciós lépés

- A példa érintett klózai és a célsorozat:

```
szuloje('Imre', 'István').                          (sz1)
szuloje('István', 'Géza').                          (sz3)
nagyszuloje(Gy, N) :- szuloje(Gy, Sz), szuloje(Sz, N).   (nsz)
:- nagyszuloje('Imre', N), answer(N).
```

- Egy redukciós lépés végrehajtása:
  - A célsorozat **első** eleméhez megkeressük az **első** olyan klózt, amelynek fejét a céllal azonossá tudjuk tenni, változók behelyettesítésével. A példában ez az `(nsz)` klóz.
  - Mind a klózt, mind a célsorozatot **specializáljuk** a kívánt behelyettesítések elvégzésével. A példában előállítjuk `(nsz)` speciális esetét:
    `nagyszuloje('Imre', N) :- szuloje('Imre', Sz), szuloje(Sz, N).  (nsz*)`
  - Az első célt helyettesítjük a klóz törzsével, azaz ezt a célt egy előfeltételére redukáljuk. A példában az új célsorozat: `szuloje('Imre', Sz), szuloje(Sz, N), answer(N).`
- A következő lépésben az `(sz1)` klózzal redukálunk, a **célsorozatot** specializálva az `Sz = 'István'` behelyettesítéssel: `szuloje('István', N), answer(N).`
  Mivel tényállítással redukálunk, üres törzset helyettesítünk, így a célsorozat hossza csökken.
- A `(sz3)` ténnyel való hasonló redukciós lépés eredménye: `answer('Géza').`

Redukciós lépés — további részletek

- Változók kezelése
  - A változók hatásköre egy klózra terjed ki (vö. $\forall X_1 \ldots X_j(F \leftarrow T)$).
  - A redukciós lépés előtt a klózt le kell másolni, a változókat szisztematikusan újakra cserélve (vö. rekurzió).
- **Egyesítés**: két kifejezés/állítás azonos alakra hozása, változók behelyettesítésével.
  - A változókat tetszőleges kifejezéssel lehet helyettesíteni, akár más változóval is.
  - Az egyesítés a **legáltalánosabb** közös alakot állítja elő. Pl.

`sum_tree(leaf(X), X)`	közös alakja	`sum_tree(leaf(X), X)` és nem pl.
`sum_tree(T, V)`		`sum_tree(leaf(0), 0)`

  - Az egyesítés eredménye a legáltalánosabb közös alakot előállító behelyettesítés. Ez változó-átnevezéstől eltekintve egyértelmű. A példában: `T=leaf(X), V=X`.
  - Példák:

Hívás:	*Fej:*	*Behelyettesítés:*
`nagyszuloje('Imre', N)`	`nagyszuloje(Gy, NSz)`	`Gy = 'Imre', NSz = N`
`szuloje('Imre', Sz)`	`szuloje('Imre', 'István')`	`Sz = 'István'`
`szuloje('Imre', Sz)`	`szuloje('István', 'Géza')`	*nem egyesíthető*
`szereti('István', Kit)`	`szereti(X, X)`	`X = 'István', Kit = 'István'`
`szereti(Ki, Kit)`	`szereti(X, X)`	`X = Ki, Kit = Ki`

Választási pontok, visszalépés

- A példában „szerencsénk” volt, a redukciós lépések sorozata elvezetett egy megoldáshoz.
- Az általános esetben zsákutcába, egy nem redukálható célsorozathoz is juthatunk, pl.

```
:- nagyszuloje('Imre', 'Civakodó Henrik').          (nsz)
:- szuloje('Imre', Sz), szuloje(Sz, 'Civakodó Henrik').   (sz1): szuloje('Imre', 'István')
:- szuloje('István', 'Civakodó Henrik').            ???
```

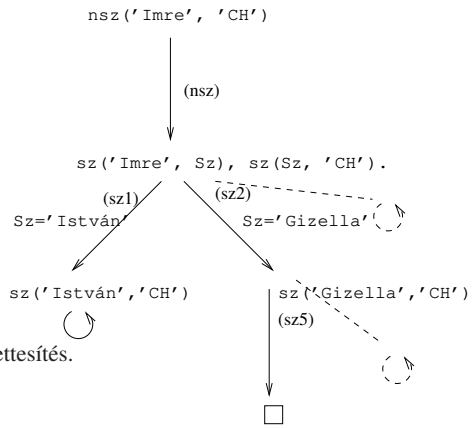
- A 2. célsorozatot `(sz1)`-vel redukáltuk, de a megoldáshoz az `(sz2): szuloje('Imre', 'Gizella')` vezet — nem csak az első egyesíthető klózfejet kell kezelnünk, hanem az összeset!
- Ha nem az utolsó klózzal redukálunk, akkor létrehozunk egy **választási pontot**, ebben elmentjük a célsorozatot és azt, hogy melyik klózzal redukáltuk.
- **Zsákutca**, vagy **új megoldás** kérése esetén visszatérünk a legutóbbi (legfiatalabb) választási ponthoz és ott a **fennmaradó** (még ki nem próbált) klózok között folytatjuk a keresést.
- Ha egy választási pontnál nem találunk újabb klózt, újabb visszalépés következik. Ha nincs választási pont ahova visszaléphetnénk, akkor a célsorozat futása meghiúsul.
- A fenti példában: visszatérünk a második lépéshez, és ott az `(sz2)` klózzal próbálkozunk:

```
(...)
:- szuloje('Imre', Sz), szuloje(Sz, 'Civakodó Henrik').   (sz1)
:- szuloje('Gizella', 'Civakodó Henrik').                 (sz5)
□
```

Visszalépéses keresés szemléltetése keresési fával

```
sz('Imre', 'István').      % (sz1)
sz('Imre', 'Gizella').     % (sz2)
sz('István', 'Géza').      % (sz3)
sz('István', 'Saroltʼ).    % (sz4)
sz('Gizella', 'CH').       % (sz5)
sz('Gizella', 'BG').       % (sz6)

nsz(Gy, N) :-
    sz(Gy, Sz), sz(Sz, N).  % (nsz)
```



- A keresési fa
  - csomópontjai a végrehajtási állapotok
  - címkék:
    - csomópontokban: célsorozatok,
    - éleken: a kiválasztott klóz és a behelyettesítés.
- A Prolog keresés: a keresési fa bejárása
  - balról jobbra,
  - mélységi (depth-first) kereséssel.
- A szaggatott vonalak sikertelen klózkeresésre utalnak, az ún. első argumentum szerinti indexelés a felsőt kiküszöböli.

A keresési tér bejárásának nyomkövetése

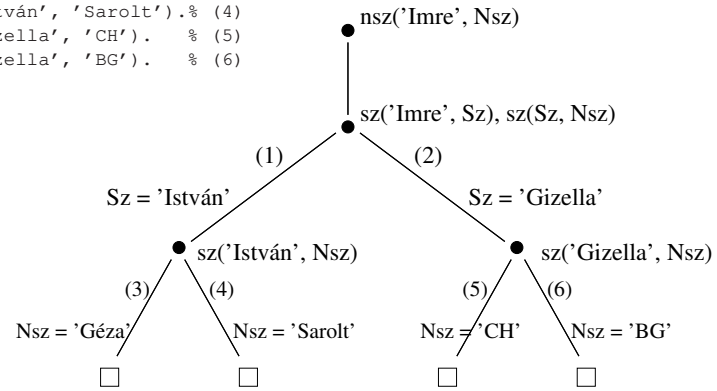
- Egy (szerkesztett) párbeszéd a redukciós nyomkövetővel, a meghiúsuló egyesítéseket elhagytuk.

```
|| ?- nagyszuloje('Imre', 'Civakodó Henrik').
G0:   nagyszuloje('Imre','Civakodó Henrik') ?            <--- ujsor leütésére folytatja
|                                                  Trying clause 1 of nagyszuloje/2 ... successful
|  (1) {Gyerek_1 = 'Imre', Nagyszulo_1 = 'Civakodó Henrik'}<--- változó-átnevezés
|
G1:   szuloje('Imre',Szulo_1), szuloje(Szulo_1,'Civakodó Henrik') ?
|                                                  Trying clause 1 of szuloje/2 ... successful
|    (1) {Szulo_1 = 'István'}
|
|-----G2:   szuloje('István','Civakodó Henrik') ?
(...)                                                    <--- G3-G8 6 sikertelen klózillesztés
|      |<<<< Failing back to goal G1                     <--- Van-e másik szuloje 'Imre'-nek?
|                                                  Trying clause 2 of szuloje/2 ... successful
|    (2) {Szulo_1 = 'Gizella'}
|
|-----G9:   szuloje('Gizella','Civakodó Henrik') ?
|      |                                           Trying clause 5 of szuloje/2 ... successful
|      |    (5) {}
|      |-----G14:  [] ?                                  <--- üres klóz, siker
|      |       |++++ Solution:  ?
|      |<<<< Failing back to goal G1              <--- az előző fólián alsó szaggatott
|
|<<<< No more choices                              <--- az előző fólián felső szaggatott
```


Keresési fa — újabb példa

```
sz('Imre', 'István').  % (1)
sz('Imre', 'Gizella'). % (2)
sz('István', 'Géza').  % (3)
sz('István', 'Saroltʼ).% (4)
sz('Gizella', 'CH').   % (5)
sz('Gizella', 'BG').   % (6)
```

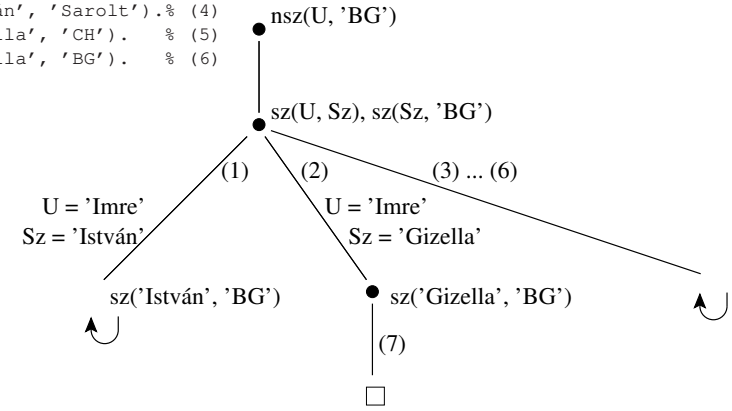
```
nsz(Gy, N) :-
    sz(Gy, Sz), sz(Sz, N).
```



Keresési fa — még újabb példa

```
sz('Imre', 'István').  % (1)
sz('Imre', 'Gizella'). % (2)
sz('István', 'Géza').  % (3)
sz('István', 'Saroltʼ).% (4)
sz('Gizella', 'CH').   % (5)
sz('Gizella', 'BG').   % (6)
```

```
nsz(Gy, N) :-
    sz(Gy, Sz), sz(Sz, N).
```



Az „ős” predikátum definiálása

- Az „ős” reláció a „szülője” reláció tranzitív lezártja: a szülő ős (1), és az ős őse is ős (2), azaz:

```
% ose0(E, Os): E ose Os.
ose0(E, Sz) :- szuloje(E, Sz).                  %  (1)
ose0(E, Os) :- ose0(E, Os0), ose0(Os0, Os).     %  (2)
```

- Az `ose0` definíciója matematikailag helyes, de végtelen Prolog keresési teret ad:

```
szuloje(gyerek,apa). szuloje(gyerek,anya). szuloje(anya,nagyapa).

| ?- ose0(gyerek, Os).
        Os = apa ? ; Os = anya ? ;  {kb 30 másodperc után:}
        ! Resource error: insufficient memory
```

- A végtelen rekurzió oka: Az `:- ose0(apa, X).` cél esetén az (1) klóz meghiúsul, (2) pedig egy `:- ose0(apa, Y), ose0(Y, X).` célsorozathoz vezet stb.
- A balrekurziót kiküszöbölve kapjuk:

```
ose1(E, Sz) :- szuloje(E, Sz).                  %  (3)
ose1(E, Os) :- szuloje(E, Sz), ose1(Sz, Os).    %  (4)

| ?- ose1(gyerek, Os).
Os = apa ? ; Os = anya ? ; Os = nagyapa ? ; no
```

- Ez minden `szuloje(X,Y)` részcélt kétszer hajt végre: (3)-ban és (4)-ben.

A diszjunkció

- Az `ose1` predikátum hatékonyabbá tehető klózai összevonásával:

```
ose2(E, Os) :- szuloje(E, Sz), maga_vagy_ose(Sz, Os).

maga_vagy_ose(E, E).                        (1)
maga_vagy_ose(E, Os) :- ose2(E, Os).
```

- A `maga_vagy_ose` predikátum egy ún. **diszjunkció** bevezetésével kiküszöbölhető:

```
ose3(E, Os) :-
        szuloje(E, Sz).
        (   Os = Sz
        ;   ose3(Sz, Os)
        ).
```

- A SICStus Prolog ténylegesen úgy implementálja a fenti diszjunkciót, hogy bevezet egy `maga_vagy_ose`-vel azonos segéd-predikátumot és az `ose3` klózt `ose2`-vé alakítja.
- Az `X=Y` beépített predikátum a két argumentumát egyesíti.
- Az `= /2` eljárás egy tényállítással definiálható: `U = U.` ≡ `=(U, U)`, vö. `(1)`.

A diszjunkció mint szintaktikus édesítőszer

- A diszjunkció akárhány tagú lehet. A ‘;’ művelet gyengébben köt mint a ‘,’, ezért a diszjunkciót mindig zárójelbe tesszük, mig az ágait nem kell zárójelezni. Példa, „szabványos” formázással:

```
a(X, Y, Z) :-
        p(X, U), q(Y, V),
        (   r(U, T), s(T, Z)
        ;   t(V, Z)
        ;   t(U, Z)
        ),
        u(X, Z).
```

- A diszjunkció egy segéd-predikátummal mindig kiküszöbölhető
  - Megkeressük azokat a változókat, amelyek a diszjunkcióban és azon kívül is előfordulnak
  - A segéd-predikátumnak ezek a változók lesznek az argumentumai
  - A segéd-predikátum minden klóza megfelel a diszjunkció egy ágának

```
seged(U, V, Z) :- r(U, T), s(T, Z).
seged(U, V, Z) :- t(V, Z).
seged(U, V, Z) :- t(U, Z).

a(X, Y, Z) :-
        p(X, U), q(Y, V),
        seged(U, V, X),
        u(X, Z).
```

- A diszjunkció szemantikáját ezzel a segéd-predikátumos átalakítással definiáljuk.

Diszjunkció — megjegyzések

- Az egyes klózok ‘ÉS’ vagy ‘VAGY’ kapcsolatban vannak?
  - A program klózai **ÉS** kapcsolatban vannak, pl.
    `szuloje('Imre', 'István').` `szuloje('Imre', 'Gizella').`
    jelentése: Imre szülője István **ÉS** Imre szülője Gizella.
  - Az ÉS kapcsolatban levő klózok alternatív (VAGY kapcsolatban levő) válaszokhoz vezetnek:
    `:- szuloje('Imre' Sz).` ⇒ `Sz = 'István' ? ; Sz = 'Gizella' ? ; no`
    A „Ki Imre szülője?” kérdésre a válasz: István vagy Gizella.
- A fenti két klózos predikátum átalakítható egyetlen klózzá, diszjunkció segítségével:

```
szuloje('Imre', Sz) :-
        (   Sz = 'István'          (*)
        ;   Sz = 'Gizella'         (*)
        ).
```

  A konjunkció ezáltal diszjunkcióvá alakult (vö. De Morgan azonosságok).
- Általánosan: tetszőleges predikátum egyklózossá alakítható:
  - a klózokat átalakítjuk azonos fejűvé, új változók és egyenlőségek bevezetésével:

```
szuloje('Imre', Sz) :- Sz = 'István'.
szuloje('Imre', Sz) :- Sz = 'Gizella'.
```

  - a klóztörzseket egy diszjunkcióvá fogjuk össze, amely az új predikátum törzse (lásd `(*)`).

Családi kapcsolatok: a „testvére” reláció

- Példa-adatbázis:

```
szuloje('Imre', 'István').
szuloje('Imre', 'Gizella').
szuloje('Ottó', 'István').
szuloje('Ottó', 'Gizella').
```

- Definiáljuk a „testvére” kapcsolatot! Első kísérlet:

```
testvere(X, Y) :-                       % X es Y testvérek
        szuloje(X, Sz), szuloje(Y, Sz).   % ha van közös szülőjük.
```

```
| ?- testvere('Imre', X).      ⟹ X = 'Imre' ?
```

- Javításhoz használjuk a `X\=Y` beépített predikátumot!
  `X\=Y` jelentése: `X` és `Y` nem egyesíthető:

```
testvere(X, Y) :-                       % X es Y testvérek
        szuloje(X, Sz), szuloje(Y, Sz),   % ha van közös szülőjük,
        X \= Y.                           % és nem azonosak
```

```
| ?- testvere('Imre', X). ⟹ X = 'Ottó' ? ; X = 'Ottó' ? ; no
```

- Azért kapunk két `'Ottó'` választ, mert mindkét szülő segítségével bizonyítható az, hogy ő Imre testvére. Később lesz szó arról, hogyan szüntethető meg ez a „dupla válasz” ...

Családi kapcsolatok: további példák

- Tegyük fel, hogy adatbázisunkban a gyerek-szülő kapcsolat mellett tároljuk az emberek nemét és születési dátumát:

```
% szuloje(Gy, Sz): Gy szülője Sz.
% neme(E, Nem): E neme Nem, ahol Nem lehet ferfi vagy no.
% szuletesi_datuma(E, D): E szuletesi datuma D, D egy EEEEHHNN alakú szám.
```

- „Házi feladat” (nem beadható): gyakorlásképpen definiálják az alábbi családi kapcsolatokat!

```
% apja(Gy, Apa): Gy apja Apa.
% nagyanyja(Gy, NA): Gy nagyanyja NA.
% occse(E1, E2): E1 öccse E2.
% novere(E1, E2): E1 nővére E2.
% nagynenje(E1, E2): E1 nagynénje E2.
% unokatestvere(E1, E2); E1 unokatestvére E2.
```

- Dátumok összehasonlítására használható az `X < Y` beépített predikátum.

És mi történt a logika függvényjeleivel?

- A Prolog logikai rendszere nem engedi meg, hogy a függvények értékére bármilyen megkötést tegyünk, nem írhatunk fel állításokat a függvényértékekre. Például **nem megengedett** állítások:
  `(X+Y)+Z = X+(Y+Z).` `X+Y > X :- Y > 0.`
- Emiatt Prologban $f(x_1,\ldots,x_n) = f(y_1,\ldots,y_n) \leftrightarrow x_1 = y_1,\ldots,x_n = y_n$
- Ez azt jelenti, hogy minden függvény adat-konstruktor!
- `f(X1,...,Xn)` nem más, mint az `X1,...,Xn` **mezők**ből felépített `f` címkéjű **fastruktúra**, pl.

```
% sum_tree(Tree, S): A számokból felépített Tree bináris fa levélösszege S.
sum_tree(leaf(Value), Value).
sum_tree(node(Left,Right), S) :-
        sum_tree(Left, S1), sum_tree(Right, S2), S is S1+S2.
```

- A függvények fastruktúrákká „szilárdulása” az egyesítési algoritmus által valósul meg. Ez csak akkor tekint két „függvény”-kifejezést azonos alakra hozhatónak, ha:
  - nevük, argumentumszámuk megegyezik, és
  - (rekurzív módon) argumentumaik is rendre azonos alakra hozhatóak.
- Például: `| ?- 2+2 = 2*2` ⟹ `no`, `| ?- 2+3 = 3+2` ⟹ `no` stb.
- Az `f(X1,...,Xn)` alakú Prolog kifejezést ezután **összetett-** vagy **struktúra-kifejezés**nek hívjuk, amelynek **struktúraneve** `f`. A struktúra **funktora** f/n. Pl. `2+2` ≡ +(2,2) funktora: `+ /2`.

A logika adatfogalma

- A logika adatfogalma: Herbrand univerzum
  - Egy adott logikai állítás-gyűjtemény (klózhalmaz) Herbrand univerzuma:
    - tekintsük az állításokban előforduló konstansneveket és függvényneveket,
    - a Herbrand univerzum: a konstansnevek és a belőlük, a függvénynevek tetszőleges számú alkalmazásával előálló kifejezések
    - az ilyen változómentes kifejezéseket **tömör** (ground) kifejezésnek hívjuk.
  - P1 példaprogram:
    `szuloje(a,b).  szuloje(c,b).  szuloje(b,d).`
    `mvo(X,X). mvo(X,Z) :- szuloje(X,Y), mvo(Y,Z). % mvo` = maga vagy őse
    - Herbrand univerzum: H_1 = {`a,b,c,d`}
  - P2 példaprogram: `p(a).  p(f(X)) :- p(X). q(Y). :- q(c).`
    - Herbrand univerzum: H_2 = {`a,c,f(a),f(c),f(f(a)),f(f(c)),...`}
  - A Herbrand univerzummal izomorf részt minden modell alaphalmazának tartalmaznia kell
  - A Herbrand univerzumon definiálható egy ún. minimális model (minden hamis, amiről nem bizonyítható, hogy igaz). Pl. a P1 példaprogram minimális modelljében
    `szuloje` jelentése = {⟨`a,b`⟩,⟨`b,d`⟩,⟨`c,b`⟩} ⊂ $H_1 \times H_1$
    `mvo` jelentése = {⟨`a,a`⟩,⟨`a,b`⟩,⟨`a,d`⟩,⟨`b,b`⟩,⟨`b,d`⟩,⟨`c,c`⟩,⟨`c,b`⟩,⟨`c,d`⟩,⟨`c,b`⟩,⟨`d,d`⟩}

A Prolog modellalapú szemantikája

- A Prolog végrehajtás adathalmaza: megfelel egy olyan Herbrand univerzumnak, ahol a konstansnevek közé a számokat is beveszük. Például a P2 példaprogramban:
  - H_2' = $H_2 \cup$ {0,f(0),f(f(0)),-1,f(-1),f(f(-1)),0.5,f(0.5),f(f(0.5)),...}
- Prolog deklaratív szemantika — újabb változat:
  - Egy célsorozat futása azokat a behelyettesítéseket állítja elő, amelyekre a célsorozat fennáll a minimális modelben.
  - A Prolog nem csak tömör behelyettesítéseket állít elő, hanem olyanokat is, amelyek (általában összekapcsolt) változókat tartalmaznak.

```
| ?- szuloje(X,Y).
X = a, Y = b ? ;
X = c, Y = b ? ;
X = b, Y = d ? ;
no
```

```
| ?- mvo(X,Y).
Y = X ? ;  % <-- 3 megoldást lefed!
X = a, Y = b ? ;
X = a, Y = d ? ;
X = c, Y = b ? ;
X = c, Y = d ? ;
X = b, Y = d ? ;
no
```

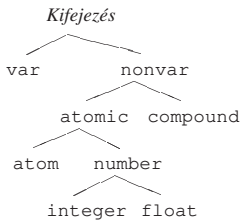
  - Vö. `szuloje` jelentése = {⟨a,b⟩,⟨b,d⟩,⟨c,b⟩}
    `mvo` jelentése = {⟨a,a⟩,⟨a,b⟩,⟨a,d⟩,⟨b,b⟩,⟨b,d⟩,⟨c,c⟩,⟨c,b⟩,⟨c,d⟩,⟨c,b⟩,⟨d,d⟩}

Változókat tartalmazó megoldások

- `| ?- mvo(X,Y).` ⟹ `Y = X ?`
- Ez egy „paraméteres” megoldásközlés: az `X` paraméter **tetszőlegesen** megválasztható, de `Y`-nak ezzel azonosnak kell lennie.
- Tehát `X` tetszőlegesen megválasztható, mint a Herbrand univerzum egy eleme, és `Y` ugyanez az érték kell legyen.
- `| ?- sum_tree(X,Y).` ⟹ `X = leaf(Y) ?`
- Itt `Y` választható meg tetszőlegesen, ennek `leaf/1`-be „csomagolt” változata lesz `X`.
- Ez „idegen” megoldásokat is jelent, pl. `mvo(X,Y)` teljesül `X=Y=1` esetén, `sum_tree(X,Y), X=leaf(a), Y=a` esetén.
- Ez ellen nem érdemes programkód beépítésével védekezni, mert az lényegesen lassíthatja a futást, vagy ronthatja a program többirányú használatát. (Szóba jöhet viszont egy fordítási idejű típusellenőrző használata, pl. TCLP, `http://contraintes.inria.fr/~coquery/tclp`.)

A Prolog adatfogalma

- Prolog kifejezések osztályozása — osztályozó beépített predikátumok



`var(X)`	X változó
`nonvar(X)`	X nem változó
`atomic(X)`	X konstans
`compound(X)`	X struktúra
`atom(X)`	X névkonstans
`number(X)`	X szám
`integer(X)`	X egész szám
`float(X)`	X lebegőpontos szám

- Egy osztályozó predikátum az argumentuma **pillanatnyi** állapotát **ellenőrzi**, logikailag nem tiszta:

```
| ?- X = 1, integer(X).          ⟹ yes
| ?- integer(X), X = 1.          ⟹ no
| ?- atom('István'), atom(istvan). ⟹ yes
| ?- compound(leaf(X)).          ⟹ yes
| ?- compound(X).                ⟹ no
```


Példasor: bináris fák kezelése

- Az egészekből álló bináris fa különböző meghatározásai:
  - Szöveges definícióként (ismétlés):
    - vagy egy levél (`leaf(V)`), ahol `V` egy egész szám
    - vagy egy csomópont (`node(L,R)`), ahol `L` és `R` egészekből álló bináris fák
  - Matematikai jelöléssel:
    `itree` ≡ {`leaf(`i`)` | $i \in$ `integer`} ∪ {`node(`l`,`r`)` | $l,r \in$ `itree`}
  - A Mercury típusos logikai programozási nyelv jelöléseivel:

```
:- type itree ---> node(itree, itree) | leaf(int).
```

  - Egy **ellenőrző** Prolog predikátumként:

```
itree(leaf(V)) :-
        integer(V).          % <--- osztályozó predikátum
itree(node(L,R)) :-
        itree(L), itree(R).
```

- Az ilyen adattípust **megkülönböztetett unió**nak nevezzük, mert az unióban szereplő halmazokat az elemeik funktora megkülönbözteti (`leaf/1`, `node/2`)

Az egyesítés mint adat-építő és -kiválasztó művelet

- Példa:

```
% balcsonk(Fa, E): Fa egy olyan bináris fa, amelynek legfelső
%                   csomópontjában balra egy E értékű levél van
balcsonk(node(leaf(V),_), V).

% jobbcsonk(Fa, E): Fa egy olyan bináris fa, amelynek legfelső
%                    csomópontjában jobbra egy E értékű levél van
jobbcsonk(node(_,leaf(V)), V).
```

- A Prolog egyesítés egyaránt használható adat-építésre (konstrukció) és -kiválasztásra (szelekció). Példák:
  - Mindkét argumentum bemenő: ellenőrzés.

    `| ?- Fa=node(leaf(1),leaf(2)), balcsonk(Fa, 1). ⟹ yes`
  - A fa adott, az érték kimenő: levélérték elővétele (vagy meghiúsulás).

    `| ?- Fa=node(leaf(1),leaf(2)), balcsonk(Fa, B), jobbcsonk(Fa, J).`
    `⟹ B = 1, J = 2 ? ; no`
    `| ?- balcsonk(node(node(leaf(1),leaf(2)),leaf(3)), B). ⟹ no`
  - Az érték adott, a fa kimenő: fa építése.

    `| ?- balcsonk(Fa, 1), jobbcsonk(Fa, 2).⟹ Fa=node(leaf(1),leaf(2)) ? ; no`

Kifejezések összerakása (folyt.)

- Vizsgáljuk a fa felépítésének részleteit!

célsorozat:	`:- balcsonk(Fa, 1), jobbcsonk(Fa, 2)`
klózfej:	`balcsonk(node(leaf(_B),_A), _B)`
behelyettesítés:	`_B = 1, Fa= node(leaf(1),_A)`
új célsorozat:	`:- jobbcsonk(node(leaf(1), _A), 2)`
klózfej:	`jobbcsonk(node(_C, leaf(_D)), _D)`
behelyettesítés:	`_D = 2, _A = leaf(2), _C = leaf(1)`
eredmény:	`Fa = node(leaf(1),leaf(2))`

- Kövessük nyomon a fenti végrehajtást Prolog hívásonként:
  - `| ?- balcsonk(Fa, 1). ⟹ Fa = node(leaf(1),_A) ? ; no`
    `Fa` értéke egy változót tartalmazó Prolog adatstruktúra, mindazon összetett (nem levél) fákat jelenti, amelyek baloldali részfája az 1 értékű levél. Ez egy **kifejezés-minta**.
  - `| ?- Fa = node(leaf(1),_A), jobbcsonk(Fa, 2).`
    `⟹ Fa = node(leaf(1),leaf(2)) ? ; no`
    A `jobbcsonk` hívás a `Fa` kifejezés-mintát, **finomítja**, ebben az esetben egy tömör fára szűkíti le.

A logikai változó

- A logikai változó fogalma:
  - kifejezésként, kifejezésben egyaránt előfordulhat
  - a változók egymással is azonossá tehetők: pl. két azonos változó egy kifejezésben.
  - a változó „teljes jogú” állampolgár a (rész)kifejezések világában
- SML-ben is van mintaillesztés, de a minta csak szétszedésre használható, összerakásra nem; a mintabeli változók mindig (tömör) értéket kapnak.
- (Egyes újabb funkcionális nyelvek, pl. az Oz nyelv, támogatják a logikai változókat.)
- Példa: Az alábbi célsorozat egy két **azonos** levélből álló bináris fát épít fel a `Fa` változóban. A levelek értéke **azonos** lesz a célsorozatbeli `X` változóval:

```
balcsonk(node(leaf(V),_), V).
jobbcsonk(node(_,leaf(V)), V).
```

`| ?- balcsonk(Fa, X), jobbcsonk(Fa, X). ⟹ Fa = node(leaf(X),leaf(X)) ? ; no`

- Ha az összekapcsolt változók bármelyike értéket kap, a többi is erre az értékre helyettesítődik:

```
| ?- balcsonk(Fa, X), jobbcsonk(Fa, X), X = 1.
                          ⟹ X = 1, Fa = node(leaf(1),leaf(1)) ? ; no
| ?- balcsonk(Fa, X), jobbcsonk(Fa, X), balcsonk(Fa, 2).
                          ⟹ X = 2, Fa = node(leaf(2),leaf(2)) ? ; no
```


Bináris fák kezelése — fa levele

- Írjunk egy predikátumot annak eldöntésére, hogy egy adott érték szerepel-e egy fa levelében!
-

```
% fa_levele(Fa, Ertek): A Fa bináris fa levelében szerepel az Ertek szám.
fa_levele(leaf(V), V).      % ha a fa egyetlen levélből áll és a levélbeli
                            % érték megegyezik a keresettel, akkor ''siker''
fa_levele(node(L,_), V) :-
        fa_levele(L, V).    % ha szerepel a bal részfában → az egészben is
fa_levele(node(_,R), V) :-
        fa_levele(R, V).    % ha szerepel a jobb részfában → az egészben is
```

- Az aláhúzásjel egy ún. semmis (void) változó, ennek minden előfordulása különböző változó!
- A 2. és 3. klóz összevonható eggyé, törzsében egy diszjunkcióval:

```
fa_levele(leaf(V), V).          % az egyszerű fa levélértéke szerepel a fában
fa_levele(node(L,R), V) :-      % egy összetett fában szerepel egy érték
        (   fa_levele(L, V)     % ha szerepel a bal részfában
        ;   fa_levele(R, V)     % vagy a jobb részfában
        ).
```

- Példák: ellenőrzés, adott fa leveleinek felsorolása, adott levelű fák felsorolása (∞ keresési tér).

```
| ?- fa_levele(node(node(leaf(1),leaf(2)),leaf(7)), 2).  ⟹ yes
| ?- fa_levele(node(node(leaf(1),leaf(2)),leaf(7)), 3).  ⟹ no
| ?- fa_levele(node(leaf(1),leaf(7)), E). ⟹ E = 1 ? ; E = 7 ? ; no
| ?- fa_levele(Fa, 3). ⟹ Fa = leaf(3) ? ; Fa = node(leaf(3),_A) ? ;  ...
```

Összetett adatstruktúrák konjunktív és diszjunktív bejárása

- Prologban egy összetett adatstruktúrát kétféleképpen lehet bejárni:
  - konjunktívan: a részek bejárása ÉS kapcsolatban van, általában egy eredményt ad
    - pl. fa összegzése (`sum_tree`), fa ellenőrzése (`itree`), fa kiírása:

```
% faki(Fa): Fa kiírható (mindig teljesül :-). Mellékhatásként kiírja a Fa fát.
faki(leaf(V)) :-
        write(@), write(V).    % A write(X) beépített pred. kiírja az X kifejezést.
faki(node(L,R)) :-
        write('('), faki(L), write(' -- '), faki(R), write(')').

| ?- faki(node(node(leaf(1),leaf(8)),leaf(7))).     ⇒ ((@1 -- @8) -- @7)
yes
```

  - diszjunktívan: a részek bejárása VAGY kapcsolatban van, visszalépéskor új eredmény
    - pl. fa elemeinek felsorolása (`fa_levele`)
- A diszjunktív, felsoroló bejárás könnyen kiegészíthető további feltételekkel
  - Keressük egy fának az `(5,10)` intervallumba eső leveleit:

```
| ?- _Fa = node(node(leaf(1),leaf(8)),leaf(7)), fa_levele(_Fa, E), 5 < E, E < 10.
     ⟹ E = 8 ? ; E = 7 ? ; no
| ?- _Fa = (...),  fa_levele(_Fa, E), 5 < E, E < 10, write(E), write(' '), fail.
     ⇒ 8 7  ⟹ no
```

- A `fail` beépített predikátum mindig meghiúsul, pl. ún. visszalépéses ciklus szervezésére jó.

Levél elhagyása bináris fából

- Írjunk egy predikátumot annak eldöntésére, hogy egy adott érték szerepel-e egy összetett fa levelében! A predikátum adja vissza a levél elhagyása után fennmaradó fát!

```
% flm(Fa, Ertek, Marad): A Fa összetett bináris fa egy Ertek értékű
% levelének elhagyása után marad a Marad fa. (flm = fa_level_maradek)
flm(node(leaf(V),T), V, T).    % ha a bal részfa a keresett levél
                               % akkor a jobb részfa a maradék
flm(node(T,leaf(V)), V, T).    % ugyanez jobboldali levél esetére
flm(node(L0,R), V, node(L,R)) :-
        flm(L0, V, L).         % ha a bal részfából elhagyható a levél
                               % akkor ennek maradéka, kiegészítve
                               % a jobb részfával, lesz a teljes fa maradéka
flm(node(L,R0), V, node(L,R1)) :-
        flm(R0, V, R1).        % ugyanez jobb részfa esetére
```

- Az `flm/3` predikátum használható ellenőrzése, de fa szétbontására is:

```
| ?- flm(node(leaf(1),node(leaf(2),leaf(3))), 2, T).  ⟹
  T = node(leaf(1),leaf(3)) ? ; no
| ?- flm(node(leaf(1),node(leaf(2),leaf(3))), 7, T).  ⟹ no
| ?- flm(node(leaf(1),node(leaf(2),leaf(3))), X,  T). ⟹
  T = node(leaf(2),leaf(3)), X = 1 ? ;
  T = node(leaf(1),leaf(3)), X = 2 ? ;
  T = node(leaf(1),leaf(2)), X = 3 ? ; no
```


Levél beszúrása bináris fába

- Írjunk egy predikátumot arra, hogy egy adott értékű levelet egy fába minden lehetséges módon beszúrjon!
- Nem kell irnunk, már megírtuk! Az `flm` predikátum erre is jó:

```
% flm(Fa, Ertek, Marad): A Fa összetett bináris fa egy Ertek értékű
% levelének elhagyása után marad a Marad fa. Röviden: Fa - Ertek = Marad.

% flm(Fa, Ertek, Marad): A Fa (összetett) bináris fa úgy áll elő, hogy
% a Marad fába beszúrunk egy E értékű levelet. Fa = Marad + Ertek.
flm(node(leaf(V),T), V, T).    % Egy T fába beszúrhatunk egy levelet
(...)                          % úgy, hogy az egylevelű fát T elé tesszük
```

- Példák:

```
| ?- flm(Fa, 2, leaf(1)), faki(Fa), write(' '), fail.
(@2 -- @1) (@1 -- @2)                          ⟹ no
| ?- flm(Fa0, 2, leaf(1)), flm(Fa, 3, Fa0), faki(Fa), write(' '), fail.
(@3 -- (@2 -- @1)) ((@2 -- @1) -- @3) ((@3 -- @2) -- @1) ((@2 -- @3) -- @1)
(@2 -- (@3 -- @1)) (@2 -- (@1 -- @3)) (@3 -- (@1 -- @2)) ((@1 -- @2) -- @3)
((@3 -- @1) -- @2) ((@1 -- @3) -- @2) (@1 -- (@3 -- @2)) (@1 -- (@2 -- @3))  ⟹ no

negylevelu(X, Y, Z, U, Fa) :-  % Fa az X, Y, Z, U levelekből áll
     flm(Fa0, Y, leaf(X)), flm(Fa1, Z, Fa0), flm(Fa, U, Fa1).

| ?- findall(Fa, negylevelu(1,3,4,6,Fa), Fak), length(Fak,Db). ⟹  Db = 120, Fak = (...)
```


Operátoros jelölés

- A matematikához hasonlóan a Prolog is megengedi az ún operátoros jelölést.
- Számos jel beépített operátor, pl. `+, -, *, /, =, is, =:=, \=, <, =<, ...`
- A felhasználó is definiálhat operátort (részletek később), pl.

```
:- op(500, xfx, --).          % ezután (A -- B) ≡ --(A,B)
:- op(450, fx, @).            % ezután @A ≡ @(A)
```

- Az operátoros jelölést a Prolog **beolvasáskor** átalakítja a belső, kanonikus struktúra-kifejezés formára, kiíráskor a belső alakot visszalakítja operátorossá.
- A `write_canonical` beépített predikátum kiírja egy tetszőleges kifejezés belső alakját:

```
| ?- write_canonical(@1--@2). ⟹ --(@(1),@(2))  vö. node(leaf(1),leaf(2))
| ?- write_canonical(x+2*y).  ⟹ +(x,*(2,y))
```

- Operátorokkal olvashatóbbá tehetjük a programjainkat:

```
sum_tree(@Val, Val).                % sum_tree(leaf(Val), Val).
sum_tree(Left--Right, S) :-         % sum_tree(node(Left,Right), S) :-
        sum_tree(Left, S1),         %       sum_tree(Left, S1),
        sum_tree(Right, S2),        %       sum_tree(Right, S2),
        S is S1+S2.                 %       S is S1+S2.

| ?- sum_tree(@1--(@2--@3), Sum). ⟹ Sum = 6 ? ; no
```

Aritmetika Prologban

- Az operátorok teszik lehetővé azt is, hogy a matematikában ill. más programozási nyelvekben megszokott módon értékelhessünk kis aritmetikai kifejezéseket.
- Az `is` beépített predikátum egy aritmetikai kifejezést vár a jobboldalán (2. argumentumában), azt kiértékeli, és az eredményt egyesíti a baloldali argumentummal
- Az `=:=` beépített predikátum mindkét oldalán aritmetikai kifejezést vár, azokat kiértékeli, és csakkor sikerül, ha az értékek megegyeznek.
- Példák:

```
| ?- X = 1+2, write(X), write('  '), write_canonical(X), Y is X.
⇒            1+2                    +(1,2)    ⟹ X = 1+2, Y = 3 ? ; no
| ?- X = 4, Y is X/2, Y =:= 2.    ⟹ X = 4, Y = 2.0 ? ; no
| ?- X = 4, Y is X/2, Y = 2.      ⟹ no
```

- **Fontos**: az aritmetikai operátorokkal (+,-,...) képzett kifejezések **összetett Prolog kifejezés**t jelentenek. Csak az aritmetikai beépített predikátumok értékelik ki ezeket!
- A Prolog kifejezések alapvetően szimbolikusak, az aritmetikai kiértékelés a „kivétel”.

Klasszikus szimbolikus kifejezés-feldolgozás: deriválás

- Írjunk olyan Prolog predikátumot, amely számokból és az `x` névkonstansból a `+, -, *` műveletekkel képzett kifejezések deriválását elvégzi!

```
% deriv(Kif, D):  Kif-nek az x szerinti deriváltja D.
deriv(x, 1).
deriv(C, 0) :-                      number(C).
deriv(U+V, DU+DV) :-                deriv(U, DU), deriv(V, DV).
deriv(U-V, DU-DV) :-                deriv(U, DU), deriv(V, DV).
deriv(U*V, DU*V + U*DV) :-          deriv(U, DU), deriv(V, DV).

| ?- deriv(x*x+x, D).
  ⟹  D = 1*x+x*1+1 ? ; no

| ?- deriv((x+1)*(x+1), D).
  ⟹  D = (1+0)*(x+1)+(x+1)*(1+0) ? ; no

| ?- deriv(I, 1*x+x*1+1).
  ⟹  I = x*x+x ? ; no

| ?- deriv(I, 0).
  ⟹  no
```


Példa: adott értékű kifejezés előállítása

- A feladat: írjunk Prolog programot a következő feladvány megoldására:
  - Az 1, 3, 4, 6 számokból a négy alapművelet felhasználásával állítsuk elő a 24 számértéket!
  - Mind a négy számot fel kell használni, tetszőleges sorrendben.
  - Tetszőleges alapműveletek használhatók, tetszőlegesen zárójelezéssel.
- Már van egy predikátumunk (`negylevelu/5`), amely adott számokból tetszőleges fát épít.
- Definiáljunk egy predikátumot, amely egy fának megfelelő aritmetikai kifejezéseket készít!

```
% fa_kif(Fa, Kif): Kif a Fa fával azonos alakú, azonos számokból álló
% aritmetikai kifejezés, amelyben a négy alapművelet fordulhat elő.
fa_kif(leaf(V), V).
fa_kif(node(L,R), Exp) :-
        fa_kif(L, E1),
        fa_kif(R, E2),
        alap4(E1, E2, Exp).

% alap4(X, Y, Kif): Kif az X és Y kifejezésekből a négy alapművelet egyikével áll elő.
alap4(X, Y, X+Y).                   alap4(X, Y, X-Y).
alap4(X, Y, X*Y).                   alap4(X, Y, X/Y).

| ?- fa_kif(node(leaf(1),node(leaf(2),leaf(3))), Kif).
Kif = 1+(2+3) ? ; Kif = 1-(2+3) ? ; Kif = 1*(2+3) ? ; Kif = 1/(2+3) ? ;
(...)
Kif = 1+2/3 ?   ; Kif = 1-2/3 ?   ; Kif = 1*(2/3) ? ; Kif = 1/(2/3) ? ; no
```


Példa: adott értékű kifejezés előállítása (folyt.)

- Korábban elkészített predikátumok:
  - adott számokból álló fákat felsoroló `negylevelu/5`
  - adott fával azonos szerkezetű aritmetikai kifejezéseket felsoroló `fa_kif/2`
- Ezekre építve könnyen megírható a feladvány megoldására használható predikátum:

```
% Kif egy a négy alapművelettel az X, Y, Z, U számokból
% felépített kifejezés, amelynek értéke Ertek.
negylevelu_erteke(X, Y, Z, U, Ertek, Kif) :-
        negylevelu(X, Y, Z, U, Fa),
        fa_kif(Fa, Kif),
        Kif =:= Ertek.

| ?- negylevelu_erteke(1,3,4,6,24,Kif).
Kif = 6 ? (1 ? 3 ? 4)  ? ;
no
```

LEGALAPVETŐBB BEÉPÍTETT PREDIKÁTUMOK

Aritmetikai és egyesítési beépített predikátumok

- Aritmetikai predikátumok
  - `X is Kif`: A `Kif` **aritmetikai** kifejezés értékét egyesíti `X`-szel
  - `Kif1<Kif2, Kif1=<Kif2, Kif1>Kif2, Kif1>=Kif2, Kif1=:=Kif2, Kif1=\=Kif2`: A `Kif1` és `Kif2` aritmetikai kifejezések értéke a megadott relációban van egymással (`=:=` ⇒aritmetikai egyenlő, `=\=` ⇒aritmetikai nem-egyenlő).
  - Ha `Kif, Kif1, Kif2` valamelyike nem **tömör** aritmetikai kifejezés ⇒hiba.
  - Legfontosabb aritmetikai operátorok: `+, -, *, /, mod, //` (egész-osztás)
- Egyesítés: `X=Y`: Az `X` és `Y` **általános** Prolog kifejezések egyesíthetőek (és az egyesítést végre is hajtja). `X\=Y`: `X` és `Y` nem egyesíthető.
- Példák:

```
| ?- X is 1*2+3.      ⟹   X = 5 ?
| ?- X = 1+2*3.       ⟹   X = 1+2*3 ?
| ?- 7 \= 1+2*3.      ⟹   yes
| ?- 7 =\= 1+2*3.     ⟹   no
| ?- X is alma.       ⟹   ! Domain error in argument 2 of is/2
| ?- X =:= 1*2+3.     ⟹   ! Instantiation error in argument 1 of =:= /2
| ?- 1+2*3 > 2*3+1.   ⟹   no
```


Programfejlesztési beépített predikátumok

- `consult(File)` vagy `[File]`: A `File` állományban levő programot beolvassa és értelmezendő alakban eltárolja. (`File = user` ⇒ terminálról olvas.)
- `listing` vagy `listing(Predikátum)`: Az értelmezendő alakban eltárolt összes ill. adott nevű predikátumokat kilistázza.
- `compile(File)`: A `File` állományban levő programot beolvassa, lefordítja.
- A lefordított alak gyorsabb, de nem listázható, **kicsit** kevésbe pontosan nyomkövethető.
- `halt`: A Prolog rendszer befejezi működését.
- Példák:

```
> sicstus
SICStus 3.10.0 (x86-linux-glibc2.1): Tue Dec 17 15:12:52 CET 2002
| ?- consult(fakt).
% consulted /home/user/fakt.pl in module user, 0 msec 712 bytes
| ?- listing(fakt).
fakt(0, 1).
fakt(A, B) :-
        A>0, C is A-1, fakt(C, D), B is D*A.
| ?- halt.
>
```


Kiíró és egyéb predikátumok

- `write(X)`: Az `X` Prolog kifejezést kiírja (ha kell, operátorokkal).
- `write_canonical(X)`: Az `X` Prolog kifejezést kanonikus alapstruktúra-alakban kiírja.
- `nl`: Kiír egy újsort.
- `true, fail`: Mindig sikerül ill. mindig meghiúsul.
- `trace, notrace`: A (teljes) nyomkövetést be- ill. kikapcsolja.
- `spy Predikátum`: Töréspontot helyez a `Predikátum`-ra.
- Példák:

```
| ?- write(+(1,*(2,3))), write('  '), write_canonical(1+2*3), nl.
1+2*3  +(1,*(2,3))
yes
| ?- :- szuloje('István', X), write(X), write(' '), fail ; true.
Géza Sarolt
```

- A Prolog interaktív felületén használható `'?-'` és `':-'` előtagokról:
  - `'?-'` — **kérdés**: (alapértelmezés, elhagyható): futtasd le a célsorozatot, írd ki a változó-behelyettesítéseket, ha van változó, kérdezz a további megoldásról!
  - `':-'` — **direktíva**: futtasd a célsorozatot, első megoldásig, csak meghiúsuláskor szólj!

A PROLOG NYELV BEMUTATÁSA

A Prolog/LP rövid történeti áttekintése

1960-as évek	Tételbizonyító programok
1970-72	A logikai programozás elméleti alapjai (R A Kowalski)
1972	Az első Prolog interpreter (A Colmerauer)
1975	A második Prolog interpreter (Szeredi P)
1977	Az első Prolog fordítóprogram (D H D Warren)
1977–79	Számos kísérleti Prolog alkalmazás Magyarországon
1981	A japán 5. generációs projekt a logikai programozást választja
1982	A magyar MProlog az egyik első kereskedelmi forgalomba kerülő Prolog megvalósítás
1983	Egy új fordítási modell és absztrakt Prolog gép (WAM) megjelenése (D H D Warren)
1986	Prolog szabványosítás kezdete
1987–89	Új logikai programozási nyelvek (CLP, Gödel stb.)
1990–...	Prolog megjelenése párhuzamos számítógépeken Nagyhatékonyságú Prolog fordítóprogramok .....

Információk a logikai programozásról

- Prolog megvalósítások:
  - SWI Prolog: `http://www.swi-prolog.org/`
  - SICStus Prolog: `http://www.sics.se/sicstus`
  - GNU Prolog: `http://pauillac.inria.fr/~diaz/gnu-prolog/`
- Hálózati információforrások:
  - The WWW Virtual Library: Logic Programming: `http://www.afm.sbu.ac.uk/logic-prog`
  - CMU Prolog Repository: (a `http://www.cs.cmu.edu/afs/cs/project/ai-repository/ai/lang/prolog/` címen belül)
    - Főlap: `0.html`
    - Prolog FAQ: `faq/prolog.faq`
    - Prolog Resource Guide: `faq/prg_1.faq`, `faq/prg_2.faq`

Magyar nyelvű Prolog irodalom

Farkas Zsuzsa, Futó Iván, Langer Tamás, Szeredi Péter:
Az MProlog programozási nyelv.
Műszaki Könyvkiadó, 1989
jó bevezetés, sajnos az MProlog beépített eljárásai nem szabványosak.

Márkusz Zsuzsa: Prologban programozni könnyű.
Novotrade, 1988
mint fent

Futó Iván (szerk.): Mesterséges intelligencia. (9.2 fejezet, Szeredi Péter)
Aula Kiadó, 1999
csak egy rövid fejezet a Prologról

Peter Flach: Logikai Programozás. Az intelligens következtetés példákon keresztül.
Panem — John Wiley & Sons, 2001
jó áttekintés, inkább elméleti érdeklődésű olvasók számára

A PROLOG NYELV KÖZELÍTŐ SZINTAXISA

Predikátumok, klózok

- Példa:

```
% két klózból álló predikátum definíciója, funktora: sum_tree/2
sum_tree(leaf(Val), Val).           %                    1. klóz, tényállítás
sum_tree(node(Left,Right), S) :-    %             fej   \
       sum_tree(Left, S1),          % cél        \      |
       sum_tree(Right, S2),         % cél        | törzs | 2. klóz, szabály
       S is S1+S2.                  % cél        /       /
```

- Szintaxis:

⟨ Prolog program ⟩	::=	⟨ predikátum ⟩ . . .	
⟨ predikátum ⟩	::=	⟨ klóz ⟩ . . .	{azonos funktorú}
⟨ klóz ⟩	::=	⟨ tényállítás ⟩.␣ |	
		⟨ szabály ⟩.␣	{klóz funktora = fej funktora}
⟨ tényállítás ⟩	::=	⟨ fej ⟩	
⟨ szabály ⟩	::=	⟨ fej ⟩ :- ⟨ törzs ⟩	
⟨ törzs ⟩	::=	⟨ cél ⟩, . . .	
⟨ cél ⟩	::=	⟨ kifejezés ⟩	
⟨ fej ⟩	::=	⟨ kifejezés ⟩	

Prolog kifejezések

- Példa — egy klózfej mint kifejezés:

```
%     sum_tree(node(Left,Right), S)    % összetett kif., funktora sum_tree/2
%         |         |             |
% struktúranév     |             argumentum, változó
%                 \- argumentum, összetett kif.
```

- Szintaxis:

⟨ kifejezés ⟩	::=	⟨ változó ⟩ |	{Nincs funktora}
		⟨ konstans ⟩ |	{Funktora: ⟨ konstans ⟩/0}
		⟨ összetett kifejezés ⟩ |	{Funktora: ⟨ struktúranév ⟩/⟨ arg.szám ⟩}
		(⟨ kifejezés ⟩)	{Operátorok miatt, ld. később}
⟨ konstans ⟩	::=	⟨ névkonstans ⟩ |	
		⟨ számkonstans ⟩	
⟨ számkonstans ⟩	::=	⟨ egész szám ⟩ |	
		⟨ lebegőpontos szám ⟩	
⟨ összetett kifejezés ⟩	::=	⟨ struktúranév ⟩ (⟨ argumentum ⟩, . . .)	
⟨ struktúranév ⟩	::=	⟨ névkonstans ⟩	
⟨ argumentum ⟩	::=	⟨ kifejezés ⟩	

Lexikai elemek

- Példák:

```
% változó:            Fakt FAKT _fakt X2 _2 _
% névkonstans:        fakt ≡ 'fakt' 'István' [] ; ',' += ** \= ≡ '\\='
% számkonstans:       0 -123 10.0 -12.1e8
% nem névkonstans:    !=, Istvan
% nem számkonstans:   1e8 1.e2
```

- Szintaxis:

⟨ változó ⟩	::=	⟨ nagybetű ⟩⟨ alfanumerikus jel ⟩. . . |
		_ ⟨ alfanumerikus jel ⟩. . . |
⟨ névkonstans ⟩	::=	' ⟨ idézett karakter kar ⟩. . . ' |
		⟨ kisbetű ⟩⟨ alfanumerikus jel ⟩. . . |
		⟨ tapadó jel ⟩. . . | ! | ; | [] | {}
⟨ egész szám ⟩	::=	{előjeles vagy előjeltelen számjegysorozat}
⟨ lebegőpontos szám ⟩	::=	{belsejében tizedespontot tartalmazó számjegysorozat esetleges exponenssel}
⟨ idézett karakter ⟩	::=	{tetszőleges nem ' és nem \ karakter} | \ ⟨ escape szekvencia ⟩
⟨ alfanumerikus jel ⟩	::=	⟨ kisbetű ⟩ | ⟨ nagybetű ⟩ | ⟨ számjegy ⟩ | _
⟨ tapadó jel ⟩	::=	+ | - | * | / | \ | $ | ^ | < | > | = | ` | ~ | : | . | ? | @ | # | &

Szintaktikus édesítőszer: operátorok

- Példa:

```
% S is -S1+S2 ekvivalens az is(S, +(-(S1),S2)) kifejezéssel
```

- Operátoros kifejezések

  ⟨ összetett kifejezés ⟩ ::=

⟨ struktúranév ⟩ (⟨ argumentum ⟩, . . .)	{eddig csak ez volt}
| ⟨ argumentum ⟩ ⟨ operátornév ⟩ ⟨ argumentum ⟩	{infix kifejezés}
| ⟨ operátornév ⟩ ⟨ argumentum ⟩	{prefix kifejezés}
| ⟨ argumentum ⟩ ⟨ operátornév ⟩	{posztfix kifejezés}

  ⟨ operátornév ⟩ ::= ⟨ struktúranév ⟩ {ha operátorként lett definiálva}

- Operátor-kezelő beépített predikátumok:
  - `op(Prioritás, Fajta, OpNév)` vagy `op(Prioritás, Fajta, [OpNév`$_1$`,OpNév`$_2$`,...])`:
    - `Prioritás`: 0–1200 közötti egész
    - `Fajta`: az `yfx`, `xfy`, `xfx`, `fy`, `fx`, `yf`, `xf` névkonstansok egyike
    - `OpNév`: tetszőleges névkonstans
    - pozitív prioritás esetén definiálja az operátor(oka)t, 0 prioritás esetén megszünteti azokat.
  - `current_op(Prioritás, Fajta, OpNév)`: felsorolja a definiált operátorokat.

Szabványos, beépített operátorok

Szabványos operátorok

```
1200 xfx  :- -->
1200  fx  :- ?-
1100 xfy  ;
1050 xfy  ->
1000 xfy  ','
 900  fy  \+
 700 xfx  < = \= =..
          =:= =< == \==
          =\= > >= is
          @< @=< @> @>=
 500 yfx  + - /\ \/
 400 yfx  * / // rem
          mod << >>
 200 xfx  **
 200 xfy  ^
 200  fy  - \
```

Egyéb beépített operátorok

```
1150  fx  dynamic multifile
          block meta_predicate
 900  fy  spy nospy
 550 xfy  :
 500 yfx  #
 500  fx  +
```


Operátorok jellemzői

- Egy operátort jellemez a fajtája és prioritása
- A fajta meghatározza az operátor-osztályt (írásmódot) és az asszociatívitást:

Fajta			Osztály	Értelmezés
bal-asszoc.	jobb-asszoc.	nem-asszoc.		
`yfx`	`xfy`	`xfx`	infix	`A op B` ≡ `op(A, B)`
	`fy`	`fx`	prefix	`op A` ≡ `op(A)`
`yf`		`xf`	posztfix	`A op` ≡ `op(A)`

- Több-operátoros kifejezésben a zárójelezést a prioritás és az asszociatívitás határozza meg, pl.
  - `a/b+c*d` ≡ `(a/b)+(c*d)` mert `/` és `*` prioritása 400, ami **kisebb** mint a `+` prioritása (500) (kisebb prioritás = **erősebb** kötés).
  - `a+b+c` ≡ `(a+b)+c` mert a `+` operátor fajtája `yfx`, azaz bal-asszociatív (balra köt, balról jobbra zárójelez)
  - `a^b^c` ≡ `a^(b^c)` mert a `^` operátor fajtája `xfy`, azaz jobb-asszociatív (jobbra köt, jobbról balra zárójelez)
  - `a=b=c` szintaktikusan hibás, mert az `=` operátor fajtája `xfx`, azaz nem-asszociatív

Operátorok: zárójelezés

- Induljunk ki egy teljesen zárójelezett, több operátort tartalmazó kifejezésből!
- Egy részkifejezés prioritása a (legkülső) operátorának a prioritása.
- Egy op prioritású operátor ap prioritású argumentumát körülvevő zárójelpár elhagyható ha:
  - $ap < op$ pl. `a+(b*c)` ≡ `a+b*c` ($ap = 400, op = 500$)
  - $ap = op$, jobb-asszociatív operátor jobboldali argumentuma esetén, pl. `a^(b^c)` ≡ `a^b^c` ($ap = 200, op = 200$)
  - $ap = op$, bal-asszociatív operátor baloldali argumentuma esetén, pl. `(1+2)+3` ≡ `1+2+3`. Kivétel: ha a baloldali argumentum operátora jobb-asszociatív, azaz az előző feltétel alkalmazható.
- Példa a kivétel esetére:
  - ```
    :- op(500, xfy, +^).
    | ?- :- write((1 +^ 2) + 3), nl.  ⇒ (1+^2)+3
    | ?- :- write(1 +^ (2 + 3)), nl.  ⇒ 1+^2+3
    ```
  - tehát: konfliktus esetén az első operátor asszociativitása „győz”.
    ```

Operátorok — kiegészítő megjegyzések

- Azonos nevű, azonos osztályba tartozó operátorok egyidejűleg nem megengedettek.
- Egy program szövegében direktívákkal definiálhatunk operátorokat, pl.

```
:- op(500, xfx, --).          :- op(450, fx, @).

sum_tree(@V, V).              (...)
```

- A „vessző” kettős szerepe
  - struktúra-kifejezés argumentumait választja el
  - 1000 prioritású `xfy` operátorként működik: pl. `(p :- a,b,c) = :-(p,',',(a,',',(b,c)))`
  - a „pucér” vessző (`,`) nem névkonstans, de operátorként aposztrofok nélkül is írható.
  - struktúra-argumentumban 999-nél nagyobb prioritású kifejezést zárójelezni kell:

```
| ?- write_canonical((a,b,c)).  ⇒ ',',(a,',',(b,c))
| ?- write_canonical(a,b,c).    ⇒ ! procedure write_canonical/3 does not exist
```

- Az egyértelmű elemezhetőség érdekében a Prolog szabvány kiköti, hogy
  - operandusként előforduló operátort zárójelbe kell tenni, pl. `Comp = (>)`
  - nem létezhet azonos nevű infix és posztfix operátor.
- Sok Prolog rendszerben nem kötelező betartani ezeket a megszorításokat.

Operátorok felhasználása

- Mire jók az operátorok?
  - aritmetikai eljárások kényelmes irására, pl. `X is (Y+3) mod 4`
  - aritmetikai kifejezések szimbolikus feldolgozására (pl. szimbolikus deriválás)
  - klózok leírására (`:-` és `',' ` is operátor)
  - klózok átadhatók meta-eljárásoknak, pl `asserta( (p(X):-q(X),r(X)) )`
  - eljárásfejek, eljáráshívások olvashatóbbá tételére:

```
:- op(800, xfx, [nagyszülője, szülője]).

Gy nagyszülője N :-  Gy szülője Sz, Sz szülője N.
```

  - adatstruktúrák olvashatóbbá tételére, pl.

```
:- op(100, xfx, [.]).

sav(kén, h.2-s-o.4).
```

- Miért rosszak az operátorok?
  - egyetlen globális erőforrás, ez nagyobb projektben gondot okozhat.

Operátoros példa: polinom behelyettesítési értéke

- Formula: számokból és az ‘x’ névkonstansból ‘+’ és ‘*’ operátorokkal felépülő kifejezés.
- A feladat: Egy formula értékének kiszámolása egy adott `x` érték esetén.

```
% erteke(Kif, X, E): A Kif formula értéke E, az x=X behelyettesítéssel.
erteke(x, X, E) :-
        E = X.
erteke(Kif, _, E) :-
        number(Kif), E = Kif.
erteke(K1+K2, X, E) :-
        erteke(K1, X, E1),
        erteke(K2, X, E2),
        E is E1+E2.
erteke(K1*K2, X, E) :-
        erteke(K1, X, E1),
        erteke(K2, X, E2),
        E is E1*E2.

| ?- erteke((x+1)*x+x+2*(x+x+3), 2, E).
E = 22 ? ;
no
```


A PROLOG VÉGREHAJTÁSI MECHANIZMUSA

A Prolog szemléletmódjai

- A Prolog nyelv terminológiája többféle szemléletből, értelmezésből származik.

Logikai (tételbizonyítási)	Célvezérelt keresési	Procedurális (eljárásszervezési)
predikátum		eljárás
klóz	szabály, tényállítás	(eljárás-változat)
(implikáció következménye) (pozitív literál)	(eljárás/klóz)fej	
(implikáció előfeltételei)	(klóz)törzs	(eljárás)törzs
(negatív literálok)	célsorozat	(eljárás)hívások
(negatív literál)	cél	(eljárás)hívás

A Prolog végrehajtás alapelemei

- (Ismétlés:) A Prolog végrehajtási mechanizmusának különböző szemléletei:
  - SLD rezolúciós tételbizonyítási folyamat
  - Cél-redukciós következtetési módszer
  - Mintaillesztésen és visszalépéses eljárásszervezésen alapuló program-végrehajtás
- A Prolog eljárásos szemlélete
  - Prolog program: eljárások gyűjteménye
  - Prolog eljárás: egy vagy több eljárás-változatból (azonos funktorú klózból) áll
  - Prolog klóz (eljárás-változat): a klózfej tartalmazza az eljárás nevét és a „formális paramétereket”, a klóztörzsben az eljáráshívásokban a meghívandó eljárások neve és az „aktuális paraméterek” szerepel.
- Prolog eljárásvégrehajtási modellek
  - Redukciós modell: makró-szerűen végrehajtandó eljáráshívási lépések (= redukciós lépések) sorozata, zsákutca esetén visszalépéssel — ez a korábbi cél redukciós modell pontosítása
  - 4-kapus doboz modell: többszörös eredményt szolgáltató eljárások meghívása, sikeres lefutása, új eredmény kérése, eljárás meghiúsulása — ez a beépített nyomkövető modellje.
  - Mindkét modellben az eljáráshívási lépés mintaillesztésen (egyesítésen) alapul

A végrehajtási modellek közös eleme: az egyesítés

- Két kifejezés (pl. egy eljáráshívás és egy klózfej) azonos alakra hozása, változók behelyettesítésével
- Példák
  - Bemenő paraméterátadás — a fej változóit helyettesíti be:
    hívás: `nagyszuloje('Imre', Nsz)`,
    fej: `nagyszuloje(Gy, N)`,
    behelyettesítés: `Gy = 'Imre', N = Nsz`
  - Kimenő paraméterátadás — a hívás változóit helyettesíti be:
    hívás: `szuloje('Imre', Sz)`,
    fej: `szuloje('Imre', 'István')`,
    behelyettesítés: `Sz = 'István'`
  - Bemenő/kimenő paraméterátadás — a fej és a hívás változóit is behelyettesíti:
    hívás: `fa_levele(leaf(5), Sum)`
    fej: `fa_levele(leaf(V), V)`
    behelyettesítés: `V = 5, Sum = 5`

Egyesítés: változók behelyettesítése

- A behelyettesítés fogalma
  - A behelyettesítés egy olyan függvény, amely bizonyos változókhoz kifejezéseket rendel.
    - Példa: $\sigma = \{$`X`$\leftarrow$`a`, `Y`$\leftarrow$`s(b,B)`, `Z`$\leftarrow$`C`$\}$. Itt $Dom(\sigma) = \{X, Y, Z\}$
    - A σ behelyettesítés `X`-hez `a`-t, `Y`-hoz `s(b,B)` -t `Z`-hez `C`-t rendeli. Jelölés: $X\sigma = a$ stb.
  - A behelyettesítés-függvény természetes módon kiterjeszthető az összes kifejezésre:
    - $K\sigma$: σ alkalmazása K kifejezésre: σ behelyettesítéseit *egyidejűleg* elvégezzük K-ban.
    - Példa: `f(g(Z,h),A,Y)`$\sigma =$ `f(g(C,h),A,s(b,B))`
  - A σ és θ behelyettesítések kompozíciója ($\sigma \otimes \theta$) — egymás utáni alkalmazásuk
    - A $\sigma \otimes \theta$ behelyettesítés az $x \in Dom(\sigma)$ változókhoz az $(x\sigma)\theta$ kifejezést, a többi $y \in Dom(\theta) \backslash Dom(\sigma)$ változóhoz $y\theta$-t rendeli ($Dom(\sigma \otimes \theta) = Dom(\sigma) \cup Dom(\theta)$):
      $$\sigma \otimes \theta = \{\, x \leftarrow (x\sigma)\theta \mid y \in Dom(\sigma) \} \cup \{\, y \leftarrow y\theta \mid y \in Dom(\theta) \backslash Dom(\sigma) \,\}$$
    - Pl. $\theta =$ {`X`$\leftarrow$`b`, `B`$\leftarrow$`d`} esetén $\sigma \otimes \theta =$ {`X`$\leftarrow$`a`, `Y`$\leftarrow$`s(b,d)`, `Z`$\leftarrow$`C`, `B`$\leftarrow$`d`}
- Egy G kifejezés **általánosabb** mint egy S, ha létezik olyan ρ behelyettesítés, hogy $S = G\rho$
  - Példa: $G =$`f(A,Y)` általánosabb mint $S =$`f(1,s(Z))`, mert $\rho =$ {`A`$\leftarrow 1$, `Y`$\leftarrow$`s(Z)`} esetén $S = G\rho$.

Egyesítés: legáltalánosabb egyesítő

- A és B kifejezések egyesíthetőek ha létezik egy olyan σ behelyettesítés, hogy $A\sigma = B\sigma$. Ezt az $A\sigma = B\sigma$ kifejezést A és B egyesített alakjának nevezzük.
- Két kifejezésnek általában több egyesített alakja lehet.
  - Példa: A =`f(X, Y)` és B =`f(s(U), U)` egyesített alakja pl.
    - K_1 =`f(s(a),a)` a $\sigma_1 = \{$`X`$\leftarrow$`s(a)`, `Y`$\leftarrow$`a`, `U`$\leftarrow$`a`$\}$ behelyettesítéssel
    - K_2 =`f(s(U),U)` a $\sigma_2 = \{$`X`$\leftarrow$`s(U)`, `Y`$\leftarrow$`U`$\}$ behelyettesítéssel
    - K_3 =`f(s(Y),Y)` a $\sigma_3 = \{$`X`$\leftarrow$`s(Y)`, `U`$\leftarrow$`Y`$\}$ behelyettesítéssel
- A és B legáltalánosabb egyesített alakja egy olyan C kifejezés, amely A és B minden egyesített alakjánál általánosabb
  - A fenti példában K_2 és K_3 legáltalánosabb egyesített alakok
- **Tétel**: A legáltalánosabb egyesített alak, változó-átnevezéstől eltekintve egyértelmű.
- A és B legáltalánosabb egyesítője egy olyan $\sigma = mgu(A, B)$ behelyettesítés, amelyre $A\sigma$ és $B\sigma$ a két kifejezés legáltalánosabb egyesített alakja.
  - A fenti példában σ_2 és σ_3 legáltalánosabb egyesítő.
- **Tétel**: A legáltalánosabb egyesítő, változó-átnevezéstől eltekintve egyértelmű.

Az egyesítési algoritmus

- Az egyesítési algoritmus
  - bemenete: két Prolog kifejezés: A és B
  - feladata: a két kifejezés egyesíthetőségének eldöntése
  - eredménye: sikeresség esetén a legáltalánosabb egyesítő ($mgu(A, B)$) előállítása.
- Az egyesítési algoritmus, $\sigma = mgu(A, B)$ előállítása
  1. Ha A és B azonos változók vagy konstansok, akkor $\sigma = \{\}$ (üres behelyettesítés).
  2. Egyébként, ha A változó, akkor $\sigma = \{A \leftarrow B\}$.
  3. Egyébként, ha B változó, akkor $\sigma = \{B \leftarrow A\}$.
  4. Egyébként, ha A és B azonos nevű és argumentumszámú összetett kifejezések és argumentum-listáik $A_1,\ldots,A_N$ ill. $B_1,\ldots,B_N$, és
     a. A_1 és B_1 legáltalánosabb egyesítője σ_1,
     b. $A_2\sigma_1$ és $B_2\sigma_1$ legáltalánosabb egyesítője σ_2,
     c. $A_3\sigma_1\sigma_2$ és $B_3\sigma_1\sigma_2$ legáltalánosabb egyesítője σ_3,
     d. ...

     akkor $\sigma = \sigma_1 \otimes \sigma_2 \otimes \sigma_3 \otimes \ldots$.
  5. Minden más esetben a A és B nem egyesíthető.

Egyesítési példák

- A = `fa_levele(leaf(V), V)`, B = `fa_levele(leaf(5), S)`
  - (4.) A és B neve és argumentumszáma megegyezik
    - (a.) `mgu(leaf(V), leaf(5))` (4., majd 2. szerint) = $\{$`V`$\leftarrow$`5`$\} = \sigma_1$
    - (b.) `mgu(V`σ_1`, S)` = `mgu(5, S)` (3. szerint) = $\{$`S`$\leftarrow$`5`$\} = \sigma_2$
  - tehát $mgu(A, B) = \sigma_1 \otimes \sigma_2 = \{$`V`$\leftarrow$`5`, `S`$\leftarrow$`5`$\}$
- A = `node(leaf(X), T)`, B = `node(T, leaf(3))`
  - (4.) A és B neve és argumentumszáma megegyezik
    - (a.) `mgu(leaf(X), T)` (3. szerint) = $\{$`T`$\leftarrow$`leaf(X)`$\} = \sigma_1$
    - (b.) `mgu(T`σ_1`, leaf(3))` = `mgu(leaf(X), leaf(3))` (4, majd 2. szerint) = $\{$`X`$\leftarrow$`3`$\} = \sigma_2$
  - tehát $mgu(A, B) = \sigma_1 \otimes \sigma_2 = \{$`T`$\leftarrow$`leaf(3)`, `X`$\leftarrow$`3`$\}$

Egyesítési példák a gyakorlatban

- (Ismétlés:) Az `= /2` beépített eljárás egyesíti a két argumentumát
- Példák:

```
| ?- 3--(4--5) = Left--Right.
       Left = 3, Right = 4--5 ?
| ?- node(leaf(X), T) = node(T, leaf(3)).
       T = leaf(3), X = 3 ?
| ?- X*Y = 1+2*3.
       no
| ?- X*Y = (1+2)*3.
       X = 1+2, Y = 3 ?
| ?- f(X, 3/Y-X, Y) = f(U, B-a, 3).
       B = 3/3, U = a, X = a, Y = 3 ?
| ?- f(f(X), U+2*2) = f(U, f(3)+Z).
       U = f(3), X = 3, Z = 2*2 ?
```

Az egyesítés kiegészítése: előfordulás-ellenőrzés (*occurs check*)

- Kérdés: `X` és `s(X)` egyesíthető-e?
  - A matematikai válasz: *nem*, egy változó nem egyesíthető egy olyan struktúrával, amelyben előfordul (ez az előfordulás-ellenőrzés).
  - Az ellenőrzés költséges, ezért alaphelyzetben nem alkalmazzák.
  - Szabványos eljárásként rendelkezésre áll: `unify_with_occurs_check/2`
  - Kiterjesztés (pl. SICStus): az előfordulás-ellenőrzés elhagyása miatt keletkező ciklikus kifejezések tisztességes kezelése.
- Példák:

```
| ?- X = s(1,X).
        X = s(1,s(1,s(1,s(1,s(...))))) ?
| ?- unify_with_occurs_check(X, s(1,X)).
        no
| ?- X = s(X), Y = s(s(Y)), X = Y.
        X = s(s(s(s(...)))), Y = s(s(s(s(...)))) ?
```


A redukciós végrehajtási modell

- A redukciós végrehajtási modell alapgondolata
  - A végrehajtás egy állapota: egy célsorozat
  - A végrehajtás kétféle lépésből áll:
    - redukciós lépés: egy célsorozat + klóz → új célsorozat
    - zsákutca esetén visszalépés: visszatérés a legutolsó választási ponthoz
  - Választási pont:
    - egy olyan redukciós lépés amely nem a legutolsó klózzal illesztett
    - visszalépéskor visszatérünk a korábbi célsorozathoz és a **további** klózok között keresünk illeszthetőt
    - emiatt a választási pontban a célsorozat mellett az illesztett klóz sorszámát is tárolni kell
    - az ún. indexelés segít a választási pontok számának csökkentésében
- A redukciós modell keresési fával szemléltethető
  - A végrehajtás során a fa csomópontjait járjuk be mélységi kereséssel
  - A fa gyökerétől egy adott pontig terjedő szakaszon kell a választási pontokat megjegyezni — ez a választási verem (choice point stack)

Prolog végrehajtási példa — redukciós nyomkövető

```
fa_levele(leaf(V), V).                                          % (1)
fa_levele(node(L,R), V) :- fa_levele(L, V).                     % (2)
fa_levele(node(L,R), V) :- fa_levele(R, V).                     % (3)

proba(X) :-
  fa_levele(node(leaf(3),node(leaf(5),leaf(2))), X), X > 4.     % (1)

% Kezdeti célsorozat:
G0:   proba(X) ?
|     % Redukciós lépés a proba/1 eljárás egyetlen klózával
|                                     (1) X_1 = X
G1:   fa_levele(node(leaf(3),node(leaf(5),leaf(2))),X), X>4 ?
|                                     (2) L_2 = leaf(3), R_2 = node(leaf(5),leaf(2)), V_2 = X
|-----G2:   fa_levele(leaf(3),X), X>4 ?
|     |                               (1) X = 3, V_3 = 3
|     G3:   3>4 ?
|     % Meghiúsulás esetén visszatérünk egy korábbi állapotba (itt G1)
|     |<<<< Failing back to goal G1
|                                     (3) L_5 = leaf(3), R_5 = node(leaf(5),leaf(2)), V_5 = X
G5:   fa_levele(node(leaf(5),leaf(2)),X), X>4 ?
|                                        (2) L_6 = leaf(5), R_6 = leaf(2), V_6 = X
|-----G6:   fa_levele(leaf(5),X), X>4 ?
|     |                               (1) X = 5, V_7 = 5
|     G7:   5>4 ?
|     % Redukciós lépés beépített eljárással (BIP = built-in predicate)
|     | BIP
|     G8:   [] ?
|     |++++ Solution: X = 5 ?
```


A redukciós modell alapeleme: redukciós lépés

- Redukciós lépés: egy célsorozat redukálása egy újabb célsorozattá
  - egy programklóz segítségével (az első cél felhasználói eljárást hív):
    - A klózt **lemásoljuk**, minden változót szisztematikusan új változóra cserélve.
    - A célsorozatot szétbontjuk az első hívásra és a maradékra.
    - Az első hívást **egyesítjük** a klózfejjel
    - A szükséges behelyettesítéseket elvégezzük a klóz **törzs**én és a **célsorozat** maradékán is
    - Az új célsorozat: a klóztörzs és utána a maradék célsorozat
    - Ha a hívás és a klózfej nem egyesíthető, akkor a redukciós lépés meghiúsul.
  - egy beépített eljárás segítségével (az első cél beépített eljárást hív):
    - A célsorozatot szétbontjuk az első hívásra és a maradékra.
    - A beépített eljáráshívást végrehajtjuk.
    - Ez lehet sikeres (változó-behelyettesítésekkel), vagy lehet sikertelen.
    - Siker esetén a behelyettesítéseket elvégezzük a célsorozat maradékán.
    - Az új célsorozat: az első hívás elhagyása után fennmaradó maradék célsorozat.
    - Ha a beépített eljárás hívása sikertelen, akkor a redukciós lépés meghiúsul.

A Prolog végrehajtási algoritmusa

1. *(Kezdeti beállítások:)* A verem üres, `CS := célsorozat`
2. *(Beépített eljárások:)* Ha `CS` első célja beépített akkor hajtsuk végre,
   a. Ha sikertelen ⇒ 6. lépés.
   b. Ha sikeres, `CS :=` a redukciós lépés eredménye ⇒ 5. lépés.
3. *(Klózszámláló kezdőértékezése:)* `I = 1`.
4. *(Redukciós lépés:)* Tekintsük `CS` első hívásához illeszthető klózok listáját. Ez lehet a predikátum összes klóza, vagy (indexelés esetén) ennek egy részsorozata. Tegyük fel, hogy ez a lista `N` elemű.
   a. Ha `I > N` ⇒ 6. lépés.
   b. Redukciós lépés a lista `I`-edik klóza és a `CS` célsorozat között.
   c. Ha sikertelen, akkor `I := I+1` ⇒ 4. lépés.
   d. Ha `I < N` (nem utolsó), akkor vermeljük `<CS,I>`-t.
   e. `CS :=` a redukciós lépés eredménye
5. *(Siker:)* Ha `CS` üres, akkor sikeres vég, egyébként ⇒ 2. lépés.
6. *(Sikertelenség:)* Ha a verem üres, akkor sikertelen vég.
7. *(Visszalépés:)* Ha a verem nem üres, akkor leemeljük a veremből `<CS, I>`-t, `I := I+1`, és ⇒ 4. lépés.

Indexelés

- Mi az indexelés?
  - egy hívásra illeszthető klózok gyors kiválasztása,
  - egy eljárás klózainak fordítási idejű csoportosításával,
- A legtöbb Prolog rendszer, így a SICStus Prolog is, az első fej-argumentum alapján indexel (first argument indexing).
- Az indexelés alapja az első fejargumentum külső funktora:
  - `C` szám vagy névkonstans esetén `C/0`;
  - `R` nevű és `N` argumentumú struktúra esetén `R/N`;
  - változó esetén nem értelmezett (minden funktorhoz besoroltatik).
- Az indexelés megvalósítása:
  - Fordítási időben a funktorokhoz elkészítjük az illeszthető klózok listáját
  - Futáskor lényegében konstans idő alatt választunk a részhalmazok közül.
  - *Fontos:* ha egyelemű a részhalmaz, nem hozunk létre választási pontot!
- Például `szuloje('István', X)` kételemű klózlistára szűkít, de `szuloje(X, 'István')` mind a 6 klózt megtartja (mert a SICStus Prolog csak az első argumentum szerint indexel)

Redukciós modell — előnyök és hátrányok

- Előnyök
  - (viszonylag) egyszerű és (viszonylag) precíz definíció
  - a keresési tér megjeleníthető, grafikusan szemléltethető
- Hátrányok
  - az eljárásokból való kilépést elfedi, pl.

```
p :- q, r.              G0:   p ?
q :- s, t.              G1:   q, r ?
s.                      G2:   s, t, r ?
t.                      G3:   t, r ?
r.                      G4:   r ?      ⇐ q-ból való kilépés
                        G5:   [] ?
```

  - nem jól illeszkedik a Prolog megvalósítások tényleges végrehajtási mechanizmusához
  - nem alkalmazható „igazi” Prolog programok nyomkövetésére (hosszú célsorozatok)
- Ezért van létjogosultsága egy másik modellnek:
  - eljárás-doboz (procedure box) modell
  - (szokás még 4-kapus doboz ill. Byrd doboz modellnek is nevezni)
  - a Prolog rendszerek nyomkövető szolgáltatása erre a modellre épül

Az eljárás-doboz modell

- A Prolog eljárás-végrehajtás két fázisa
  - előre menő végrehajtás: egymásba skatulyázott eljárás-belépések és -kilépések
  - visszafelé menő végrehajtás: újabb megoldás kérése egy már lefutott eljárástól
- Egy egyszerű példa

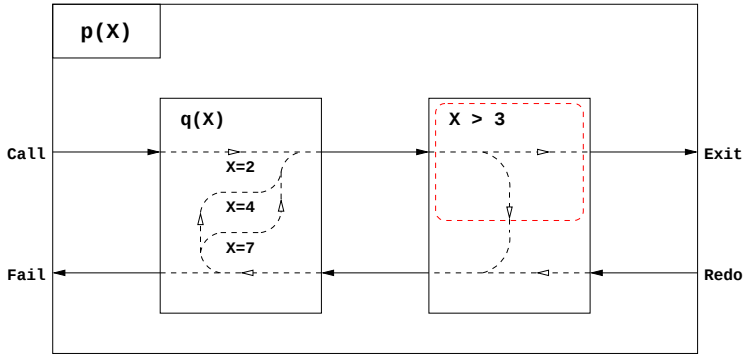
```
q(2).  q(4).  q(7).                    p(X) :- q(X), X > 3.
```

  - Belépünk a `p/1` eljárásba (Hívási kapu, Call port)
  - Belépünk a `q/1` eljárásba (Call)
  - A `q/1` eljárás sikeresen lefut a `q(2)` eredménnyel (Kilépési kapu, Exit port)
  - A `> /2` eljárásba belépünk a `2>3` hívással (Call)
  - A `> /2` eljárás sikertelenül fut le (Meghiúsulási kapu, Fail port)
  - (visszafelé menő futás): visszatérünk (a már lefutott) `q/1`-be, újabb megoldást kérve (Újra kapu, Redo Port)
  - A `q/1` eljárás sikeresen lefut a `q(4)` eredménnyel (Exit)
  - A `4>3` eljáráshívással a `> /2`-be belépünk majd sikeresen kilépünk (Call, Exit)
  - A `p/1` eljárás sikeresen lefut `p(4)` eredménnyel (Exit)

Eljárás-doboz modell — grafikus szemléltetés

```
q(2).  q(4). q(7).
```

```
p(X) :- q(X), X > 3.
```



Eljárás-doboz modell — egyszerű nyomkövetési példa

- Az előző példa nyomkövetése SICStus Prologban

```
q(2).  q(4). q(7).

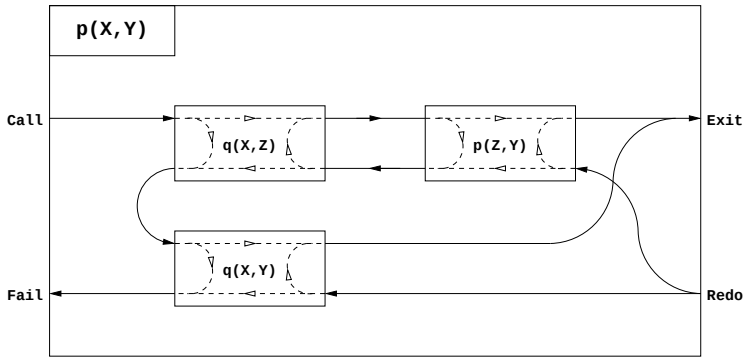
p(X) :- q(X), X > 3.


| ?- trace, p(X).
        1      1 Call: p(_463) ?
        2      2 Call: q(_463) ?
?       2      2 Exit: q(2) ?          % ? ≡ nemdeterminisztikus kilépés
        3      2 Call: 2>3 ?
        3      2 Fail: 2>3 ?
        2      2 Redo: q(2) ?          % visszafelé menő végrehajtás
?       2      2 Exit: q(4) ?
        4      2 Call: 4>3 ?
        4      2 Exit: 4>3 ?
?       1      1 Exit: p(4) ?
X = 4 ? ;
        1      1 Redo: p(4) ?          % visszafelé menő végrehajtás
        2      2 Redo: q(4) ?          % visszafelé menő végrehajtás
        2      2 Exit: q(7) ?
        5      2 Call: 7>3 ?
        5      2 Exit: 7>3 ?
        1      1 Exit: p(7) ?
X = 7 ? ;
no
```


Eljárás-doboz; egy összetettebb példa

```
p(X,Y) :- q(X,Z), p(Z,Y).
p(X,Y) :- q(X,Y).

q(1,2). q(2,3), q(2,4).
```



Eljárás-doboz modell — „kapcsolási” alapelvek

- Hogyan építhető fel egy „szülő” eljárás doboza a benne hívott eljárások dobozaiból?
- Feltehető, hogy a klózfejekben (különböző) változók vannak, a fej-egyesítéseket hívás(okk)á alakítva
- Előre menő végrehajtás:
  - A szülő Hívás kapuját az első klóz első hívásának Hívás kapujára kötjük.
  - Egy rész-eljárás Kilépési kapuját
    - a következő hívás Hívás kapujára, vagy,
    - ha nincs következő hívás, akkor a szülő Kilépési kapujára kötjük
- Visszafelé menő végrehajtás:
  - Egy rész-eljárás Meghiúsulási kapuját
    - az előző hívás Újra kapujára, vagy,
    - ha nincs előző hívás, akkor a következő klóz első hívásának Hívás kapujára, vagy
    - ha nincs következő klóz, akkor a szülő Meghiúsulási kapujára kötjük
  - A szülő Újra kapuját mindegyik klóz utolsó hívásának Újra kapujára kötjük
    - mindig arra a klózra térünk vissza, amelyben legutoljára volt a vezérlés

Eljárás-doboz modell — OO szemléletben

- Minden eljáráshoz tartozik egy osztály, amelynek van egy konstruktor függvénye (amely megkapja a hívási paramétereket) és egy „adj egy (következő) megoldást” metódusa.
- Az osztály nyilvántartja, hogy hányadik klózban jár a vezérlés
- A metódus első meghívásakor az első klóz első Hívás kapujára adja a vezérlést
- Amikor egy részeljárás Hívás kapuhoz érkezünk, **létrehozunk** egy példányt a meghívandó eljárásból, majd
- meghívjuk az eljáráspéldány „következő megoldás” metódusát (*)
  - Ha ez sikerül, akkor a vezérlés átkerül a következő hívás Hívás kapujára, vagy a szülő Kilépési kapujára
  - Ha ez meghiúsul, akkor **megszüntetjük** az eljáráspéldányt majd ugrunk az előző hívás Újra kapujára, vagy a következő klóz elejére, stb.
- Amikor egy Újra kapuhoz érkezünk, a (*) lépésnél folytatjuk.
- A szülő Újra kapuja (a „következő megoldás” nem első hívása) a tárolt klózsorszámnak megfelelő klózban az utolsó Újra kapura adja a vezérlést.

OO szemléletű dobozok: `pp/2` „következő megoldás” metódusának C++ kódja

```
boolean p::next()
{ switch(clno) {
  case 0:                   // entry point for the Call port
    clno = 1;               // enter clause 1:                          p(X,Y) :- q(X,Z), p(Z,Y).
    qaptr = new q(x, &z);   // create a new instance of subgoal q(X,Z)
  redo11:
    if(!qaptr->next()) {    // if q(X,Z) fails
      delete qaptr;         // destroy it,
      goto cl2;             // and continue with clause 2 of p/2
    }
    pptr = new p(z, py);    // otherwise, create a new instance of subgoal p(Z,Y)
  case 1:                   // (enter here for Redo port if clno==1)
    /* redo12: */
    if(!pptr->next()) {     // if p(Z,Y) fails
      delete pptr;          // destroy it,
      goto redo11;          // and continue at redo port of q(X,Z)
    }
    return TRUE;            // otherwise, exit via the Exit port
  cl2:
    clno = 2;               // enter clause 2:                          p(X,Y) :- q(X,Y).
    qbptr = new q(x, py);   // create a new instance of subgoal q(X,Y)
  case 2:                   // (enter here for Redo port if clno==1)
    /* redo21: */
    if(!qbptr->next()) {    // if q(X,Y) fails
      delete qbptr;         // destroy it,
      return FALSE;         // and exit via the Fail port
    }
    return TRUE;            // otherwise, exit via the Exit port
  } }
```


Visszalépéses keresés — egy aritmetikai példa

- Példa: „jó” számok keresése
- A feladat: keressük meg azokat a kétjegyű számokat amelyek négyzete háromjegyű és a szám fordítottjával kezdődik
- A program:

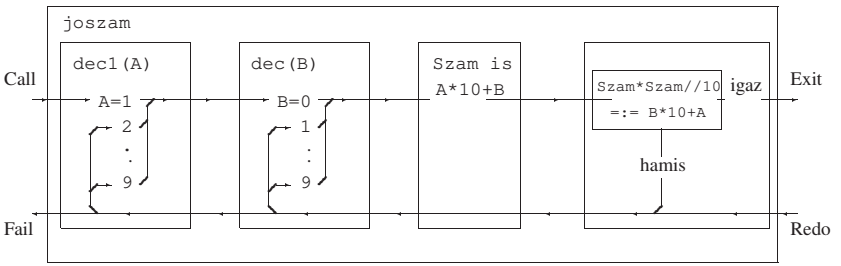
```
% dec1(J): J egy pozitív decimális számjegy.
dec1(1). dec1(2). dec1(3). dec1(4).
dec1(5). dec1(6). dec1(7). dec1(8). dec1(9).

% dec(J): J egy decimális számjegy.
dec(0).
dec(J) :- dec1(J).

% Szam négyzete háromjegyű és a Szam fordítottjával kezdődik.
joszam(Szam):-
        dec1(A), dec(B),
        Szam is A * 10 + B, Szam * Szam // 10 =:= B * 10 + A.
```


Prolog végrehajtás — a 4-kapus doboz modell

```
joszam(Szam):-
        dec1(A), dec(B),
        Szam is A * 10 + B, Szam * Szam // 10 =:= B * 10 + A.
```



Visszalépéses keresés — számintervallum felsorolása

- `dec(J)` felsorolta a 0 és 9 közötti egész számokat
- Általánosítás: soroljuk fel az `N` és `M` közötti egészeket (`N` és `M` maguk is egészek)

```
% between(M, N, I): M =< I =< N, I egész.
between(M, N, M) :-
        M =< N.
between(M, N, I) :-
        M < N,
        M1 is M+1,
        between(M1, N, I).

% dec(X): X egy decimális számjegy
dec(X) :- between(0, 9, X).

| ?- between(1, 2, _X), between(3, 4, _Y), Z is 10*_X+_Y.
Z = 13 ? ;
Z = 14 ? ;
Z = 23 ? ;
Z = 24 ? ;
no
```


A SICStus eljárás-doboz alapú nyomkövetése — legfontosabb parancsok

- Alapvető nyomkövetési parancsok
  - `h <RET>` (help) — parancsok listázása
  - `c <RET>` (creep) vagy `<RET>` — továbblépés minden kapunál megálló nyomkövetéssel
  - `l <RET>` (leap) — csak töréspontnál áll meg, de a dobozokat építi
  - `z <RET>` (zip) — csak töréspontnál áll meg, dobozokat nem épít
  - `+ <RET>` ill. `- <RET>` — töréspont rakása/eltávolítása a kurrens predikátumra
  - `s <RET>` (skip) — eljárástörzs átlépése (Call/Redo ⇒ Exit/Fail)
  - `o <RET>` (out) — kilépés az eljárástörzsből
- A Prolog végrehajtást megváltoztató parancsok
  - `u <RET>` (unify) — a kurrens hívást végrehajtás helyett egyesíti egy beolvasott kifejezéssel.
  - `r <RET>` (retry) — újrakezdi a kurrens hívás végrehajtását (ugrás a Call kapura)
- Információ-megjelenítő és egyéb parancsok
  - `w <RET>` (write) — a hívás kiírása mélység-korlátozás nélkül
  - `b <RET>` (break) — új, beágyazott Prolog interakciós szint létrehozása
  - `n <RET>` (notrace) — nyomkövető kikapcsolása
  - `a <RET>` (abort) — a kurrens futás abbahagyása

TOVÁBBI VEZÉRLÉSI SZERKEZETEK

Negáció

- Korábbi feladat:
  - Az 1, 3, 4, 6 számokból a négy alapművelet felhasználásával állítsuk elő a 24 számértéket!
- Érdekes kérdés: melyik az első természetes szám, amely **nem** áll elő pl. az 1, 3, 4, 6 számokból a négy alapművelet felhasználásával?
- Ehhez negációra van szükségünk: a A `\+ Hívás` akkor és csak akkor sikerül, ha `Hívás` meghiúsul.

```
| ?- between(1, 1000, E), \+ negylevelu_erteke(1,3,4,6, E, _).
E = 34 ? ;
E = 38 ? ;
E = 39 ? ;
E = 44 ? ...
```

A meghiúsulásos negáció (NF — Negation by Failure)

- A `\+ Hívás` beépített meta-eljárás (vö. $\nvdash$ — nem bizonyítható)
  - végrehajtja a `Hívás` hívást,
  - ha `Hívás` sikeresen lefutott, akkor meghiúsul,
  - egyébként (azaz ha `Hívás` meghiúsult) sikerül.
- `\+ Hívás` futása során `Hívás` legfeljebb egy megoldása áll elő
- `\+ Hívás` sohasem helyettesít be változót
- Gondok a meghiúsulásos negációval:
  - „zárt világ feltételezése” (CWA) — ami nem bizonyítható, az nem igaz.

```
| ?- \+ szuloje('Imre', X).          ----> no
| ?- \+ szuloje('Géza', X).          ----> true ?
```

  - $\backslash + H$ deklaratív szemantikája: $\neg\exists X(H)$, ahol X a H-ban a *hívás pillanatában* behelyettesítetlen változókat jelöli.

```
| ?- \+ X = 1, X = 2.                ----> no
| ?- X = 2, \+ X = 1.                ----> X = 2 ?
```


Példa: együttható meghatározása lineáris kifejezésben

- Formula: számokból és az ‘x’ névkonstansból ‘+’ és ‘*’ operátorokkal épül fel.
- `% :- type kif == {x} \/ number \/ {kif+kif} \/ {kif*kif}.`
- Lineáris formula: a ‘*’ operátor legalább egyik oldalán szám áll.

```
% egyhat(Kif, E): A Kif lineáris formulában az x együtthatója E.
egyhat(x, 1).
egyhat(Kif, E) :-
        number(Kif), E = 0.
egyhat(K1+K2, E) :-
        egyhat(K1, E1),
        egyhat(K2, E2),
        E is E1+E2.
egyhat(K1*K2, E) :-
        number(K1),
        egyhat(K2, E0),
        E is K1*E0.
egyhat(K1*K2, E) :-
        number(K2),
        egyhat(K1, E0),
        E is K2*E0.
```

```
| ?- egyhat(((x+1)*3)+x+2*(x+x+3), E).
E = 8 ? ;
no
```

```
| ?- egyhat(2*3+x, E).
E = 1 ? ;
E = 1 ? ; no
```


Együttható meghatározása: többszörös megoldások kiküszöbölése

- negáció alkalmazásával:

```
(...)
egyhat(K1*K2, E) :-
        number(K1), egyhat(K2, E0), E is K1*E0.
egyhat(K1*K2, E) :-
        \+ number(K1),
        number(K2), egyhat(K1, E0), E is K2*E0.
```

- hatékonyabban, feltételes kifejezéssel:

```
(...)
egyhat(K1*K2, E) :-
        (   number(K1) -> egyhat(K2, E0), E is K1*E0
        ;   number(K2), egyhat(K1, E0), E is K2*E0
        ).
```


Feltételes kifejezések

- Szintaxis (`felt`, `akkor`, `egyébként` tetszőleges célsorozatok):

```
(...) :-
        (...),
        (   felt -> akkor
        ;   egyébként
        ),
        (...).
```

- Deklaratív szemantika: a fenti alak jelentése megegyezik az alábbival, ha a `felt` egy egyszerű feltétel (nem oldható meg többféleképpen):

```
(...) :-
        (...),
        (   felt, akkor
        ;   \+ felt, egyébként
        ),
        (...).
```

Feltételes kifejezések (folyt.)

- Procedurális szemantika
  A `(felt->akkor;egyébként),folytatás` célsorozat végrehajtása:
  - Végrehajtjuk a `felt` hívást.
  - Ha `felt` sikeres, akkor az `akkor,folytatás` célsorozatra redukáljuk a fenti célsorozatot, a `felt` *első* megoldása által eredményezett behelyettesítésekkel. A `felt` cél többi megoldását nem keressük meg.
  - Ha `felt` sikertelen, akkor az `egyébként,folytatás` célsorozatra redukáljuk, behelyettesítés nélkül.
- Többszörös elágaztatás skatulyázott feltételes kifejezésekkel:

```
(   felt1 -> akkor1
;   felt2 -> akkor2
;   ...
)
```

```
(   felt1 -> akkor1
;  (felt2 -> akkor2
;   ...
...))
```

- Az `egyébként` rész elhagyható, alapértelmezése: `fail`.

Feltételes kifejezés — példák

- Faktoriális

```
% fakt(+N, ?F): N! = F.
fakt(N, F) :-
        (   N = 0 -> F = 1                              % N = 0,  F = 1
        ;   N > 0, N1 is N-1, fakt(N1, F1), F is N*F1
        ).
```

- Jelentése azonos a sima diszjunkciós alakkal (lásd komment), de annál hatékonyabb, mert nem hagy maga után választási pontot.
- Szám előjele

```
% Sign = sign(Num)
sign(Num, Sign) :-
        (   Num > 0 -> Sign = 1
        ;   Num < 0 -> Sign = -1
        ;   Sign = 0
        ).
```


Feltételes kifejezés és negáció

- A `\+ felt` negáció kiváltható a `( felt -> fail ; true )` feltételes kifejezéssel.
- Példa: ellenőrizzük, hogy egy adott szám nem levele egy fának

```
nem_levele(Fa, V) :-
        (   fa_levele(F, V) -> fail
        ;   true
        ).
```

- (Ismétlés:) A `\=` beépített eljárás jelentése: az argumentumok nem egyesíthetők, megvalósítása: `X \= Y :- \+ X = Y.`
- A nem-levele példa-eljárás megvalósítható rekurzívan is:

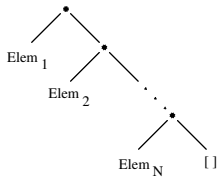
```
nem_levele(leaf(V0), V) :-
        V0 \= V.
nem_levele(node(L, R), V) :-
        nem_levele(L, V),
        nem-levele(R, V).
```

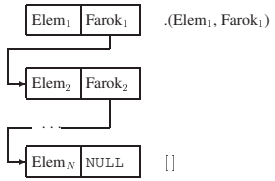
- A diszjunktív (exisztenciális kvantornak megfelelő) `fa_levele` eljárás negáltja egy konjunktív (univerzális kvantoros) bejárás!

LISTÁK PROLOGBAN

A Prolog lista-fogalma

- közönséges adattípus: `% :- type list(T) ---> .(T,list(T)) ; [].`
- `T` típusú elemekből álló lista az vagy egy `'.'/2` struktúra, vagy a `[]` névkonstans. A struktúra első argumentuma `T` típusú, a lista feje (első eleme). A második argumentum `list(T)` típusú, a lista farka (a többi elemből álló lista);
- egyszerűsített írásmód („szintaktikus édesítés”);
- hatékonyabb megvalósítás.
- A listák fastruktúra alakja és megvalósítása





Listák jelölése — szintaktikus édesítőszerek

- `[Fej|Farok]` ≡ `.(Fej, Farok)`
- $[Elem_1, Elem_2, \ldots, Elem_N | Farok] \equiv [Elem_1 | [Elem_2, \ldots, Elem_N | Farok]]$
- $[Elem_1, Elem_2, \ldots, Elem_N] \equiv [Elem_1, Elem_2, \ldots, Elem_N | []]$

```
| ?- [1,2] = [X|Y].                ⇒ X = 1, Y = [2] ?
| ?- [1,2] = [X,Y].                ⇒ X = 1, Y = 2 ?
| ?- [1,2,3] = [X|Y].              ⇒ X = 1, Y = [2,3] ?
| ?- [1,2,3] = [X,Y].              ⇒ no
| ?- [1,2,3,4] = [X,Y|Z].          ⇒ X = 1, Y = 2, Z = [3,4] ?
| ?- L = [1|_], L = [_,2|_].       ⇒ L = [1,2|_A] ? % nyílt végű
| ?- L = .(1,[2,3|[]]).            ⇒ L = [1,2,3] ?
| ?- L = [1,2|.(3,[])].            ⇒ L = [1,2,3] ?
| ?- [X|[3-Y/X|Y]]= .(A, [A-B,6]). ⇒ A=3, B=[6]/3, X=3, Y=[6] ?
```


Tömör és minta-kifejezések, lista-minták, nyílt végű listák

- (Ismétlés:) Tömör (ground) kifejezés: változót nem tartalmazó kifejezés
- Minta: egy általában nem nem tömör kifejezés, mindazon kifejezéseket „képviseli”, amelyek belőle változó-behelyettesítéssel előállnak.
- Lista-minta: listát (is) képviselő minta.
- Nyílt végű lista: olyan lista-minta, amely bármilyen hosszú listát is képvisel.
- Zárt végű lista: olyan lista(-minta), amely egyféle hosszú listát képvisel.

Zárt végű	Milyen listákat képvisel
`[X]`	egyelemű
`[X,Y]`	kételemű
`[X,X]`	két egyforma elemből álló
`[X,1,Y]`	3 elemből áll, 2. eleme `1`

Nyílt végű	Milyen listákat képvisel
`X`	tetszőleges
`[X|Y]`	nem üres (legalább 1 elemű)
`[X,Y|Z]`	legalább 2 elemű
`[a,b|Z]`	legalább 2 elemű, elemei: `a, b, ...`

Listák összefűzése: az `append/3` eljárás

- `append(L1, L2, L3)`: Az `L3` lista az `L1` és `L2` listák elemeinek egymás után fűzésével áll elő (jelöljük: `L3` = `L1`⊕`L2`) — két megoldás:

```
append0([], L2, L) :- L = L2.
append0([X|L1], L2, L) :-
    append0(L1, L2, L3), L = [X|L3].
```

```
append([], L, L).
append([X|L1], L2, [X|L3]) :-
    append(L1, L2, L3).
```

```
    > append0([1,2,3],[4],A)
(2) > append0([2,3],[4],B), A=[1|B]
(2) > append0([3],[4],C), B=[2|C], A=[1|B]
(2) > append0([],[4],D),C=[3|D],B=[2|C],A=[1|B]
(1) > D=[4], C=[3|D], B=[2|C], A=[1|B]
BIP > C=[3,4], B=[2|C], A=[1|B]
BIP > B=[2,3,4], A=[1|B]
BIP > A=[1,2,3,4]
BIP > []
L = [1,2,3,4] ?
```

```
    > append([1,2,3],[4],A), write(A)
(2) > append([2,3],[4],B), write([1|B])
(2) > append([3],[4],C), write([1,2|C])
(2) > append([],[4],D), write([1,2,3|D])
(1) > write([1,2,3,4])
[1,2,3,4]
BIP > []
L = [1,2,3,4] ?
```

- Az `append0/append(L1, ...)` komplexitása: futási ideje arányos `L1` hosszával.
- Miért jobb az `append/3` mint az `append0/3`?
  - `append/3` **jobbrekurzív**, ciklussal ekvivalens (nem fogyaszt vermet)
  - `append([1,...,1000],[0],[2,...])` azonnal, `append0(...)` 1000 lépésben hiúsul meg
  - `append/3` használható szétszedésre is (lásd később), míg `append0/3` nem.

Lista építése *elölről* — nyílt végű listákkal

- Az append eljárás már az első redukciónál felépíti az eredmény fejét

```
append([], L, L).
append([X|L1], L2, [X|L3]) :-     append(L1, L2, L3).

| ?- append([1,2,3], [4], Ered) ⟹  Ered = [1|A], append([2,3], [4], A)
```

- Haladó nyomkövetési lehetőségek ennek demonstrálására
  - `library(debugger_examples)` — példák a nyomkövető programozására, új parancsokra
  - új parancs: '`N` ⟨ név ⟩' — fókuszált argumentum elnevezése
  - szabványos parancs: '`^` ⟨ argszám ⟩' — adott argumentumra fókuszálás
  - új parancs: '`P` [⟨ név ⟩]' — adott nevű (ill összes) kifejezés kiiratása

```
| ?- use_module(library(debugger_examples)).
| ?- trace, append([1,2,3],[4,5,6],A).
        1      1 Call: append([1,2,3],[4,5,6],_543) ? ^ 3
        1      1 Call: ^3 _543 ? N Ered
        1      1 Call: ^3 _543 ? P                    ⇒  Ered = _543
        2      2 Call: append([2,3],[4,5,6],_2700) ? P  ⇒  Ered = [1|_2700]
        3      3 Call: append([3],[4,5,6],_3625) ? P    ⇒  Ered = [1,2|_3625]
        4      4 Call: append([],[4,5,6],_4550) ? P     ⇒  Ered = [1,2,3|_4550]
        4      4 Exit: append([],[4,5,6],[4,5,6]) ? P   ⇒  Ered = [1,2,3,4,5,6]
        3      3 Exit: append([3],[4,5,6],[3,4,5,6]) ?
        2      2 Exit: append([2,3],[4,5,6],[2,3,4,5,6]) ?
        1      1 Exit: append([1,2,3],[4,5,6],[1,2,3,4,5,6]) ?
A = [1,2,3,4,5,6] ? ; no
```


Listák megfordítása

- Naív (négyzetes lépésszámú) megoldás

```
% nrev(L, R): Az R lista az L megfordítása.
nrev([], []).
nrev([X|L], R) :-
    nrev(L, RL),
    append(RL, [X], R).
```

- Lineáris lépésszámú megoldás

```
% reverse(R, L): Az R lista az L megfordítása.
reverse(R, L) :-  revapp(L, [], R).

% revapp(L1, L2, R): L1 megfordítását L2 elé fűzve kapjuk R-t.
revapp([], R, R).
revapp([X|L1], L2, R) :-
    revapp(L1, [X|L2], R).
```

- A `lists` könyvtár tartalmazza az `append/3` és `reverse/2` eljárások definícióját.
- A könyvtár betöltése:

```
:- use_module(library(lists)).
```


`append` és `revapp` — listák gyűjtési iránya

- Prolog megvalósítás

```
append([], L, L).
append([X|L1], L2, [X|L3]) :-
    append(L1, L2, L3).
```

```
revapp([], L, L).
revapp([X|L1], L2, L3) :-
    revapp(L1, [X|L2], L3).
```

- C++ megvalósítás

```
struct link   { link *next;
                char elem;
                link(char e): elem(e) {}
              };
typedef link *list;
```

```
list append(list list1, list list2)
{ list list3, *lp = &list3;
  for (list p=list1; p; p=p->next)
  { list newl = new link(p->elem);
    *lp = newl; lp = &newl->next;
  }
  *lp = list2;
  return list3;
}
```

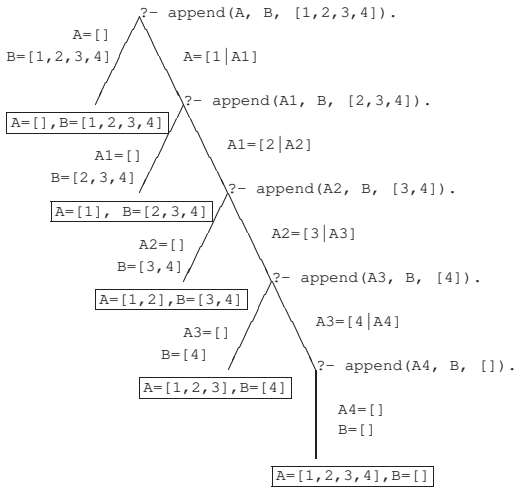
```
list revapp(list list1, list list2)
{ list l = list2;
  for (list p=list1; p; p=p->next)
  { list newl = new link(p->elem);
    newl->next = l; l = newl;
  }

  return l;
}
```


Listák szétbontása az `append/3` segítségével

```
% append(L1, L2, L3):
% Az L3 lista az L1 és L2
% listák elemeinek egymás
% után fűzésével áll elő.
append([], L, L).
append([X|L1], L2, [X|L3]) :-
    append(L1, L2, L3).

| ?- append(A, B, [1,2,3,4]).
A = [], B = [1,2,3,4] ? ;
A = [1], B = [2,3,4] ? ;
A = [1,2], B = [3,4] ? ;
A = [1,2,3], B = [4] ? ;
A = [1,2,3,4], B = [] ? ;
no
```



Variációk appendre 1. — Három lista összefűzése

- Az `append/3` keresési tere **véges**, ha első és harmadik argumentuma közül legalább az egyik zárt végű lista.
- `append(L1,L2,L3,L123)`: `L1` ⊕ `L2` ⊕ `L3` = `L123`

```
append(L1, L2, L3, L123) :-
        append(L1, L2, L12), append(L12, L3, L123).
```

  - Nem hatékony, pl.: `append([1,...,100],[1,2,3],[1], L)` 103 helyett 203 lépés!
  - Szétszedésre nem alkalmas — végtelen választási pontot hoz létre

- Szétszedésre is alkalmas, hatékony változat

```
% L1 ⊕ L2 ⊕ L3 = L123, ahol vagy L1 és L2 vagy L123 adottă(zárt végű).
append(L1, L2, L3, L123) :-
        append(L1, L23, L123), append(L2, L3, L23).
```

  - Az első `append/3` hívás nyílt végű listát állít elő:

```
| ?- append([1,2], L23, L).      ⇒      L = [1,2|L23] ?
```


Mintakeresés append/3-mal

- Párban előforduló elemek

```
% párban(Lista, Elem): A Lista számlistának Elem olyan
% eleme, amely egy ugyanilyen értékű elemmel szomszédos.
párban(L, E) :-
    append(_, [E,E|_], L).

| ?- párban([1,8,8,3,4,4], E).
        E = 8 ? ; E = 4 ? ; no
```

- Dadogó részek

```
% dadogó(L, D): D olyan nem üres részlistája L-nek,
% amelyet egy vele megegyező részlista követ.
dadogó(L, D) :-
        append(_, Farok, L),
        D = [_|_],
        append(D, Vég, Farok),
        append(D, _, Vég).

| ?- dadogó([2,2,1,2,2,1], D).
        D = [2] ? ; D = [2,2,1] ? ; D = [2] ? ; no
```


Keresés listában

- `member(E, L)`: `E` az `L` lista eleme

```
member(Elem, [Elem|_]).
member(Elem, [_|Farok]) :-
        member(Elem, Farok).
```

```
member(Elem, [Fej|Farok]) :-
        (   Elem = Fej
        ;   member(Elem, Farok)
        ).
```

- A `member/2` felhasználási lehetőségei
  - Eldöntendő kérdés

```
| ?- member(2, [1,2,3]).        ⇒   yes
```

  - Megválaszolandó kérdések

```
| ?- member(X, [1,2,3]).        ⇒    X = 1 ? ; X = 2 ? ; X = 3 ?  ; no
| ?- member(X, [1,2,1]).        ⇒    X = 1 ? ; X = 2 ? ; X = 1 ?  ; no
```

  - Vegyes használat, listák metszete

```
| ?- member(X, [1,2,3]),
     member(X, [5,4,3,2,3]).    ⇒    X = 2 ? ; X = 3 ? ; X = 3 ? ; no
```

  - Lista elemévé tesz, végtelen választás!

```
| ?- member(1, L).              ⇒    L = [1|_A] ? ; L = [_A,1|_B] ? ;
                                     L = [_A,_B,1|_C] ? ; ...
```

- A `member/2` keresési tere **véges**, ha második argumentuma zárt végű lista.

member/2 általánosítása: select/3

- `select(Elem, Lista, Marad)`: `Elem`et a `Lista`ból elhagyva marad Marad.

```
select(Elem, [Elem|Marad], Marad).      % Elhagyjuk a fejet, marad a farok.
select(Elem, [X|Farok], [X|Marad0]) :-
        select(Elem, Farok, Marad0).    % A farokból hagyunk el elemet.
```

- Felhasználási lehetőségek:

```
| ?- select(1, [2,1,3], L).             % Adott elem elhagyása
        L = [2,3] ? ; no
| ?- select(X, [1,2,3], L).             % Akármelyik elem elhagyása
        L=[2,3], X=1 ? ;  L=[1,3], X=2 ? ;   L=[1,2], X=3 ? ; no
| ?- select(3, L, [1,2]).               % Adott elem beszúrása!
        L = [3,1,2] ? ; L = [1,3,2] ? ; L = [1,2,3] ? ; no
| ?- select(3, [2|L], [1,2,7,3,2,1,8,9,4]).
                                        % Beszúrható-e 3 az [1,...]-ba
        no                              % úgy, hogy [2,...]-t kapjunk?
| ?- select(1, [X,2,X,3], L).
        L = [2,1,3], X = 1 ? ; L = [1,2,3], X = 1 ? ; no
```

- A `lists` könyvtár tartalmazza a `member/2` és `select/3` eljárások definícióját is.
- A `select/3` keresési tere **véges**, ha 2. és 3. argumentuma közül legalább az egyik zárt végű.

Listák permutációja

- `permutation(Lista, Perm)`: `Lista` permutációja a `Perm` lista.

```
permutation([], []).
permutation(Lista, [Elso|Perm]) :-
        select(Elso, Lista, Maradek),
        permutation(Maradek, Perm).
```

- Felhasználási példák:

```
| ?- permutation([1,2], L).
        L = [1,2] ? ; L = [2,1] ? ; no

| ?- permutation([a,b,c], L).
        L = [a,b,c] ? ; L = [a,c,b] ? ; L = [b,a,c] ? ;
        L = [b,c,a] ? ; L = [c,a,b] ? ; L = [c,b,a] ? ;
        no

| ?- permutation(L, [1,2]).
        L = [1,2] ? ;
        végtelen keresési tér
```

- Ha `permutation/2`-ben az első argumentum ismeretlen, akkor a `select` hívás keresési tere végtelen!

PROLOG PÉLDÁK: ÚTVONALKERESÉS GRÁFBAN

A jegyzet bevezető példája: útvonalkeresés

- A feladat:
  - Tekintsük (autóbusz)járatok egy halmazát.
  - Mindegyik járathoz a két végpont és az útvonal hossza van megadva.
  - Írjunk Prolog eljárást, amellyel megállapítható, hogy két pont összeköthető-e pontosan N csatlakozó járattal!
- Átfogalmazás: egy súlyozott irányítatlan gráfban két pont közötti utat keresünk. Élek:

```
% járat(A, B, H): Az A és B városok között van járat, és hossza H km.
járat('Budapest', 'Prága', 515).
járat('Budapest', 'Bécs', 245).
járat('Bécs', 'Berlin', 635).
járat('Bécs', 'Párizs', 1265).
```

- Irányított élek:

```
% útszakasz(A, B, H): A-ból B-be eljuthatunk egy H úthosszú járattal.
útszakasz(Kezdet, Cél, H) :-
     (   járat(Kezdet, Cél, H)
     ;   járat(Cél, Kezdet, H)
     ).
```


Az útvonalkeresési feladat — folytatás

- Adott lépésszámú útvonal (él-sorozat) és hossza:

```
% útvonal(N, A, B, H): A és B között van (pontosan)
% N szakaszból álló útvonal, amelynek összhossza H.
útvonal(0, Hová, Hová, 0).
útvonal(N, Honnan, Hová, H) :-
    N > 0,
    N1 is N-1,
    útszakasz(Honnan, Közben, H1),
    útvonal(N1, Közben, Hová, H2),
    H is H1+H2.
```

- Futási példa:

```
| ?- útvonal(2, 'Párizs', Hová, H).
        H = 1900, Hová = 'Berlin' ? ;
        H = 2530, Hová = 'Párizs' ? ;
        H = 1510, Hová = 'Budapest' ? ;
        no
```

Körmentes út keresése

- Könyvtár betöltése, adott funktorú eljárások importálásával:

```
:- use_module(library(lists), [member/2]).
```

- Segéd-argumentum: az érintett városok listája, fordított sorrendben

```
% útvonal_2(N, A, B, H): A és B között van (pontosan)
% N szakaszból álló körmentes útvonal, amelynek összhossza H.
útvonal_2(N, Honnan, Hová, H) :-
    útvonal_2(N, Honnan, Hová, [Honnan], H).

% útvonal_2(N, A, B, Kizártak, H): A és B között van pontosan
% N szakaszból álló körmentes, Kizártak elemein át nem menő H hosszú út.
útvonal_2(0, Hová, Hová, Kizártak, 0).
útvonal_2(N, Honnan, Hová, Kizártak, H) :-
    N > 0, N1 is N-1, útszakasz(Honnan, Közben, H1),
    \+ member(Közben, Kizártak),
    útvonal_2(N1, Közben, Hová, [Közben|Kizártak], H2), H is H1+H2.
```

- Példa-futás:

```
| ?- útvonal_2(2, 'Párizs', Hová, H).
        H = 1900, Hová = 'Berlin' ? ;
        H = 1510, Hová = 'Budapest' ? ; no
```


Továbbfejlesztés: körmentes út keresése, útvonal-gyűjtéssel

- Az alapötlet: a `Kizártak` listában gyűlik a (fordított) útvonal.
- A rekurzív eljárásban szükséges egy **új argumentum**, hogy az útvonalat kiadjuk!

```
:- use_module(library(lists), [member/2, reverse/2]).

% útvonal_3(N, A, B, Út, H): A és B között van (pontosan)
% N szakaszból álló körmentes Út útvonal, amelynek összhossza H.
útvonal_3(N, Honnan, Hová, Út, H) :-
    útvonal_3(N, Honnan, Hová, [Honnan], FÚt, H),
    reverse(FÚt, Út).

% útvonal_3(N, A, B, FÚt0, FÚt, H): A és B között van pontosan
% N szakaszból álló körmentes, FÚt0 elemein át nem menő H hosszú út.
% FÚt = (az A → B útvonal megfordítása) ⊕ FÚt0.
útvonal_3(0, Hová, Hová, FordÚt, FordÚt, 0).
útvonal_3(N, Honnan, Hová, FordÚt0, FordÚt, H) :-
    N > 0, N1 is N-1, útszakasz(Honnan, Közben, H1),
    \+ member(Közben, FordÚt0),
    útvonal_3(N1, Közben, Hová, [Közben|FordÚt0], FordÚt, H2), H is H1+H2.
```

```
| ?- útvonal_3(2, 'Párizs', _, Út, H).
        H = 1900, Út = ['Párizs','Bécs','Berlin'] ? ;
        H = 1510, Út = ['Párizs','Bécs','Budapest'] ? ; no
```


Súlyozott gráf ábrázolása éllistával

- A gráf ábrázolása
  - a gráf élek listája,
  - az él egy három-argumentumú struktúra,
  - argumentumai: a két végpont és a súly.
- Típus-definíció

```
% :- type él ---> él(pont, pont, súly).
% :- type pont == atom.
% :- type súly == integer.
% :- type gráf == list(él).
```

- Példa

```
hálózat([él('Budapest','Bécs',245),
         él('Budapest','Prága',515),
         él('Bécs','Berlin',635),
         él('Bécs','Párizs',1265)]).
```


Ismétlődésmentes útvonal keresése listával ábrázolt gráfban

```
:- use_module(library(lists), [select/3]).

% útvonal_4(N, G, A, B, L, H): A G gráfban van egy  A-ból
% B-be menő N szakaszból álló L út, melynek összhossza H.
útvonal_4(0, _Gráf, Hová, Hová, [Hová], 0).
útvonal_4(N, Gráf, Honnan, Hová, [Honnan|Út], H) :-
        N >0, N1 is N-1,
        select(Él, Gráf, Gráf1),
        él_végpontok_hossz(Él, Honnan, Közben, H1),
        útvonal_4(N1, Gráf1, Közben, Hová, Út, H2),
        H is H1+H2.

% él_végpontok_hossz(Él, A, B, H): Az Él irányítatlan él
% végpontjai A és B, hossza H.
él_végpontok_hossz(él(A,B,H), A, B, H).
él_végpontok_hossz(él(A,B,H), B, A, H).
```

```
| ?- hálózat(_Gráf), útvonal_4(2, _Gráf, 'Budapest', _, Út, H).
        H = 880, Út = ['Budapest','Bécs','Berlin'] ? ;
        H = 1510, Út = ['Budapest','Bécs','Párizs'] ? ;
        no
```

A PROLOG SZINTAXIS

A Prolog szintaxis összefoglalása

- A Prolog szintaxis alapelvei
  - Minden programelem kifejezés!
  - A szükséges összekötő jelek (`','`, `;`, `:-` `-->`): szabványos operátorok.
  - A beolvasott kifejezést funktora alapján osztályozzuk:
    - *kérdés:* `?- Cél.`
      `Cél`t lefuttatja, és a változó-behelyettesítéseket kiírja (ez az alapértelmezés az ún. top-level interaktív felületen).
    - *parancs:* `:- Cél.`
      A `Cél`t csendben lefuttatja. Pl. deklaráció (operátor, ...) elhelyezésére.
    - *szabály:* `Fej :- Törzs.`
      A szabályt felveszi a programba.
    - *nyelvtani szabály:* `Fej --> Törzs.`
      Prolog szabállyá alakítja és felveszi (lásd a DCG nyelvtan).
    - *tényállítás:* `Minden egyéb kifejezés.`
      Üres törzsű szabályként felveszi a programba.

A Prolog nyelv-változatok

- A SICStus rendszer két üzemmódja
  - `iso` Az ISO Prolog szabványnak megfelelő.
  - `sicstus` Korábbi változatokkal kompatibilis.
  - Állítása: `set_prolog_flag(language, Mód).`
  - Különbségek:
    - szintaxis-részletek, pl. a `0x1ff` szám-alak csak ISO módban,
    - beépített eljárások viselkedésének kisebb eltérései.
  - az eddig ismertetett eljárások hatása lényegében nem változik.

Szintaktikus édesítőszerek — összefoglalás, gyakorlati tanácsok

- Operátoros kifejezések alapstruktúra alakra hozása
  - Zárójelezzük be a kifejezést, az operátorok prioritása és fajtája alapján, például `-a+b*2` ⇒ `((-a)+(b*2))`.
  - Hozzuk az operátoros kifejezéseket alapstruktúra alakra:
    `(A Inf B)` ⇒ `Inf(A,B)`, `(Pref A)` ⇒ `Pref(A)`, `(A Postf)` ⇒ `Postf(A)`
    Példa: `((-a)+(b*2))` ⇒ `(-(a)+ *(b,2))` ⇒ `+(-(a),*(b,2))`.
  - Trükkös esetek:
    - A vesszőt névként idézni kell: pl. `(pp,(qq;rr))` ⇒ `','(pp,;(qq,rr))`.
    - `- Szám` ⇒ negatív számkonstans, de `- Egyéb` ⇒ prefix alak.
      Példa. `-1+2` ⇒ `+(-1,2)`, de `-a+b` ⇒ `+(-(a),b)`.
    - `Név(...)` ⇒ struktúrakifejezés;
      `Név (...)` ⇒ prefix operátoros kifejezés. Példák:
      `-(1,2)` ⇒ `-(1,2)` (változatlan), de
      `- (1,2)` ⇒ `-(','(1,2))`.

Szintaktikus édesítőszerek — listák, egyebek

- Listák alapstruktúra alakra hozása
  - Farok-megadás betoldása.
    `[1,2]` ⇒ `[1,2|[]]`. `[[X|Y]]` ⇒ `[[X|Y]|[]]`
  - Vessző (ismételt) kiküszöbölése `[Elem1,Elem2...]` ⇒ `[Elem1|[Elem2...]]`.
    `[1,2|[]]` ⇒ `[1|[2|[]]]`
    `[1,2,3|[]]` ⇒ `[1|[2,3|[]]]` ⇒ `[1|[2|[3|[]]]]`
  - Struktúrakifejezéssé alakítás: `[Fej|Farok]` ⇒ `.(Fej,Farok)`.
    `[1|[2|[]]]` ⇒ `.(1,.(2,[]))`, `[[X|Y]|[]]` ⇒ `.(.(X,Y),[])`
- Egyéb szintaktikus édesítőszerek:
  - Karakterkód-jelölés: `0'Kar`.
    `0'a` ⇒ `97`, `0'b` ⇒ `98`, `0'c` ⇒ `99`, `0'd` ⇒ `100`, `0'e` ⇒ `101`
  - Füzér (string): `"xyz..."` ⇒ az `xyz...` karakterek kódját tartalmazó lista
    `"abc"` ⇒ `[97,98,99]`, `""` ⇒ `[]`, `"e"` ⇒ `[101]`
  - Kapcsos zárójelezés: `{Kif}` ⇒ `{}(Kif)` (egy `{}` nevű, egyargumentumú struktúra — a `{}` jelpár egy önálló lexikai elem, egy névkonstans).
  - Bináris, hexa stb. alak (csak `iso` módban), pl. `0b101010`, `0x1a`.

Kifejezések szintaxisa — kétszintű nyelvtanok

- Egy részlet egy „hagyományos” nyelv kifejezés-szintaxisából:

⟨ kifejezés ⟩ ::= ⟨ tag ⟩
| ⟨ kifejezés ⟩ ⟨ additív művelet ⟩ ⟨ tag ⟩

⟨ tag ⟩ ::= ⟨ tényező ⟩
| ⟨ tag ⟩ ⟨ multiplikatív művelet ⟩ ⟨ tényező ⟩

⟨ tényező ⟩ ::= ⟨ szám ⟩ | ⟨ azonosító ⟩ | (⟨ kifejezés ⟩)

- Ugyanez kétszintű nyelvtannal:

⟨ kifejezés ⟩ ::= ⟨ kif *2* ⟩

⟨ kif *N* ⟩ ::= ⟨ kif *N-1* ⟩
| ⟨ kif *N* ⟩ ⟨ *N* prioritású művelet ⟩ ⟨ kif *N-1* ⟩

⟨ kif *0* ⟩ ::= ⟨ szám ⟩ | ⟨ azonosító ⟩ | (⟨ kif *2* ⟩)

{az additív ill. multiplikatív műveletek prioritása *2* ill. *1* }

Kifejezések szintaxisa

⟨ programelem ⟩ ::= ⟨ kifejezés 1200 ⟩ ⟨ záró-pont ⟩

⟨ kifejezés *N* ⟩ ::= ⟨ op *N* fx ⟩ ⟨ köz ⟩ ⟨ kifejezés *N-1* ⟩
| ⟨ op *N* fy ⟩ ⟨ köz ⟩ ⟨ kifejezés *N* ⟩
| ⟨ kifejezés *N-1* ⟩ ⟨ op *N* xfx ⟩ ⟨ kifejezés *N-1* ⟩
| ⟨ kifejezés *N-1* ⟩ ⟨ op *N* xfy ⟩ ⟨ kifejezés *N* ⟩
| ⟨ kifejezés *N* ⟩ ⟨ op *N* yfx ⟩ ⟨ kifejezés *N-1* ⟩
| ⟨ kifejezés *N-1* ⟩ ⟨ op *N* xf ⟩
| ⟨ kifejezés *N* ⟩ ⟨ op *N* yf ⟩
| ⟨ kifejezés *N-1* ⟩

⟨ kifejezés 1000 ⟩ ::= ⟨ kifejezés 999 ⟩ , ⟨ kifejezés 1000 ⟩

⟨ kifejezés 0 ⟩ ::= ⟨ név ⟩ (⟨ argumentumok ⟩)
{ A ⟨ név ⟩ és a (közvetlenül egymás után áll!}
| (⟨ kifejezés 1200 ⟩) | { ⟨ kifejezés 1200 ⟩ }
| ⟨ lista ⟩ | ⟨ füzér ⟩
| ⟨ név ⟩ | ⟨ szám ⟩ | ⟨ változó ⟩

Kifejezések szintaxisa — folytatás

⟨ op *N T* ⟩ ::= ⟨ név ⟩ {feltéve, hogy ⟨ név ⟩ *N* prioritású és *T* típusú operátornak lett deklarálva}

⟨ argumentumok ⟩ ::= ⟨ kifejezés 999 ⟩
| ⟨ kifejezés 999 ⟩ , ⟨ argumentumok ⟩

⟨ lista ⟩ ::= []
| [⟨ listakif ⟩]

⟨ listakif ⟩ ::= ⟨ kifejezés 999 ⟩
| ⟨ kifejezés 999 ⟩ , ⟨ listakif ⟩
| ⟨ kifejezés 999 ⟩ | ⟨ kifejezés 999 ⟩

⟨ szám ⟩ ::= ⟨ előjeltelen szám ⟩
| + ⟨ előjeltelen szám ⟩
| − ⟨ előjeltelen szám ⟩

⟨ előjeltelen szám ⟩ ::= ⟨ természetes szám ⟩
| ⟨ lebegőpontos szám ⟩

Kifejezések szintaxisa — megjegyzések

- A ⟨ kifejezés N ⟩-ben ⟨ köz ⟩ csak akkor kell ha az őt követő kifejezés nyitó-zárójellel kezdődik.

```
| ?- op(500, fx, succ).
yes
| ?- write_canonical(succ (1,2)), nl, write_canonical(succ(1,2)).
succ(',',(1,2))
succ(1,2)
```

- A `{` ⟨ kifejezés ⟩ `}` azonos a `{}` (⟨ kifejezés ⟩) struktúrával, ez pl. a DCG nyelvtanoknál hasznos.

```
| ?- write_canonical({a}).
{}(a)
```

- Egy ⟨ füzér ⟩ `"` jelek közé zárt karaktersorozat, általában a karakterek kódjainak listájával azonos.

```
| ?- write("baba").
[98,97,98,97]
```


A Prolog lexikai elemei 1. (ismétlés)

- ⟨ név ⟩
  - kisbetűvel kezdődő alfanumerikus jelsorozat (ebben megengedve kis- és nagybetűt, számjegyeket és aláhúzásjelet);
  - egy vagy több ún. speciális jelből (`+-*/\$^<>=~:.?@#&`) álló jelsorozat;
  - az önmagában álló `!` vagy `;` jel;
  - a `[]` `{}` jelpárok;
  - idézőjelek (`'`) közé zárt tetszőleges jelsorozat, amelyben `\` jellel kezdődő escape-szekvenciákat is elhelyezhetünk.
- ⟨ változó ⟩
  - nagybetűvel vagy aláhúzással kezdődő alfanumerikus jelsorozat.
  - az azonos jelsorozattal jelölt változók egy klózon belül azonosaknak, különböző klózokban különbözőeknek tekintődnek;
  - kivétel: a semmis változók (_) minden előfordulása különböző.

A Prolog lexikai elemei 2.

- ⟨ természetes szám ⟩
  - (decimális) számjegysorozat;
  - 2, 8 ill. 16 alapú számrendszerben felírt szám, ilyenkor a számjegyeket rendre a `0b`, `0o`, `0x` karakterekkel kell prefixálni (csak `iso` módban)
  - karakterkód-konstans `0'`*c* alakban, ahol *c* egyetlen karakter
- ⟨ lebegőpontos szám ⟩
  - mindenképpen tartalmaz tizedespontot
  - mindkét oldalán legalább egy (decimális) számjeggyel
  - `e` vagy `E` betűvel jelzett esetleges exponens

Megjegyzések és formázó-karakterek

- Megjegyzések (comment)
  - A `%` százalékjeltől a sor végéig
  - A `/*` jelpártól a legközelebbi `*/` jelpárig.
- Formázó elemek
  - szóköz, újsor, tabulátor stb. (nem látható karakterek)
  - megjegyzés
- A programszöveg formázása
  - formázó elemek (szóköz, újsor stb.) szabadon elhelyezhetők;
  - kivétel: struktúrakifejezés neve után nem szabad formázó elemet tenni;
  - prefix operátor és `(` közé kötelező formázó elemet tenni;
  - ⟨ záró-pont ⟩: egy `.` karakter amit egy formázó elem követ.

TÍPUSOK PROLOGBAN

Típusok leírása Prologban

- Típusleírás: (tömör) Prolog kifejezések egy halmazának megadása
- Alaptípusok leírása: `integer, float, number, atom, any`
- Új típusok felépítése:
  `{ str(`T_1`, ..., `T_n`) } ≡ { str(`e_1`, ..., `e_n`) | `e_1 ∈ T_1`, ..., `e_n ∈ T_n `}, `$n \geq 0$
  Példa: `{személy(atom,atom,integer)}` az olyan `személy/3` funktorú struktúrák halmaza, amelyben az első két argumentum atom, a harmadik egész.
- Típusok, mint halmazok uniója képezhető a `\/` operátorral.
  `{személy(atom,atom,integer)} \/ {atom-atom} \/ atom`
- Egy típusleírás elnevezhető (kommentben): `% :- type` *tnév* `==` *tleírás*`.`
  `% :- type t1 == {atom-atom} \/ atom.,`
  `% :- type ember == {ember-atom} \/ {semmi}.`
- Megkülönböztetett únió: csupa különböző funktorú összetett típus uniója. Egyszerűsített jelölés:
  `:- type` T `== { ` S_1 ` } \/ ...\/ { ` S_n ` }.` ⇒ `:- type` T `---> ` S_1 `; ...; ` S_n`.`
  `% :- type ember ---> ember-atom; semmi.`
  `% :- type egészlista ---> []; [integer|egészlista].`

Típusok leírása Prologban — folytatás

- Paraméteres típusok — példák

```
% :- type list(T) ---> [] ; [T|list(T)]. % T típusú elemekből álló lista.
% :- type pair(T1, T2) ---> T1 - T2.     % egy  '-' nevű kétarg.-ú struktúra,
                                          % első arg. T1, a második T2 típusú.
% :- type assoc_list(KeyT, ValueT)
%           == list(pair(KeyT, ValueT)). % KeyT és ValueT típusú
                                          % párokból álló lista.
% :- type szótár == assoc_list(szó, szó).
% :- type szó == atom.
```

- Típusdeklarációk szintaxisa

⟨típusdeklaráció⟩ ::= ⟨típuselnevezés⟩ | ⟨típuskonstrukció⟩
⟨típuselnevezés⟩ ::= `:- type` ⟨típusazonosító⟩ `==` ⟨típusleírás⟩ `.`
⟨típuskonstrukció⟩ ::= `:- type` ⟨típusazonosító⟩ `--->` ⟨megkülönb. únió⟩ `.`
⟨megkülönb. únió⟩ ::= ⟨konstruktor⟩ `;` ...
⟨konstruktor⟩ ::= ⟨névkonstans⟩ | ⟨struktúranév⟩ `(`⟨típusleírás⟩, ... `)`
⟨típusleírás⟩ ::= ⟨típusnév⟩ | ⟨típusváltozó⟩ |
⟨típusleírás⟩ `\/` ⟨típusleírás⟩ |
`{` ⟨típusnév⟩ `(`⟨típusleírás⟩, ... `)` `}`
⟨típusazonosító⟩ ::= ⟨típusnév⟩ | ⟨típusnév⟩ `(`⟨típusváltozó⟩, ... `)`

Predikátum-deklarációk

- Predikátumtípus-deklaráció
  `:- pred` ⟨eljárásnév⟩ `(`⟨típusazonosító⟩, ...`)`
- Példák:

```
:- pred member(T, list(T)).
:- pred append(list(T), list(T), list(T)).
```

- Predikátummód-deklaráció (Nem kötelező, több is megadható.)
  `:- mode` ⟨eljárásnév⟩ `(`⟨módazonosító⟩, ...`)` ahol ⟨módazonosító⟩ ::= `in` | `out`.
- Példák:

```
:- mode append(in, in, in).    % ellenőrzésre
:- mode append(in, in, out).   % két lista összefűzésére
:- mode append(out, out, in). % egy lista szétszedésére
```

- Vegyes típus- és móddeklaráció
  `:- pred` ⟨eljárásnév⟩ `(`⟨típusazonosító⟩ `::` ⟨módazonosító⟩, ...`)`
- Példa:

```
:- pred between(integer::in, integer::in, integer::out).
```

Móddeklaráció: a SICStus kézikönyv által használt alak

- A SICStus kézikönyv egy másik jelölést használ a bemenő/kimenő argumentumok jelzésére, pl.

```
append(+L1, ?L2, -L3).
append(?L1, ?L2, +L3).
```

- Mód-jelölő karakterek:
  - `+` bemenő argumentum (behelyettesített)
  - `-` kimenő argumentum (behelyettesítetlen)
  - `:` eljárás-paraméter (meta-eljárásokban)
  - `?` tetszőleges

Szándékosan üres

Szándékosan üres

Szándékosan üres

II. RÉSZ

SML-Prolog átvezetés: párhuzamok a két nyelv között

SML

```
fun append ([], ys) = ys
  | append (x::xs, ys) =
              x::append (xs, ys)
```

SML „Prologosítva”

```
fun append([], L) = L
  | append(X::L1, L2) =
    let val L3 = append(L1, L2)
    in  X::L3 end
```

függvény
klóz
változó: egyetlen, ismert érték
minta: csak fordítási időben értelmes
egyszerű minták: `x::x::xs` nem megengedett
egyirányú mintaillesztés
egyértelmű klózválasztás
egy eredmény
egyirányú használat

adatkonstruktor-függvény
egymásba ágyazott függvényhívások

Prolog

```
append([], L, L).
append([X|L1], L2, [X|L3]) :-
        append(L1, L2, L3).
```

Prolog „SML-esítve”

```
append([], L, Res) :- Res = L.
append([X|L1], L2, Res) :-
        append(L1, L2, L3),
        Res = [X|L3].
```

predikátum
klóz (lazább a kapcsolat a predikátummal)
változó: egy, esetleg ismeretlen érték
minta: teljes jogú adatstruktúra
összetett minták, pl. `[X,X|Xs]`
kétirányú mintaillesztés
többértelmű klózválasztás
több eredmény (nemdeterminizmus)
többirányú használat
(pl. összerakó és szétszedő `append`)
struktúra (rekord)
konjunkció, segéd-változóval

SML-Prolog átvezetés: további példák

SML

```
fun append xs ys = foldr op:: ys xs
```

```
fun fakt 0 = 1
  | fakt n = n * fakt (n-1)
```

típusos nyelv
magasabbrendű függvény
rekurzió

kivétel

Prolog

```
/* Prologban kevésbé használtak
   a magasabbrendű eljárások */
```

```
fakt(0, 1).
fakt(N, F) :-
    N>0, N1 is N-1,
    fakt(N1, F1), F is N*F1.
```

típustalan nyelv
rekurzió, ritkábban magasabbrendű predikátum
visszalépéses ciklus
(pl. két lista közös eleme)
meghiúsulás, kivétel

Összefoglalás: Prolog programok szemantikája

- Prolog program jelentése = milyen válaszokat (behelyettesítéseket) kapunk egy cél futtatásakor:
  - Procedurális szemantika — az ismertetett végrehajtási, egyesítési algoritmus.
  - Deklaratív szemantika:
    - program: logikai állítások (klózok, azaz implikációk) halmaza;
    - egy cél futási eredménye: olyan behelyettesítés, amelyre a cél **következménye** a programnak.
- A Prolog procedurális szemantika csak olyan választ ad, amely a deklaratív szemantika szerint is helyes! (Ha predikátumaink „igazak”, akkor rossz eredményt nem kaphatunk, csak végtelen ciklust. `:- ( )`

Ismétlés: A Prolog végrehajtási mechanizmus, dióhéjban

- (Kezdet:) Ha célsorozat üres → sikeres lefutás.
- (Folytatás:) Keresünk az **első** céllal egyesíthető klózfejet (a klózból friss másolatot képezve, felülről lefelé haladva a programbeli klózokon).
- Ha van ilyen:
  - Ha van esély további illesztésre, akkor választási pontot hozunk létre: a futás jelenlegi állapotát (célsorozat + hányadik klózzal illesztettünk) megjegyezzük, azaz a veremre rakjuk.
  - Az egyesítéshez szükséges behelyettesítéseket a klóztörzsön és a célsorozaton is elvégezzük.
  - Az első cél helyébe a klóztörzset rakjuk, ez lesz az új célsorozat, majd vissza a (Kezdet)-hez.
- Ha nincs illeszthető klózfej, akkor visszalépünk a **legutolsó** választási pontnak megfelelő állapotba (azt leemelve a verem tetejéről), és új egyesíthető fejű klóz keresésével folytatjuk a (Folytatás)-nál.

Ismétlés: A Prolog egyesítési algoritmus, dióhéjban

- Legáltalánosabb egyesítő behelyettesítés meghatározása
  - Azonos változók ill. konstansok behelyettesítés nélkül egyesíthetőek.
  - Változó minden más kifejezéssel egyesíthető, triviális behelyettesítéssel (tartalmazás-vizsgálat nélkül)
  - Két összetett kifejezés egyesíthető, ha funktoraik azonosak, és az argumentumaik sorra egyesíthetőek, úgy, hogy a megelőző argumentumok egyesítéséhez szükséges behelyettesítéseket már elvégeztük. Az argumentumok egyesítését biztosító behelyettesítések kompozíciója a legáltalánosabb egyesítő.
  - Minden más esetben a két kifejezés nem egyesíthető, az egyesítési algoritmus meghiúsul.

4. fejezet: Prolog programozási módszerek

- Az előző előadás-blokk (jegyzetbeli 3. fejezet) célja volt:
  - a Prolog nyelv alapjainak bemutatása,
  - a logikailag „tiszta” résznyelvre koncentrálva.
- A jelen előadás-blokk (jegyzetben a 4. fejezet) célja: olyan
  - beépített eljárások,
  - programozási technikák

  bemutatása, amelyekkel
  - hatékony Prolog programok készíthetők,
  - esetleg a tiszta logikán túlmutató eszközök alkalmazásával.

Prolog programozási módszerek: tartalomjegyzék

- A keresési tér szűkítése
- Vezérlési eljárások
- Determinizmus és indexelés
- Jobbrekurzió és akkumulátorok
- Algoritmusok Prologban
- Megoldások gyűjtése és felsorolása
- Megoldásgyűjtő eljárások
- Meta-logikai eljárások
- Modularitás
- Magasabbrendű eljárások
- Dinamikus adatbáziskezelés
- Nyelvtani elemzés
- „Hagyományos” beépített eljárások

A KERESÉSI TÉR SZŰKÍTÉSE

Prolog nyelvi eszközök a keresési tér szűkítésére

- Eszközök
  - a vágó beépített eljárás: `!` (az első Prolog rendszerektől kezdve)
  - feltételes diszjunktív szerkezet (későbbi kiterjesztés): `( if -> then ; else )`
- Feltételes szerkezet — procedurális szemantika (ismétlés)
  A `(felt->akkor;egyébként),folyt` célsorozat végrehajtása:
  - Végrehajtjuk a `felt` hívást (egy önálló végrehajtási környezetben).
  - Ha `felt` sikeres, akkor az `akkor,folyt` célsorozatra redukáljuk a fenti célsorozatot, a `felt` **első** megoldása által eredményezett behelyettesítésekkel. A `felt` cél **többi megoldását nem keressük meg**.
  - Ha `felt` sikertelen, akkor az `egyébként,folyt` célsorozatra redukáljuk.
- Feltételes szerkezet — alternatív procedurális szemantika:
  - A feltételes szerkezetet egy speciális diszjunkciónak tekintjük:

```
(   felt, {vágás}, akkor
;   egyébként
)
```

  - A **{vágás}** jelentése: megszünteti a `felt`-beli választási pontokat, és `egyébként` választását is letiltja.

Feltételes szerkezet: választási pontok a feltételben

- Eddig a főleg determinisztikus (választásmentes) feltételeket mutattunk.
- Példafeladat: `első_poz_elem(L, P)`: `P` az `L` lista első pozitív eleme.
  - Első megoldás, rekurzióval (mérnöki `:-)`)

```
első_poz_elem([EP|_], EP) :- EP > 0.
első_poz_elem([X|L], EP) :- X =< 0, első_poz_elem(L, EP).
```

  - Második megoldás, visszalépéses kereséssel (matematikusi `:-)`)

```
első_poz_elem(L, EP) :-
        append(Nk, [EP|_], L), EP > 0, \+ van_poz_eleme(Nk).

van_poz_eleme(L)  :- member(P, L), P > 0.
```

  - Harmadik megoldás, feltételes szerkezettel (gyorsprogramozás — Prolog hekker `:-)`)

```
első_poz_elem(L, EP) :-
        (   member(EP, L), EP > 0 -> true
        ;   fail                          % ez a sor elhagyható
        ).
```

- Figyelem: a harmadik megoldás épít a `member/2` felsorolási sorrendjére!

A vágó eljárás

- A vágó beépített eljárás (neve: `!`) végrehajtása: letiltja a a többi klóz választását és megszünteti az összes választási pontot a klóztörzsben őt megelőző eljáráshívásokban.
- Példák a vágó használatára (lista első pozitív eleme)
  - Mérnöki megoldás:

```
első_poz_elem([EP|_], EP) :- EP > 0, !.
első_poz_elem([X|L], EP) :- X =< 0, első_poz_elem(L, EP).
```

  - Prolog hekker megoldása:

```
első_poz_elem(L, EP) :-  member(EP, L), EP > 0, !.
```

- Miért vágunk le ágakat a keresési térben?
  - mert mi tudjuk, hogy ott nincs megoldás, de a Prolog megvalósítás nem — zöld vágás, szemantikailag „ártalmatlan”
    - (Például, a legtöbb Prolog megvalósítás „nem tudja”, hogy a $X > 0$ és $X \leq 0$ feltételek kizárják egymást, lásd indexelés.)
  - ténylegesen eldobunk megoldásokat — vörös vágás, a program jelentését megváltoztatja
    - (Vörös vágás sokszor úgy keletkezik, hogy egy zöld vágót tartalmazó programban a „felesleges” feltételeket elhagyjuk (pl. az `X =< 0` feltételt a fenti 2. klózban)

Példák a vágó eljárás használatára

```
% fakt(+N, ?F): N! = F.
fakt(0, 1) :- !.                                % zöld vágó
fakt(N, F) :- N > 0, N1 is N-1, fakt(N1, F1), F is N*F1.

% last(+L, ?E): L utolsó eleme E. (lists könyvtárbeli)
last([E], E) :- !.                              % zöld vágó
last([_|L], E) :- last(L, E).

% pozitívak(+L, -P): P az L pozitív elemeiből áll.
pozitívak([], []).
pozitívak([E|Ek], [E|Pk]) :-
       E > 0, !,                                % vörös vágó
       pozitívak(Ek, Pk).
pozitívak([_E|Ek], Pk) :-
       /* \+ _E > 0, */ pozitívak(Ek, Pk).
```

Figyelem: a fenti példák nem tökéletesek, hatékonyabb ill. általánosabban használható változatukat később ismertetjük!

A vágó definíciója

- Segédfogalom
  - Egy cél **szülője** az a cél, amelyik az őt tartalmazó klóz fejével illesztődött.
  - Pl. a `last([E], E) :- !.` klózbeli vágó szülője lehet a `last([7], X)` hívás.
  - A `g` (ancestors) nyomkövetési parancs kiírja a kurrens cél őseit (szülőjét, annak szülőjét stb.)
- A vágó végrehajtása:
  - mindig sikerül; és a végrehajtás adott állapotától visszafelé egészen a szülő célig, azt is beleértve, minden választási pontot megszüntet.
- A vágás kétféle választási pontot szüntet meg:

```
r(X):- s(X), !.   % az s(X)-beli választási pontokat --- a vágót megelőző
                  % cél(ok)nak az első megoldására szorítkozunk
r(X):- t(X).      % az r(X) többi klózának választását --- a vágót tartalmazó
                  % klóz mellett kötelezzük el magunkat (commit)
```

- A vágó szemléltetése a 4-kapus doboz modellben: a vágó **Újra** kapujából egyenesesen a körülvevő (**szülő**) doboz **Meghiúsulási** kapujára megyünk.

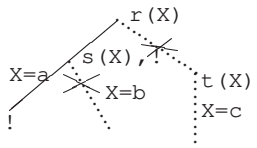
A vágó által megszüntetett választási pontok

```
% vágó nélküli példa
q(X):- s(X).
q(X):- t(X).

% ugyanaz a példa vágóval
r(X):- s(X), !.
r(X):- t(X).

s(a).      s(b).      t(c).

% a vágó nélküli példa futása
:- q(X), write(X), fail.
                  --->        abc
% a vágót tartalmazó példa futása
:- r(X), write(X), fail.
                  --->        a
```



A diszjunktív feltételes szerkezet megvalósítása a vágó segítségével

- A diszjunktív feltételes szerkezet, a diszjunkcióhoz hasonlóan egy segédeljárással váltható ki:

```
p :-                                  p :-
    ...                                   ...
    (   felt1 -> akkor1                   segéd(...)
    ;   felt2 -> akkor2                  ... .
    ;   ...                       ⟹
    ;   egyébként                   segéd(...) :- felt1, !, akkor1.
    )                             segéd(...) :- felt2, !, akkor2.
    ... .                         ...
                                  segéd(...) :- egyébként.
```

- Az `egyébként` alternatíva elmaradhat, ilyenkor a megfelelő klóz is elmarad.
- SICStus módban a `felt` részekben vágó nem lehet, ISO módban lehet, de hatásköre (szülője) a `felt` rész.
- Az `akkor` részekben lehet vágó. Ennek hatásköre, a `->` nyílból generált vágóval ellentétben, a teljes `p` predikátum (ilyenkor a Prolog megvalósítás egy speciális, ún. távolbaható vágót használ).
- Vágót rendkívül ritkán szükséges feltételes szerkezetben szerepeltetni.

Példák a diszjunktív feltételes szerkezet használatára

```
% fakt(+N, ?F): N! = F.
fakt(N, F) :-
        (   N = 0 -> F = 1
        ;   N > 0, N1 is N-1, fakt(N1, F1), F is N*F1
        ).
% last(+L, ?E): az L nem üres lista utolsó eleme E.
last([E|L], Last) :-
        (   L = [] -> Last = E
        ;   last(L, Last)
        ).
% pozitívak(+L, ?Pk): Pk az L pozitív elemeiből áll.
pozitívak([], []).
pozitívak([E|Ek], Pk) :-
        (   E > 0 -> Pk = [E|Pk0]
        ;   Pk = Pk0
        ),
        pozitívak(Ek, Pk0).
```


A vágás első alapesete — klóz mellett való elkötelezés

- A klóz melletti elkötelezés általában egyszerű feltételes szerkezetet jelent.

```
szülő :- feltétel, !, akkor.
szülő :- egyébként.
```

- A vágó szükségtelenné teszi a `feltétel` negációjának végrehajtását a többi klózban. A logikailag tiszta, de nem hatékony alak:

```
szülő :- feltétel, akkor.
szülő :- \+ feltétel, egyébként.
```

  A fenti két alak csak akkor ekvivalens, ha `feltétel` egyszerű, nincs benne választás.

- Analógia: ha `a`, `b` és `c` logikai változók (pl. SML-ben), akkor
  `if a then b else c` $\equiv a \wedge b \vee \neg a \wedge c$
- A vágó által kiváltott negált feltételt célszerű kommentként jelezni:

```
szülő :- feltétel, !, akkor.
szülő :- /* \+ feltétel, */ egyébként.
```


Feltételes szerkezetek

Feltételes szerkezet — példa

```
% abs(X, A): A az X abszolút értéke.
abs(X, A)    :- X < 0, !, A is -X.
abs(X, X) /* :- X >= 0 */.
```

Diszjunktív feltételes szerkezet

```
abs(X, A) :-
        (   X < 0 -> A is -X
        ;   A = X
        ).
```

Általános alak

```
p :- felt1, !, akkor1.
p :- felt2, !, akkor2.
...
p :- egyébként.
```

Általános alak

```
p :-
        (   felt1 -> akkor1
        ;   felt2 -> akkor2
        ;   ...
        ;   egyébként
        ).
```


Feltételes szerkezetek és fejillesztés

- Vigyázat: a tényleges feltétel részét képezik a fejbeli egyesítések!

```
% a vágó előtt fej-egyesítés:
abs(X, X) :- X >= 0, !.
abs(X, A) :- A is -X.
```

```
% az egyesítés explicitté téve:
abs(X, A) :- A = X, X >= 0, !.
abs(X, A) :- A is -X.
```

- A fej-egyesítés gondot okozhat, ha az eljárást ellenőrzésre használjuk:

```
| ?- abs(10, -10).  --->  yes
```

- A megoldás a **vágás alapszabálya**:
  - A kimenő paraméterek értékadását mindig a vágó után végezzük!

```
abs(X, A) :- X >= 0, !, A = X.
abs(X, A) :- A is -X.
```

  - Ez nemcsak általánosabban használható, hanem hatékonyabb kódot is ad: csak akkor helyettesíti be a kimenő paramétert, ha már tudja, mi az értéke (nincs „előre-behelyettesítés”, mint a fenti első két példában).
  - (**„kimenő” paraméterek** — vágó alkalmazásakor általában nincs többirányú használat :-)

A bevezető példáknak a vágás alapszabályát betartó változata

```
% fakt(+N, ?F): N! = F.
fakt(0, F) :- !, F = 1.
fakt(N, F) :- N > 0, N1 is N-1, fakt(N1, F1), F is N*F1.

% last(+L, ?E): az L nem üres lista utolsó eleme E.
last([E], Last) :- !, Last = E.
last([_|L], E)  :- last(L, E).

% pozitívak(+L, ?Pk): Pk az L pozitív elemeiből áll.
pozitívak([], []).
pozitívak([E|Ek], Pk) :-
        E > 0, !, Pk = [E|Pk0], pozitívak(Ek, Pk0).
pozitívak([_E|Ek], Pk) :-
        /* \+ _E > 0, */ pozitívak(Ek, Pk).
```

Megjegyzés: a diszjunktív alakban a feltételek eleve explicitek, nincs fejillesztési probléma, ezért **a diszjunktív feltételes szerkezet használatát javasoljuk a vágó helyett**.

Példasor: `max(X, Y, Z)`: `X` és `Y` maximuma `Z`.

- 1. változat, tiszta Prolog. Lassú (előre-behelyettesítés, két hasonlítás), választási pontot hagy.

```
max(X, Y, X) :- X >= Y.
max(X, Y, Y) :- Y > X.
```

- 2. változat, zöld vágóval. Lassú (előre-behelyettesítés, két hasonlítás), nem hagy választási pontot.

```
max(X, Y, X) :- X >= Y, !.
max(X, Y, Y) :- Y > X.
```

- 3. változat, vörös vágóval. Gyorsabb (előre-behelyettesítés, egy hasonlítás), nem hagy választási pontot, de nem használható ellenőrzésre, pl. `| ?- max(10, 1, 1)` sikerül.

```
max(X, Y, X) :- X >= Y, !.
max(X, Y, Y).
```

- 4. változat, vörös vágóval. Helyes, nagyon gyors (egy hasonlítás, nincs előre-behelyettesítés) és nem is hoz létre választási pontot.

```
max(X, Y, Z) :- X >= Y, !, Z = X.
max(X, Y, Y) /* :- Y > X */.
```


A vágás második alapesete — első megoldásra való megszorítás

- Mikor használjuk az első megoldásra megszorító vágót?
  - behelyettesítést nem okozó, eldöntendő kérdés esetén;
  - feladatspecifikus optimalizálásra;
  - végtelen választási pontot létrehozó eljárások hasznosítására.
- Eldöntendő kérdés: eljáráshívás csupa bemenő paraméterrel

```
% van_elég_hosszú_út(+N, +A, +B, +Min):
% A és B között van N lépéses út,
% amelynek összhossza legalább Min km.
van_elég_hosszú_út(N, A, B, Min) :-
        útvonal(N, A, B, Hossz), Hossz >= Min, !.
```

- Eldöntendő kérdés esetén általában nincs értelme többszörös választ adni/várni.

Feladatspecifikus optimalizálás

- A feladat: megkeresendő egy lista elején álló „plató” hossza (platónak hívjuk a csupa azonos elemből álló folytonos részlistát).

```
% Az L lista első eleme H-szor ismétlődik
% a lista kezdőszeleteként.
kezdethossz(L, H) :-
        L = [E|_], append(Ek, Farok, L),
        \+ Farok = [E|_], !,            % vörös vágó
        /* egyformák(Ek, E), */
        length(Ek, H).
/*
% egyformák(Ek, E): Az Ek lista minden eleme E.
egyformák([], _).
egyformák([E|Ek], E) :-
        egyformák(Ek, E).
*/
| ?- kezdethossz([1,1,1,2,3,5], H).
H = 3 ? ; no
```

Végtelen választás megszelidítése: `memberchk` (`lists` könyvtár)

- `memberchk/2` definíciója:

```
% memberchk(X, L): "X eleme az L listának" kérdés első megoldása.

% 1. változat                  % 2. ekvivalens változat
memberchk(X, L):-              memberchk(X, [X|_]) :- !.
        member(X, L), !.       memberchk(X, [_|L]) :-
                                       memberchk(X, L).
```

- `memberchk/2` használata
  - Eldöntő kérdésben (visszalépéskor nem keresi végig a lista maradékát.)

```
| ?- memberchk(1, [1,2,3,4,5,6,7,8,9]).
```

  - Nyílt végű lista elemévé tesz, pl.:

```
| ?- memberchk(1,L), memberchk(2,L), memberchk(1,L).
        L = [1,2|_A] ?
```


Nyílt végű listák kezelése `memberchk` segítségével: szótárprogram

```
szótaraz(Sz):-
        read(M-A), !,
        % A read(X) beépített eljárás egy kifejezést
        % olvas be és egyesíti X-szel
        memberchk(M-A,Sz),
        write(M-A), nl,
        szótaraz(Sz).
szótaraz(_).
```

Egy futása:

```
| ?- szótaraz(Sz).
|: alma-apple.              |: alma-X.
alma-apple                 alma-apple
|: korte-pear.             |: X-pear.
korte-pear                 korte-pear
                           |: vege.     % nem egyesíthető M-A-val

                           Sz = [alma-apple,korte-pear|_A] ?
```


VEZÉRLÉSI ELJÁRÁSOK

Vezérlési eljárások, a `call/1` beépített eljárás

- Vezérlési eljárás: A Prolog végrehajtáshoz kapcsolódó beépített eljárás (pl. vágó, if-then-else).
- A vezérlési eljárások többsége **magasabbrendű** eljárás, azaz olyan eljárás, amely egy vagy több argumentumát eljáráshívásként értelmezi. (A magasabbrendű Prolog eljárásokat szokás **meta-eljárásnak** is hívni.)
- A meta-eljárások fő képviselője és alapvető építőeleme a `call/1`:
  - Hívási minta: `call(+Cél)`
  - `Cél` egy „meghívható kifejezés” (callable, vö. `callable/1`), azaz struktúra, vagy névkonstans.
  - Jelentése (deklaratív szemantika): `Cél` igaz.
  - Hatása (procedurális szemantika): a `Cél` kifejezést eljáráshívássá alakítja és meghívja.
- A klóztörzsben célként megengedett egy `X` változó használata, ezt a rendszer egy `call(X)` hívássá alakítja át.

```
| kétszer(Hívás) :- call(Hívás), Hívás.

| ?- kétszer(write(ba)), nl.      --->  baba
| ?- listing(kétszer).            --->  kétszer(A) :-
                                            call(user:A), call(user:A).
```

Vezérlési szerkezetek mint eljárások

- A `call/1` argumentumában szerepelhetnek vezérlési szerkezetek is, mert ezek maguk beépített eljárásként is jelen vannak a Prolog rendszerben:
  - `(',')/2`: konjunkció.
  - `(;)/2`: diszjunkció.
  - `(->)/2`: if-then.
  - `(;)/2`: if-then-else.
- A `call`-ban szereplő vezérlési szerkezetek lényegében ugyanúgy futnak, mint az interpretált (`consult`-tal betöltött) kód.
- Példák:

```
| ?- _Cél = (kétszer(write(ba)), write(' ')), kétszer(_Cél), nl.
baba baba
| ?- kétszer((member(X, [a,b,c,d]), write(X), fail ; nl)).
abcd
abcd
```


`call/1` példa: futási időt mérő meta-eljárás

```
% Kiírja Goal első megoldásának előállításához vagy a meghiúsuláshoz
% szükséges időt, a Txt szöveg kiséretében (lásd: peldak/call_koltsege.pl).
time(Txt, Goal) :-
        statistics(runtime, [T0,_]),  % T0 az indítás óta eltelt CPU idő,
                                      % msec-ban (szemétgyűjtés nélkül).
        (   call(Goal) -> Res = true
        ;   Res = false
        ),
        statistics(runtime, [T1,_]), T is T1-T0,
        format('~w futási idő = ~3d sec\n', [Txt,T]),
                    % ~w formázó: kiírás a write/1 segítségével
                    % ~3d formázó: I egész kiírása I/1000-ként, 3 tizedesre
        Res = true.
```

A `call/1` viszonylag költséges: egy 1414 hosszú lista megfordítása `nrev`-vel (kb. 1 millió `append` hívás), minden `append` körül egy felesleges `call`-lal ill. anélkül:

	`call` nélkül	`call`-lal	Lassulás
lefordítva	0.140 sec	1.680 sec	12.00
interpretálva	1.710 sec	3.520 sec	2.06

További beépített vezérlési eljárások

- `\+ Cél`: `Cél` „nem bizonyítható”. A beépített eljárás definíciója:

```
\+ X :- call(X), !, fail.
\+ _X.
```

- `once(Cél)`: `Cél` igaz, és csak az első megoldását kérjük. Definíciója:

```
once(X) :- call(X), !.
```

- `true`: azonosan igaz (mindig sikerül), `fail`: azonosan hamis (mindig meghiúsul).
- `repeat`: végtelen sokszor igaz (egy végtelen választási pontot hoz létre). Definíciója:

```
repeat.
repeat :- repeat.
```

- A `repeat` eljárást legtöbbször egy mellékhatásos eljárás ismétlésére használjuk. A végtelen választási pontot kötelező egy vágóval semlegesíteni.
- Példa (egyszerű kalkulátor):

```
bc :-  repeat, read(Expr),
            (   Expr = end_of_file -> true
            ;   Res is Expr, write(Expr = Res), nl, fail
            ),
       !.
```


Példa: magasabbrendű reláció definiálása

- Az implikáció (`P` $\Rightarrow$ `Q`) megvalósítása negáció segítségével:

```
% P minden megoldása esetén Q igaz.
forall(P, Q) :-
     \+ (P, \+Q). % Szintaktikus emlékeztető:
                  % az első \+ után kötelező a szóköz!

| ?- _L = [1,2,3],
     % _L minden eleme pozitív:
     forall(member(X, _L), X > 0).
true ?
| ?- _L = [1,-2,3], forall(member(X, _L), X > 0).
no
| ?- _L = [1,2,3],
     % _L szigorúan monoton növő:
     forall(append(_,[A,B|_], _L), A < B).
true ?
```

- `forall/2` csak eldöntendő kérdés esetén használható.

DETERMINIZMUS ÉS INDEXELÉS

Determinizmus

- Egy eljáráshívás **determinisztikus**, ha (legfeljebb) egyféleképpen sikerülhet.
- Egy eljáráshívásnak egy sikeres végrehajtása **determinisztikusan futott le**:
  - ha nem hagyott választási pontot a híváshoz tartozó részfában, azaz
    - vagy választásmentesen futott le, azaz létre sem hozott választási pontot (figyelem: ez a Prolog megvalósítástól függ!);
    - vagy létrehozott ugyan választási pontot, de megszüntette (kimerítette, levágta).
- A SICStus Prolog nyomkövetésében **?** jelzi a **nem**determinisztikus lefutást:

```
p(1, a).
p(2, b).
p(3, b).
```

```
| ?- p(1, X).                        % det. hívás,
                1 1 Exit: p(1,a)     %      det. lefutás
| ?- p(Y, a).                        % det. hívás,
              ? 1 1 Exit: p(1,a)     %      nemdet. lefutás
| ?- p(Y, b), Y > 2.                 % nemdet. hívás
              ? 1 1 Exit: p(2,b)     %      nemdet. lefutás
                1 1 Exit: p(3,b)     %      det. lefutás
```


A determinisztikus lefutás

- Mi a determinisztikus lefutás haszna?
  - a futás gyorsabb lesz,
  - a tárigény csökken,
  - más optimalizálások (pl. jobbrekurzió) alkalmazható.
- Hogyan ismeri fel a fordító azt, hogy nem kell választási pont?
  - indexelés (indexing)
  - vágók és feltételes szerkezetek
- Az alábbi definíciók esetén a `p(`*`Nonvar`*`, Y)` hívás nem hoz létre választási pontot:

```
p(1, a).
p(2, b).
```

```
p(1, Y) :- !,
    Y = a.
p(_, b).
```

```
p(X, Y) :-
    (   X =:= 1 -> Y = a
    ;   Y = b
    ).
```


Indexelés — ismétlés

- Mi az indexelés?
  - egy adott hívásra illeszthető klózok gyors kiválasztása,
  - egy eljárás klózainak fordítási idejű csoportosításával.
- A legtöbb Prolog rendszer, így a SICStus Prolog is, az első fej-argumentum alapján indexel (first argument indexing).
- Az indexelés alapja az első fejargumentum külső funktora:
  - `C` szám vagy névkonstans esetén `C/0`;
  - `R` nevű és `N` argumentumú struktúra esetén `R/N`;
  - változó esetén nem értelmezett.
- Az indexelés megvalósítása:
  - Fordításkor a funktorokhoz elkészítjük az illeszthető klózok részhalmazát.
  - Futáskor lényegében konstans idő alatt választunk a részhalmazok közül.
  - **Fontos:** ha egyelemű a részhalmaz, nem hozunk létre választási pontot!

Példa indexelésre

```
p(0, a).          /* (1) */
p(X, t) :- q(X).  /* (2) */
p(s(0), b).       /* (3) */
p(s(1), c).       /* (4) */
p(9, z).          /* (5) */
```

```
q(1).
q(2).
```

- A `p(A, B)` hívással illesztendő klózhalmaz:
  - `{(1) (2) (3) (4) (5)}` ha `A` változó;
  - `{(1) (2)}` ha `A = 0`;
  - `{(2) (3) (4)}` ha `A` fő funktora `s/1`;
  - `{(2) (5)}` ha `A = 9`;
  - `{(2)}` minden más esetben.
- Példák hívásokra:
  - `p(1, Y)` nem hoz létre választási pontot.
  - `p(s(1), Y)` létrehoz választási pontot, de determinisztikusan fut le.
  - `p(s(0), Y)` nemdeterminisztikusan fut le.

Struktúrák, változók a fejargumentumban

- Azonos funktorú struktúrák az első fejargumentumban:
  - Ha a klózok szétválasztásához szükség van az első (struktúra) argumentum részeire is, akkor érdemes segédeljárást bevezetni.
  - Például `p/2` és `q/2` ekvivalens, de `q(Nonvar, Y)` determinisztikusan fut le!

```
p(0, a).
p(s(0), b).
p(s(1), c).
p(9, z).
```

```
q(0, a).
q(s(X), Y) :-
     q_seged(X, Y).
q(9, z).
```

```
q_seged(0, b).
q_seged(1, c).
```

- Fejillesztés kiváltása egyenlőséggel (vö. SML rétegelt minta)
  - Az indexelés figyelembe veszi a törzs elején szereplő egyenlőséget: `p(X, ...) :- X = Kif, ...` esetén `Kif` funktora szerint indexel.
  - Példa: lista hosszának reciproka, üres lista esetén 0:

```
rhossz([], 0).
rhossz(L, RH) :- L = [_|_], length(L, H), RH is 1/H.
% rhossz([X|L], RH) :-  length([X|L], H), RH is 1/H.
        % kevésbé hatékony, mert újra felépíti az [X|L] listát.
% rhossz(L, RH) :-  L \= [], length(L, H), RH is 1/H.
        % kevésbé hatékony, mert L=[] esetben választási pontot hagy.
```


Indexelés — további tudnivalók

- Indexelés és aritmetika
  - Az indexelés nem foglalkozik aritmetikai vizsgálatokkal.
  - Pl. az `N = 0` és `N > 0` feltételek nem „zárják ki” egymást.
  - Az alábbi `fakt/2` eljárás lefutása nem-determinisztikus:

```
fakt(0, 1).
fakt(N, F) :- N > 0, N1 is N-1, fakt(N1, F1), F is N*F1.
```

- Indexelés és listák
  - Gyakran kell az üres és nem-üres lista esetét szétválasztani.
  - A bemenő lista-argumentumot célszerű az első argumentum-pozícióba tenni.
  - Az `[]` és `[...|...]` eseteket az indexelés megkülönbözteti (funktoruk: `'[]'/0` ill. `'.'/2`).
  - A két klóz sorrendje nem érdekes (feltéve, hogy zárt listával hívjuk az első pozíción) — de azért tegyük a leálló klózt mindig előre.

Listakezelő eljárások indexelése: példák

- Az `append/3` választásmentesen fut le, ha első argumentuma zárt végű lista.

```
append([], L, L).
append([X|L1], L2, [X|L3]) :-  append(L1, L2, L3).
```

- A `last/2` közvetlen megfogalmazása nemdeterminisztikusan fut le:

```
% last(L, E): Az L lista utolsó eleme E.
last([E], E).
last([_|L], E) :- last(L, E).
```

- Érdemes segédeljárást bevezetni, `last2/2` választásmentesen fut

```
last2([X|L], E) :- last2(L, X, E).

% last2(L, X, E): Az [X|L] lista utolsó eleme E.
last2([], E, E).
last2([X|L], _, E) :- last2(L, X, E).
```

- Az utolsó listaelemet választásmentesen felsoroló member (`lists` könyvtárból):

```
member(E, [H|T]) :-     member_(T, H, E).

% member_(L, X, E): Az [X|L] lista eleme E.
member_(_, E, E).
member_([H|T], _, E) :- member_(T, H, E).
```

Az indexelés és a vágó kölcsönhatása

- Hogyan vehető figyelembe a vágó az indexelés fordításakor?
- Példa: a `p(1, A)` hívás választásmentes, de a `q(1, A)` nem!

```
p(1, Y) :- !, Y = 2.      % (1)
p(X, X).                  % (2)
Arg1=1 → (1), Arg1≠1 → (2)
```

```
q(1, 2) :- !.             % (1)
q(X, X).                  % (2)
Arg1=1 → {(1),(2)}, Arg1≠1 → (2)
```

- A fordító figyelembe veszi a vágót az indexelésben, ha garantált, hogy egy adott fő funktor esetén a vágót elérjük. Ennek feltételei:
  - az első argumentum változó, konstans, vagy csak változókat tartalmazó struktúra legyen,
  - a további argumentumok változók legyenek,
  - a fejben az összes változóelőfordulás különböző legyen,
  - a törzs első hívása a vágó (megengedve a fejillesztést kiváltó egyenlőséget).
- Ilyenkor a fordító az adott funktorhoz tartozó listából kihagyja a vágót követő klózokat.
- Példa: `p(X, D, E) :- X = s(A, B, C), !, ....  p(X, Y, Z) :- ....`
- Ez egy újabb érv a vágás alapszabálya mellett:

A kimenő paraméterek értékadását mindig a vágó után végezzük!

A vágó és az indexelés hatékonysága

- Egy Fibonacci-szerű sorozat: $f_1 = 1;\ \ f_2 = 2;\ \ f_n = f_{\lceil 3n/4 \rceil} + f_{\lfloor 2n/3 \rfloor},\ \ n > 2$

```
% determinisztikus
fib(1, 1).
fib(2, 2).
fib(N, F) :-
        N > 2,
        N2 is N*3//4,
        N3 is N*2//3,
        fib(N2, F2),
        fib(N3, F3),
        F is F2+F3.
```

```
% determ. lefutású
fibc(1, 1) :- !.
fibc(2, 2) :- !.
fibc(N, F) :-
        N > 2,
        N2 is N*3//4,
        N3 is N*2//3,
        fibc(N2, F2),
        fibc(N3, F3),
        F is F2+F3.
```

```
% választásmentes
fibci(1, F) :- !, F = 1.
fibci(2, F) :- !, F = 2.
fibci(N, F) :-
        N > 2,
        N2 is N*3//4,
        N3 is N*2//3,
        fibci(N2, F2),
        fibci(N3, F3),
        F is F2+F3.
```

- Futási idők $N = 2000$ esetén

	`fib`	`fibc`	`fibci`
futási idő	990 msec	890 msec	830 msec
meghiúsulási idő	440 msec	30 msec	0 msec
összesen	1430 msec	920 msec	830 msec
nyom-verem mérete	4.1Mbyte	2.0 Mbyte	256 byte

- `fibc` esetén a meghiúsulási idő azért nem 0, mert a rendszer a nyom-vermet (trail-stack) dolgozza fel. A nyom-verem tárolja a változó-értékadások visszacsinálási információit.

Választás-mentesség diszjunktív feltételes szerkezetek esetén

- Feltételes szerkezet végrehajtásakor általában választási pont jön létre.
- A **SICStus Prolog** a „`( felt -> akkor ; egyébként )`” szerkezetet választásmentesen hajtja végre, ha a `felt` konjunkció tagjai csak:
  - aritmetikai összehasonlító eljáráshívások (pl. `<, =<, =:=`), és/vagy
  - kifejezés-típust ellenőrző eljáráshívások (pl. `atom, number`), és/vagy
  - általános összehasonlító eljáráshívások (ld. később, pl. `@<, @=<, ==`).
- Analóg módon választásmentes kód keletkezik a „`fej :- felt, !, akkor.`” klózból, ha `fej` argumentumai különböző változók, és `felt` olyan mint fent.
- Például választásmentes kód keletkezik az alábbi definíciókból:

```
vektorfajta(X, Y, Fajta) :-
    (   X =:= 0, Y =:= 0
        % X = 0, Y = 0   nem lenne jó
    ->  Fajta = null
    ;   Fajta = nem_null
    ).
```

```
vektorfajta(X, Y, Fajta) :-
    X =:= 0, Y =:= 0, !,
    Fajta = null.
vektorfajta(_X, _Y, nem_null).
```


A PROLOG MEGVALÓSÍTÁSI MÓDSZEREIRŐL

A Prolog megvalósítás néhány mérföldköve

- 1973: Marseille Prolog (A. Colmerauer et al.)
  - értelmező (interpreter), Fortran nyelven
  - kifejezések ábrázolása: struktúra-osztásos (structure-sharing)
  - veremszervezés: egyetlen verem (csak visszalépéskor szabadul fel)
- 1977: DEC-10 Prolog (D. H. D. Warren)
  - fordítóprogram Prolog és assembly nyelven (+ értelmező Prologban)
  - kifejezések ábrázolása: struktúra-osztásos
  - veremszervezés: három verem (visszalépéskor mindhárom felszabadul)
    - globális verem (global stack): globális (struktúra-beli) változók, szemétgyűjtött
    - fő verem (local stack): eljárások, választási pontok, változók, det. lefutáskor felszabadul
    - nyom verem (trail): változó-behelyettesítések tárolása (vágónál felszabadítható)
- 1983: WAM — Warren Abstract Machine (D. H. D. Warren)
  - absztrakt gép Prolog programok végrehajtására
  - kifejezések ábrázolása: struktúra-másolásos (structure-copying)
  - három verem, mint DEC-10 Prologban, a globális verem tárolja a struktúrákat
  - A legtöbb mai Prolog WAM alapú (SICStus, SWI, GNU Prolog, . . .)

Struktúrák ábrázolása

- A kétféle kifejezés-ábrázolás összehasonlítása:

	struktúra-osztásos	struktúra-másolásos
tárigény:	a változók számával arányos	a struktúra méretével arányos
struktúra-építés időigénye	konstans	a struktúra méretével arányos
struktúra-szétszedés	költségesebb	kevésbé költséges

- Struktúra **építése**: egy változónak és egy **programszövegbeli** struktúrának az egyesítése
- FONTOS: egy változó értékeként megjelenő struktúra egyesítése egy behelyettesítetlen változóval mindenképpen konstans költségű!
- Példa:

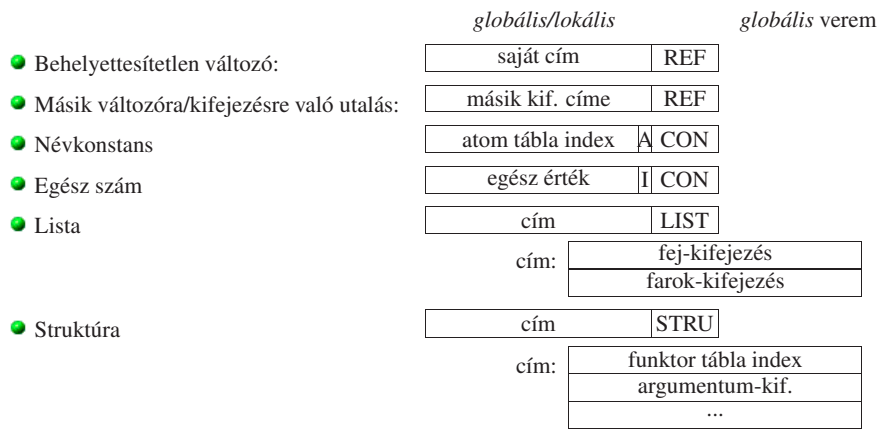
```
hosszabbít(L, [1,2,3,...,n|L]).

sokszoroz(0, L) :- !, L = [].
sokszoroz(N, L) :-
        hosszabbít(L0, L), N1 is N-1, sokszoroz(N1, L0).
```

- `sokszoroz(`n`, L)` költsége és tárigénye struktúra-osztásnál $O(n)$, struktúra-másolásnál $O(n^2)$
- A gyakorlatban mégis a struktúra-másolásos megoldás bizonyult hatékonyabbnak.

WAM: Prolog kifejezések tárolása

- A WAM-ban javasolt kifejezés-ábrázolás (LBT: low bit tagging scheme)



- A SICStus 3.x rendszer a 4 legmagasabb helyiértékű biten tárolja jelzőket (tag) — ezért a veremterületek mérete 256 Mbyte-ban korlátozott. (SICStus 4-ben már LBT séma lesz.)

WAM: néhány további részlet

- Változók kezelése
  - Két változó egyesítése: a fiatalabbik az öregebbikre utaló **REF** értéket kap
  - **Utalástalanítás**: az (esetleg többtagú) REF-lánc követése
  - Behelyettesítetlen változó ≡ önmagára mutató utalás ⇒ egyszerűbb utalástalanítás
- Visszalépés
  - **Feltételes változó**: behelyettesítetlen változó, öregebb mint a legfrissebb választási pont
  - Feltételes változó behelyettesítése esetén a változó címét beírjuk a nyom-verembe
  - Visszalépéskor a nyom alapján „visszacsináljuk” a változó-behelyettesítéseket, majd a vermeket visszahúzzuk
- SICStus programok WAM utasitás-sorozatra fordíthatók (`File.pl` ⇒ `File.wam`):

```
| ?- prolog:fshell_files(File, wam, []).
```

- A WAM bemutatása (tutorial): `http://www.vanx.org/archive/wam/wam.html`

JOBBREKURZIÓ ÉS AKKUMULÁTOROK

Jobbrekurzió (farok-rekurzió, tail-recursion) optimalizálás

- Az általános rekurzió költséges, helyben és időben is.
- Jobbrekurzióról beszélünk, ha
  - a rekurzív hívás a klóztörzs utolsó helyén van, vagy az utolsó helyen szereplő diszjunkció egyik ágának utolsó helyén stb., és
  - a rekurzív hívás pillanatában nincs választási pont a predikátumban (a rekurzív hívást megelőző célok determinisztikusan futottak le, nem maradt nyitott diszjunkciós ág).
- Jobbrekurzió optimalizálás: az utolsó hívás végrehajtása **előtt** a predikátum által lefoglalt hely felszabadul ill. szemétgyűjtésre alkalmassá válik.
- Ez az optimalizálás nemcsak rekurzív hívás esetén, hanem minden **utolsó** hívás esetén megvalósul — a pontos név: utolsó hívás optimalizálás (last call optimisation).
- A jobbrekurzió így tehát nem növeli a memória-igényt, korlátlan mélységig futhat — mint a ciklusok az imperatív nyelvekben. Példa:

```
ciklus(Állapot) :- lépés(Állapot, Állapot1), !, ciklus(Állapot1).
ciklus(_Állapot).
```


Predikátumok jobbrekurzív alakra hozása — listaösszeg

- A listaösszegzés „természetes”, nem jobbrekurzív definíciója:

```
% sum(+L, ?S): Az L számlista elemeinek összege S (S = 0+Ln+Ln-1+...+L1).
sum([], 0).
sum([X|L], S):- sum(L,S0), S is S0+X.
```

- Első jobbrekurzív változat, csak ellenőrzésre használható:

```
% sum1(+L, +S): Az L számlista elemeinek összege S (S-L1-L2-...-Ln = 0).
sum1([], 0).
sum1([X|L], S) :- /* S is S0+X  helyett: */ S0 is S-X, sum1(L, S0).
```

- Második jobbrekurzív változat, csak kiírni tudja az eredményt:

```
% sum2(+L): Az L számlista elemeinek összegét (0+L1+L2+...+Ln) kiírja.
sum2(L):- sum2(L, 0).

% sum2(+L, +S0): Az L lista S0-lal növelt összegét kiírja.
sum2([], S) :-    write(S), nl.
sum2([X|L], S0):- S1 is S0+X, sum2(L, S1).
```

- Ahhoz, hogy az összeget **eredményként** ki tudjuk adni, szükséges egy további, kimenő argumentum.

Jobbrekurzív listaösszeg — akkumulátorpár segítségével

- Harmadik változat: teljes értékű jobbrekurzív lista-összegző:

```
% sum3(+L, ?S): Az L számlista elemeinek összege S.
sum3(L, S):- sum3(L, 0, S).

% sum3(+L, +S0, ?S): L elemeit hozzáadva S0-hoz kapjuk S-et. (≡ σ L = S-S0)
sum3([], S, S).
sum3([X|L], S0, S):-
        S1 is S0+X, sum3(L, S1, S).
```

- A jobbrekurzív `sum3` eljárás több mint **3-szor gyorsabb** mint a nem jobbrekurzív `sum`!
- Az **akkumulátor** az imperatív (azaz megváltoztatható értékű) változó fogalmának deklaratív megfelelője:
  - A `sum3(L, S0, S)` predikátumban az `S0` és `S` argumentumok egy akkumulátorpárt alkotnak.
  - Az akkumulátorpár két része az adott változó mennyiség (a példában az összeg) különböző időpontokban vett értékeit mutatja:
    - `S0` az összeg értéke a `sum3/3` **meghívásakor**: az összegző változó kezdőértéke;
    - `S` az összeg értéke a `sum3/3` **lefutása után**: összegző változó végértéke.

Az akkumulátorok használata

- Az akkumulátorokkal általánosan több egymás utáni változtatást is leírhatunk:

```
p(..., A0, A):-
        q0(..., A0, A1), ...,
        q1(..., A1, A2), ...,
        qn(..., An, A).
```

- A `sum3/3` második klóza ilyen alakra hozva:

```
sum3([X|L], S0, S):- plus(X, S0, S1), sum3(L, S1, S).

plus(X, S0, S) :- S is S0+X.
```

- Akkumulátorváltozók elnevezési konvenciója: kezdőérték: *Vált*`0`; közbülső értékek: *Vált*`1`, ..., *Vált*`n`; végérték: *Vált*.
- A Prolog akkumulátorpár nem más mint a funkcionális programozásból ismert gyűjtőargumentum és a függvény eredményének együttese.

Akkumulátorok használata — folytatás

- Három lista összege

```
% sum_3_lists(+L, +LL, +LLL, +S0, ?S): Az L, LL, LLL számlisták
% összegeinek összege S-S0
sum_3_lists(L, LL, LLL, S0, S) :-
        sum3(L, S0, S1), sum3(LL, S1, S2), sum3(LLL, S2, S).
```

  Előrebocsátott megjegyzés: a fenti szabály DCG (Definite Clause Grammar) formája

```
sum_3_lists(L, LL, LLL) --> sum3(L), sum3(LL), sum3(LLL).
```

- Többszörös akkumulálás — listák összege és négyzetösszege

```
% sum12(+L, +S0, ?S, +Q0, ?Q): S-S0 =Σ Li, Q-Q0 = Σ Li*Li
sum12([], S, S, Q, Q).
sum12([X|L], S0, S, Q0, Q):-
        S1 is S0+X, Q1 is Q0+X*X, sum12(L, S1, S, Q1, Q).
```

- Többszörös akkumulátorok összevonása

```
% sum12(+L, +S0/Q0, ?S/Q): S-S0 =Σ Li, Q-Q0 = Σ Li*Li
sum12([], SQ, SQ).
sum12([X|L], S0/Q0, SQ):-
        S1 is S0+X, Q1 is Q0+X*X, sum12(L, S1/Q1, SQ).
```


Különbséglisták

- A `revapp` mint akkumuláló eljárás

```
% revapp(Xs, L0, L): Xs megfordítását L0 elé füzve kapjuk L-t.
% Másképpen: Xs megfordítása L-L0.
revapp([], L, L).
revapp([X|Xs], L0, L) :-
        L1 = [X|L0], revapp(Xs, L1, L).
```

- Az `L-L0` jelölés (különbséglista): azt a listát nevezi meg, amelyet úgy kapunk, hogy `L` végéről elhagyjuk `L0`-t (feltéve, hogy `L0` szuffixuma `L`-nek).
- Például az `[1,2,3]` listának megfelelő különbséglisták:
  - `[1,2,3,4]-[4]`, `[1,2,3,a,b]-[a,b]`, `[1,2,3]-[]`, ...
  - A legáltalánosabb (nyílt) különbséglistában a „kivonandó” változó: `[1,2,3|L]-L`
- Egy nyílt különbséglista konstans időben összefűzhető egy másikkal:

```
% app_dl(DL1, DL2, DL3): DL1 és DL2 különbséglisták összefűzése DL3.
app_dl(L-L0, L0-L1, L-L1).
```

```
| ?- app_dl([1,2,3|L0]-L0, [4,5|L1]-L1, DL).
       ⟹ DL = [1,2,3,4,5|L1]-L1, L0 = [4,5|L1]
```

- A nyílt különbséglista „egyszer használatos”, egy hozzáfűzés után már nem lesz nyílt!

Különbséglisták (folyt.)

- Példa: lineáris idejű listafordítás, `nrev` stílusában, különbséglistával:

```
% nrev(L, DR): Az L lista megfordítása a DR különbséglista.
nrev_dl([], L-L).               % L-L ≡ üres különbséglista
nrev_dl([X|L], DR) :-
    nrev_dl(L, DR0),
    app_dl(DR0, [X|T]-T, DR).   % [X|T]-T ≡ egyelemű különbséglista

% app_dl(DL1, DL2, DL3): DL1 és DL2 különbséglisták összefűzése DL3.
app_dl(L-L0, L0-L1, L-L1).

% Az L lista megfordítása R
rev(L, R) :-
        nrev_dl(L, R-[]).
```

- Az `nrev_dl/2` eljárás törzsében érdemes a két hívást megcserélni (jobbrekurzió!).
- `nrev_dl(L, R-R0)` ⟹ `rev2(L, R0, R)` átalakítással és `app_dl` kiküszöbölésével a fenti `nrev_dl/2` eljárásból kapunk egy `rev2/3`-t, amely azonos `revapp/3`-mal!
- Ettől az átalakítástól kb **3-szor gyorsabb** lesz a program ⇒ érdemes a különbséglisták helyett akumulátorpárokat használni!
- A továbbiakban a különbséglista jelölést csak a fejkommentek megfogalmazásában használjuk.

Az append mint akkumuláló eljárás

- Írjunk egy `eleje_marad(Eleje, L, Marad)` eljárást!

```
% eleje_marad(Eleje, L, Marad): Az L lista kezdetén az Eleje lista áll,
% annak L-ből való elhagyása után marad a Marad lista.
eleje_marad([], L, L).
eleje_marad([X|Xs], L0, L) :-
        L0 = [X|L1],
        eleje_marad(Xs, L1, L).
```

- Az akkumulálási lépés: `L0 = [X|L1]`, egy elem **elhagyása** a lista elejéről.
- A 2. és 3. argumentum felcserélésével az `eleje_marad` eljárás átalakul az `append` eljárássá!
- Tehát az `append` is tekinthető akkumuláló eljárásnak (a 2. és 3. argumentum a szokásos akkumulátorpárokhoz képest fel van cserélve):

```
% append(Xs, L, L0): L0 elejéről Xs elemeit lehagyva marad L.
% Másképpen: Xs = L0-L.
append([], L, L).
append([X|Xs], L, L0) :-
        L0 = [X|L1], append(Xs, L, L1).
```

- Az akkumulálási lépés: az `L0` változó értékül kap egy listát, melynek farka `L1`, az akkumulálált mennyiség: az a változó, amelyben az összefűzés eredményét várjuk.

Egy mintafeladat: $a^n b^n$ alakú sorozat előállítása

- Első megoldás, $3n$ lépés

```
% anbn(N, L): Az L lista N db a-ból
% és azt követő N db b-ből áll.
anbn(N, L) :-
        an(N, a, AN),
        an(N, b, BN),
        append(AN, BN, L).

% an(N, A, L): L az A elemet N-szer
% tartalmazó lista
an(0, _A, L) :- !, L = [].
an(N, A, [A|L]) :-
        N > 0,
        N1 is N-1,
        an(N1, A, L).
```

- Második megoldás, $2n$ lépés

```
anbn(N, L) :-
        an(N, b, [], BN),
        an(N, a, BN, L).

% an(N, A, L0, L): L-L0 az A
% elemet N-szer tartalmazó lista
an(0, _A, L0, L) :- !, L = L0.
an(N, A, L0, [A|L]) :-
        N > 0,
        N1 is N-1,
        an(N1, A, L0, L).
```


$a^n b^n$ alakú sorozatok (folyt.)

- Harmadik megoldás, n lépés

```
anbn(N, L) :-
        anbn(N, [], L).

% anbn(N, L0, L): Az L-L0 lista N db a-ból és azt követő N db b-ből áll.
anbn(0, L0, L) :- !, L = L0.
anbn(N, L0, [a|L]) :-
        N > 0,
        N1 is N-1,
        anbn(N1, [b|L0], L).
```

- A második klóz nem jobbrekurzív változata

```
anbn(N, L0, L) :-
        N > 0, N1 is N-1,
        L1 = [b|L0],       % 1. lépés: L0 elé b => L1
        anbn(N1, L1, L2), % 2. lépés: L1 elé a^N1 b^N1 => L2
        L = [a|L2].        % 3. lépés: L2 elé a => L
```


$a^n b^n$ alakú sorozatok — más nyelvű megoldások

- SML megoldás

```
local
  fun ab(0, L) = L
    | ab(N, L0) = #"a"::ab(N-1, #"b"::L0)
in fun anbn N = ab(N, [])
end
```

- C++ megoldás

```
link *anbn(unsigned n) {
  link *l = 0, *b = 0;     // ez elé építjük a b-ket
  link **a = &l;           // ebbe tesszük az a-kat
  for (; n > 0; --n) {
    *a = new link('a');    // elölről
    a = &(*a)->next;       // hátra épít
    b = new link('b', b); // hátulról előre épít
  }
  *a = b; return l;
}
```

Összetettebb adatstruktúrák akkumulálása

- Az adatstruktúra:
  `% :- type bfa --> ures ; bfa(integer, bfa, bfa).`
- A fa csomópontjaiban tároljuk a számértékeket, a levelek nem tárolnak információt.
- Egészek gyűjtése **rendezett** bináris fában
  - `beszur(BFa0, E, BFa)`: Az `E` egész számnak a `BFa0` fába való beszúrása a `BFa` bináris fát eredményezi.
  - Itt `BFa0` és `BFa` egy akkumulátorpár, de az indexelés érdekében `BFa0` az első argumentum-pozícióba kerül.
- Példafutás:

```
| ?- beszur(ures, 3, Fa0),
     beszur(Fa0, 1, Fa1),
     beszur(Fa1, 5, Fa2).

Fa0 = bfa(3,ures,ures),
Fa1 = bfa(3,bfa(1,ures,ures),ures),
Fa2 = bfa(3,bfa(1,ures,ures),bfa(5,ures,ures)) ?
```


Akkumulálás bináris fákkal

- Elem beszúrása bináris fába

```
% beszur(BF0, E, BF): E beszúrása BF0 rendezett fába
% a BF rendezett fát adja
% :- pred beszur(bfa::in, integer::in, bfa::out).
beszur(ures, Elem, bfa(Elem, ures, ures)).
beszur(BF0, Elem, BF):-
        BF0 = bfa(E,B,J),  % az indexelés működik!
        (   Elem =:= E -> BF = BF0
        ;   Elem < E ->
            BF = bfa(E,B1,J),
            beszur(B, Elem, B1)
        ;   BF = bfa(E,B,J1),
            beszur(J, Elem, J1)
        ).
```


Akkumulálás bináris fákkal — folyt.

- Lista konverziója bináris fává

```
% lista_bfa(L, BF0, BF): L elemeit beszúrva BF0-ba kapjuk BF-t.
% :- pred lista_bfa(list(integer)::in, bfa::in, bfa::out).
lista_bfa([], BF, BF).
lista_bfa([E|L], BF0, BF):-
        beszur(BF0, E, BF1),
        lista_bfa(L, BF1, BF).

| ?- lista_bfa([3,1,5], ures, BF).
BF = bfa(3,bfa(1,ures,ures),bfa(5,ures,ures)) ? ;
no

| ?- lista_bfa([3,1,5,1,2,4], ures, BF).
BF = bfa(3,bfa(1,ures,bfa(2,ures,ures)),
           bfa(5,bfa(4,ures,ures),ures)) ? ;
no
```


Akkumulálás bináris fákkal — folyt.

- Bináris fa konverziója listává

```
% bfa_lista(BF, L0, L): A BF fa levelei az L-L0 listát adják.
% :- pred bfa_lista(bfa::in, list(integer)::in,
%                            list(integer)::out).
bfa_lista(ures, L, L).
bfa_lista(bfa(E, B, J), L0, L) :-
        bfa_lista(J, L0, L1),
        bfa_lista(B, [E|L1], L).
```

- Rendezés bináris fával

```
% L lista rendezettje R.
% :- pred rendez(list(integer)::in, list(integer)::out).
rendez(L, R):-
        lista_bfa(L, ures, BF), bfa_lista(BF, [], R).

| ?- rendez([1,5,3,1,2,4], R).
R = [1,2,3,4,5] ? ;
no
```

IMPERATÍV PROGRAMOK ÁTÍRÁSA PROLOGBA

Hogyan írjunk át imperatív nyelvű algoritmust Prolog programmá?

- Példafeladat: Hatékony hatványozási algoritmus
  - Alaplépés: a kitevő felezése, az alap négyzetre emelése.
  - Lényegében a kitevő kettes számrendszerbeli alakja szerint hatványoz.
- Az algoritmust megvalósító C nyelvű függvény:

```
/* hatv(a, h) = a**h */
int hatv(int a, unsigned h)
{
  int e = 1;
  while (h > 0)
  {
    if (h & 1) e *= a;
    h >>= 1; a *= a;
  }
  return e;
}
```

- Az algoritmusban három változó van: `a, h, e`:
  - `a` és `h` végértékére nincs szükség,
  - `e` végső értéke szükséges (ez a függvény eredménye).

A `hatv` C függvénynek megfelelő Prolog eljárás

- Egy kétargumentumú C függvénynek egy 2+1-argumentumú Prolog eljárás felel meg.
- A fügvény eredménye a reláció utolsó argumentuma lesz: `hatv(+A, +H, ?E)`: $\mathtt{A}^{\mathtt{H}} = \mathtt{E}$.
- A ciklusnak segédeljárás felel meg: `hatv(+A0, +H0, +E0, ?E)`: $\mathtt{A0}^{\mathtt{H0}} * \mathtt{E0} = \mathtt{E}$.
- Az »a« és »h« C változóknak az »+A« és »+H« bemenő *paraméterek* (nem kell a végérték), az »e« C változónak az »+E0, ?E« *akkumulátorpár* felel meg (kezdőérték, végérték).

```
hatv(A, H, E) :-
        hatv(A, H, 1, E).

hatv(A0, H0, E0, E) :- H0 > 0, !,
        (   H0 /\ 1 =:= 1
              % /\ ≡ bitenkénti ``és''
        ->  E1 is E0*A0
        ;   E1 = E0
        ),
        H1 is H0 >> 1,
        A1 is A0*A0,
        hatv(A1, H1, E1, E).
hatv(_, _, E, E).
```

```
int hatv(int a, unsigned h)
{       int e = 1;

  ism:  if (h > 0)
        {  if (h & 1)
             e *= a;



           h >>= 1;
           a *= a;
           goto ism;
        } else return e;
}
```


A C ciklus és a Prolog eljárás kapcsolata

- A ciklust megvalósító Prolog eljárás minden pontján minden C változónak megfeleltetethető egy Prolog változó (pl. `h`-nak `H0, H1, ...`):
  - A ciklusmag elején a C változók a megfelelő Prolog argumentumban levő változónak felelnek meg.
  - Egy C értékadásnak egy új Prolog változó bevezetése felel meg, az ez után következő kódban az új változó felel meg a C változónak.
  - Ha a diszjunkció egyik ága megváltoztat egy változót, akkor a többi ágon is be kell vezetni az új Prolog változót, a régivel azonos értékkel (ld. `if (h & 1) ...`).
- A C ciklusmag végén a Prolog eljárást vissza kell hívni, argumentumaiban az egyes C változóknak pillanatnyilag megfeleltetett Prolog változóval.
- A C ciklus **ciklus-invariánsa** nem más mint a Prolog eljárás fejkommentje, a példában:

  `% hatv(+A0, +H0, +E0, ?E)`: $\mathtt{A0}^{\mathtt{H0}} * \mathtt{E0} = \mathtt{E}$.

Programhelyesség-bizonyítás

- Egy algoritmus (függvény) specifikációja:
  - **előfeltételek**: a bemenő paramétereknek teljesíteniük kell ezeket,
  - **utófeltételek**: a paraméterek és az eredmény kapcsolatát írják le.
- Egy algoritmus **helyes**, ha minden, az előfeltételeket kielégítő adatra a függvény hibátlanul lefut, és eredményére fennállnak az utófeltételek.
- Példa: `x = mfoku_gyok(a,b,c)`
  - előfeltételek: `b*b-4*a*c >= 0, a` $\neq$ `0`
  - utófeltétel: `a*x*x+b*x+c = 0`
  - a program:

```
double mfoku_gyok(a, b, c)
double a, b, c;
{  double d = sqrt(b*b-4*a*c);
   return (-b+d)/2/a;
}
```

- A program helyességének bizonyítása lineáris kódra viszonylag egyszerű.

Ciklikus programok helyességének bizonyítása

- A ciklusokat „fel kell vágni” egy **ciklus-invariáns**sal, amely:
  - az előfeltételekből és a ciklust megelőző értékadásokból következik,
  - ha a ciklus elején fennáll, akkor a ciklus végén is (indukció),
  - belőle és a leállási feltételből következik a ciklus utófeltétele.

```
int hatv(int a0, unsigned h0) /* utófeltétel: hatv(a0, h0) = a0^h0 */
{ int e = 1, a = a0, h = h0;
  while (h > 0)
  { /* ciklus-invariáns: a0^h0 == e*a^h */
    /* induláskor a kezdőértékek alapján triviálisan fennáll */
    if (h & 1) e *= a;          /* e' = e * a^(h&1) */
    h >>= 1;                    /* h' = (h-(h&1))/2 */
    a *= a;                     /* a' = a*a */
  }                             /* indukció: e'*a'^h' = ... = e*a^h */
  return e;
  /* Az invariánsból h = 0 miatt következik az utófeltétel */
}
```


Második példa: Fibonacci sorozat tagjainak hatékony számítása

- A C függvény

```
unsigned fib(unsigned n)
{ unsigned f = 0, fnxt = 1, t;
  while (n > 0) t = fnxt, fnxt += f, f = t, --n;  /* (1) */
  return f;
}
```

- Az (1) ciklusnak bemenő változói: `n, f, fnxt`, kimenő változója: `f`.
- A ciklusnak megfeleltetett Prolog eljárás: `fib(N, F0, FNXT, F)`: az `F0` és `FNXT` kezdőértékű Fibonacci sorozat `N`-edik tagja `F`.

```
% "betű szerinti" Prolog átírás:
fib(N, F0, FNXT, F) :- N > 0, !,
    T = FNXT, FNXT1 is FNXT+F0,
    F1 = T, N1 is N-1,
    fib(N1, F1, FNXT1, F).
fib(_, F0, _, F0).
```

```
% Leegyszerűsített alak:
fib(N, F0, FNXT, F) :- N > 0, !,
    FNXT1 is FNXT+F0,
    N1 is N-1,
    fib(N1, FNXT, FNXT1, F).
fib(_, F0, _, F0).
```


Fibonacci sorozat — Prolog stílusban

- A Fibonacci sorozat teljes Prolog megvalósítása, és az ennek megfeleltethető C kód:

```
fib(N, F) :-
        fib(N, 0, 1, F).

fib(N, F0, F1, F) :-
        N > 0, !,
        N1 is N-1,
        F2 is F0+F1,

        fib(N1, F1, F2, F).

fib(_, F0, _, F0).
```

```
% unsigned fib(unsigned N)
% { unsigned F0=0, F1=1, F2;
%
% ism:
%   if (N > 0)
%   {  --N;
%      F2 = F0+F1;
%      F0 = F1; F1 = F2;
%      goto ism;
%   }
%   return F0;
% }
```

MEGOLDÁSOK GYŰJTÉSE ÉS FELSOROLÁSA

Keresési feladat Prologban — felsorolás vagy gyűjtés?

- Keresési feladat: bizonyos feltételeknek megfelelő dolgok meghatározása.
- Prolog nyelven egy ilyen feladat alapvetően kétféle módon oldható meg:
  - gyűjtés — az összes megoldás összegyűjtése, pl. egy listába;
  - felsorolás — a megoldások visszalépéses felsorolása: egyszerre egy megoldást kapunk, de visszalépés esetén sorra előáll minden megoldás.
- Egyszerű példa: egy lista páros elemeinek megkeresése:

```
% Gyűjtés:
% páros_elemei(L, Pk): Pk az L
% lista páros elemeinek listája.
páros_elemei([], []).
páros_elemei([X|L], Pk) :-
    X mod 2 =\= 0, !,
    páros_elemei(L, Pk).
páros_elemei([P|L], [P|Pk]) :-
    páros_elemei(L, Pk).
```

```
% Felsorolás:
% páros_eleme(L, P): P egy páros
% eleme az L listának.
páros_eleme([X|L], P) :-
    X mod 2 =:= 0, P = X.
páros_eleme([_X|L], P) :-
    % _X akár páros, akár páratlan
    % folytatjuk a felsorolást:
    páros_eleme(L, P).

% egyszerűbb megoldás:
páros_eleme2(L, P) :-
    member(P, L), P mod 2 =:= 0.
```


Mi a közös a felsoroló és gyűjtő eljárásokban?

- Keressük meg a közös részt a `páros_elemei` és `páros_eleme` eljárásokban!
- Mindkettőben át kell lépni a páratlan elemeket, és meg kell keresni az első páros elemet a listában:

```
% köv_páros(L0, P, L) :- Az L0 első páros eleme P, a maradék L.
köv_páros([X|L0], P, L) :-
    X mod 2 =\= 0, !, köv_páros(L0, P, L).
köv_páros([P|L], P, L).
```

- A `köv_páros` eljárásra épülő gyűjtő és felsoroló eljárások:

```
% páros_elemei(L, Pk): Pk az L
% lista páros elemeinek listája.
páros_elemei(L0, Pk) :-
    köv_páros(L0, P, L1), !,
    Pk = [P|Pk1],
    páros_elemei(L1, Pk1).
páros_elemei(_, []).
```

```
% páros_eleme(L, P): P egy páros
% eleme az L listának.
páros_eleme(L0, P) :-
    köv_páros(L0, P0, L1),
    (   P = P0
    ;   páros_eleme(L1, P)
    ).
```


A gyűjtő és felsoroló sémák összehasonlítása

- A páros elemeket gyűjtő ill. felsoroló eljárások alapján adjunk meg egy általános sémát a kétféle eljárástípusra!
- Az általános esetben a keresésnek lehet egy vagy több `Param` paramétere. Például, kereshetjük a `Param`-mal osztható elemeket.
- A közös építőelem: `következő(V0, Param, E, V1)`: A `V0` kifejezéssel jellemzett keresési térben az első megoldás `E`, és a fennmaradó keresési tér `V1`, a `Param` paraméter-érték mellett.

A gyűjtő séma:

```
% A V0 keresési térben a Param
% paraméterű megoldások listája L.
megoldások(V0, Param, L) :-
  következő(V0, Param, E, V1), !,
  L = [E|L1],
  megoldások(V1, Param, L1).
megoldások(_, _, []).
```

A felsoroló séma:

```
% A V0 keresési térben E egy
% Param paraméterű megoldás.
megoldás(V0, Param, E) :-
  következő(V0, Param, E0, V1),
  (   E = E0
  ;   megoldás(V1, Param, E)
  ).
```

Egy összetettebb példa: fennsíkok felsorolása

- Egy listában fennsíknak nevezünk:
  - egy csupa azonos elemből álló, legalább kételemű, folytonos részlistát;
  - amely az ilyenek között maximális (egyik irányba sem kiterjeszthető).
- A feladat: felsorolandók egy lista fennsíkjai és kezdőpozíciójuk.
- `fennsík(L, F, H)`: Az `L` listában az `F` (1-től számozott) pozíción egy `H` hosszú fennsík van.
- Egy gyorsprogramozási módszerrel készült (Prolog hekker) megoldás:

```
fennsík0(L, F, H) :-
    Teste = [E,E|_],
    append(Eleje, Teste, L),
    \+ last(Eleje, E),
    length(Eleje, F0), F is F0+1,
    kezdethossz(Teste, H).
    % kezdethossz/2 definícióját
    % lásd korábban
```

```
fennsík1(L, F, H) :-
    Teste = [E,E|_],
    append(Eleje, Teste, L),
    \+ last(Eleje, E),
    length(Eleje, F0), F is F0+1,
    % kezdethossz/2 kifejtve:
    (   append(Ek, Farok, Teste),
        \+ Farok = [E|_] ->
        length(Ek, H)
    ).
```


Fennsíkok felsorolása — 2., hatékony megoldás

- Használjuk a megoldás-felsoroló sémát: `megoldás(V0, Param, E)`!
  - *V0*: »`L, P`«, a bejárandó lista és első elemének pozíciója;
  - *Param*: üres;
  - *E*: »`F, H`«, a megoldás-fennsík kezdőpozíciója és hossza.

```
% Az L listában az F pozíción egy H hosszú fennsík van.
fennsík(L, F, H) :-
        fennsík(L, 1, F, H).

% A P0-tól számozott L0 listában az F pozíción
% egy H hosszú fennsík van.
fennsík(L0, P0, F, H) :-
        % az első fennsík jellemzői F0 és H0,
        % a fennsík utáni maradéklista L1:
        első_fennsík(L0, P0, F0, H0, L1),
        (   F = F0, H = H0
        ;   P1 is F0+H0,    % L1 kezdőpozíciója, P1, nem más mint
                            % az előző megoldás kezdőpozíciója+hossza
            fennsík(L1, P1, F, H)
        ).
```


Fennsíkok felsorolása — 2., hatékony megoldás (folyt.)

- Az első fennsík előállítása:

```
% első_fennsík(+L0, +P0, -F, -H, -L): A P0-tól számozott L0 listában az
% első fennsík az F. pozíción van és hossza H, a fennsík után fennmaradó
% rész pedig az L lista.
első_fennsík([E,E|L1], P0, F, H, L) :-
        !, F = P0, azonosak(L1, E, 2, H, L).
első_fennsík([_|L1], P0, F, H, L) :-
        P1 is P0+1,
        első_fennsík(L1, P1, F, H, L).

% azonosak(+L0, +E, +H0, -H, -L): Az L0 lista elejéről a maximális számú
% E-vel azonos elemet lehagyva marad L, a lehagyott elemek száma H-H0.
azonosak([X|L0], E, H0, H, L) :-
        E = X, !,
        H1 is H0+1,
        azonosak(L0, E, H1, H, L).
azonosak(L, _, H, H, L).
```


MEGOLDÁSGYŰJTŐ BEÉPÍTETT ELJÁRÁSOK

Gyűjtés és felsorolás kapcsolata

- Korábban láttuk, hogyan lehet egy keresési feladat gyűjtő és felsoroló eljárásait egy közös magból előállítani.
- Most vizsgáljuk meg, hogyan lehet egy felsoroló eljárást visszavezetni a gyűjtőre, és fordítva:
  - felsorolás gyűjtésből: a `member/2` könyvtári eljárás segítségével, pl.

```
páros_eleme(L, P) :-
    páros_elemei(L, Pk), member(P, Pk).
```

    Természetesen ez így nem hatékony!
  - gyűjtés felsorolásból: a megoldásgyűjtő beépített eljárások segítségével, pl.

```
páros_elemei(L, Pk) :-
    findall(P, páros_eleme(L, P), Pk).
    % A páros_eleme(L, P) cél
    % összes P megoldásának listája Pk.
```


A `findall(?Gyűjtő, :Cél, ?Lista)` beépített eljárás

- Az eljárás végrehajtása (procedurális szemantikája):
  - a `Cél` kifejezést eljáráshívásként értelmezi, meghívja (`A :` annotáció meta- (azaz eljárás) argumentumot jelez);
  - minden egyes megoldásához előállítja `Gyűjtő` egy *másolatát*, azaz a megoldásbeli változókat, ha vannak, szisztematikusan újakkal helyettesíti;
  - Az összes `Gyűjtő` értéket egy listába összegyűjti, és ezt egyesíti `Lista`-val.
- Példák az eljárás használatára:

```
| ?- findall(X, (member(X, [1,7,8,3,2,4]), X>3), L).
                ⟹  L = [7,8,4] ? ; no
| ?- findall(X-Y, (between(1, 3, X), between(1, X, Y)), L).
                ⟹  L = [1-1,2-1,2-2,3-1,3-2,3-3] ? ; no
```

- Az eljárás jelentése (deklaratív szemantikája):
  `Lista` = { `Gyűjtő` másolat | ($\exists$`X`...`Z`)`Cél` igaz }
  ahol `X`, ..., `Z` a `findall` hívásban levő szabad változók (azaz olyan, a hívás pillanatában behelyettesítetlen változók, amelyek a `Cél`-ban előfordulnak de a `Gyűjtő`-ben nem).

A `bagof(?Gyűjtő, :Cél, ?Lista)` beépített eljárás

- Az eljárás végrehajtása (procedurális szemantikája):
  - a `Cél` kifejezést eljáráshívásként értelmezi, meghívja;
  - összegyűjti a megoldásait (a `Gyűjtő`-t és a szabad változók behelyettesítéseit);
  - a szabad változók összes behelyettesítését *felsorolja* és mindegyikhez a `Lista`-ban megadja az összes hozzá tartozó `Gyűjtő` értéket.
- Példák az eljárás használatára:

```
gráf([a-b,a-c,b-c,c-d,b-d]).

| ?- gráf(_G), findall(B, member(A-B, _G), VegP).
                        ⟹ VegP = [b,c,c,d,d] ? ; no
| ?- gráf(_G), bagof(B, member(A-B, _G), VegP).
                        ⟹ A = a, VegP = [b,c] ? ;
                           A = b, VegP = [c,d] ? ;
                           A = c, VegP = [d] ? ; no
```

- A `bagof` eljárás jelentése (deklaratív szemantikája):
  `Lista` = { `Gyűjtő` | `Cél` igaz }, `Lista` $\neq$ `[]`.

A `bagof` megoldásgyűjtő eljárás (folyt.)

- Explicit kvantorok
  - `bagof(Gyűjtő, V1 ^ ...^ Vn ^ Cél, Lista)` alakú hívása a `V1, ..., Vn` változókat egzisztenciálisan kötöttnek tekinti, nem sorolja fel.
  - jelentése: `Lista` = { `Gyűjtő` | ($\exists$`V1`, ..., `Vn`)`Cél` igaz } $\neq$ `[]`.

```
| ?- gráf(_G), bagof(B, A^member(A-B, _G), VegP).
                        ⟹ VegP = [b,c,c,d,d] ? ; no
```

- Egymásba ágyazott gyűjtések
  - szabad változók esetén a `bagof` nemdeterminisztikus lehet, így skatulyázható:

```
% A G irányított gráf fokszámlistája FL:
% FL = { A-N | N = |{ V | A-V ∈ G }| }
fokszámai(G, FL) :-
    bagof(A-N, Vk^(bagof(V, member(A-V, G), Vk),
                   length(Vk, N)                ), FL).

| ?- gráf(_G), fokszámai(_G, FL).
                ⟹ FL = [a-2,b-2,c-1] ? ; no
```

A `bagof` megoldásgyűjtő eljárás (folyt.)

- Fokszámlista hatékonyabb előállítása
  - a vezérlési szerkezeteket célszerű elkerülni a meta-argumentumokban
  - segédeljárás bevezetésével a kvantor is szükségtelenné válik:

```
% Az A pont foka a G irányított gráfban N, N>0.
pont_foka(A, G, N) :-
        bagof(V, member(A-V, G), Vk), length(Vk, N).

% A G irányított gráf fokszámlistája FL:
fokszámai(G, FL) :-    bagof(A-N, pont_foka(A, G, N), FL).
```

- Példák a `bagof/3` és `findall/3` közötti kisebb különbségekre:

```
| ?- findall(X, (between(1, 5, X), X<0), L).    ⟹ L = [] ? ; no
| ?-   bagof(X, (between(1, 5, X), X<0), L).    ⟹ no
| ?- findall(S, member(S, [f(X,X),g(X,Y)]), L).
                              ⟹ L = [f(_A,_A),g(_B,_C)] ? ; no
| ?-   bagof(S, member(S, [f(X,X),g(X,Y)]), L).
                              ⟹ L = [f(X,X),g(X,Y)] ? ; no
```

- A `bagof/3` logikailag tisztább mint a `findall/3`, de időigényesebb!

A `setof(?Gyűjtő, :Cél, ?Lista)` beépített eljárás

- az eljárás végrehajtása:
  - ugyanaz mint: `bagof(Gyűjtő, Cél, L0), sort(L0, Lista)`,
  - itt `sort/2` egy univerzális rendező eljárás (lásd később), amely
  - az eredménylistát rendezi (az ismétlődések kiszűrésével).
- Példa a `setof/3` eljárás használatára:

```
gráf([a-b,a-c,b-c,c-d,b-d]).

% Gráf egy pontja P.
pontja(P, Gráf) :- member(A-B, Gráf), ( P = A ; P = B).

% A G gráf pontjainak listája Pk.
gráf_pontjai(G, Pk) :- setof(P, pontja(P, G), Pk).
```

```
| ?- gráf(_G), gráf_pontjai(_G, Pk). ⟹ Pk = [a,b,c,d] ? ; no
```


META-LOGIKAI ELJÁRÁSOK

A meta-logikai, azaz a logikán túlmutató eljárások fajtái:

- A Prolog kifejezések pillanatnyi behelyettesítettségi állapotát vizsgáló eljárások (értelemszerűen sorrendfüggőek):
  - kifejezések osztályozása (1)

```
| ?- var(X) /* X változó? */, X = 1. ⟹ X = 1
| ?- X = 1, var(X). ⟹ no
```

  - kifejezések rendezése (4)

```
| ?- X @< 3 /* X megelőzi 3-t? */, X = 4. ⟹ X = 4
   % a változók megelőzik a nem változó kifejezéseket
| ?- X = 4, X @< 3. ⟹ no
```

- Prolog kifejezéseket szétszedő vagy összerakó eljárások:
  - (struktúra) kifejezés $\Longleftrightarrow$ név és argumentumok (2)

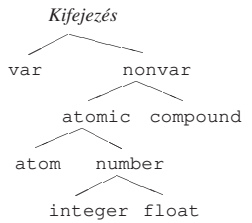
```
| ?- X = f(alma,körte), X =.. L ⟹ L = [f,alma,körte]
```

  - névkonstansok és számok $\Longleftrightarrow$ karaktereik (3)

```
| ?- atom_codes(A, [0'a,0'b,0'a]) ⟹ A = aba
```

Kifejezések osztályozása

- Kifejezés-osztályok fastruktúrája — osztályozó beépített eljárások (ismétlés)



`var(X)`	`X` változó
`nonvar(X)`	`X` nem változó
`atomic(X)`	`X` konstans
`compound(X)`	`X` struktúra
`atom(X)`	`X` atom
`number(X)`	`X` szám
`integer(X)`	`X` egész szám
`float(X)`	`X` lebegőpontos szám

- SICStus-specifikus osztályozó eljárások:
  - `simple(X)`: `X` nem összetett (konstans vagy változó);
  - `ground(X)`: `X` tömör, azaz nem tartalmaz behelyettesítetlen változót.
- Az osztályozó eljárások használata — példák
  - `var`, `nonvar` — többirányú eljárásokban a különböző irányok elágaztatása
  - `number`, `atom`, ... — nem-megkülönböztetett úniók feldolgozása (pl. szimbolikus deriválás)

Osztályozó eljárások: elágaztatás behelyettesítettség alapján

- Példa: a `length/2` beépített eljárás megvalósítása (SICStus kód!)

```
% length(?L, ?N): Az L lista N hosszú.
length(L, N) :- var(N), !, length(L, 0, N).
length(L, N) :-            dlength(L, 0, N).
```

```
% length(?L, +I0, -I):
%   Az L lista I-I0 hosszú.
length([], I, I).
length([_|L], I0, I) :-
        I1 is I0+1,
        length(L, I1, I).
```

```
% dlength(?L, +I0, +I):
%   Az L lista I-I0 hosszú.
dlength([], I, I) :- !.
dlength([_|L], I0, I) :-
        I0<I, I1 is I0+1,
        dlength(L, I1, I).
```

```
| ?- length([1,2], Len).   (length/3)   ⟹  Len = 2 ? ; no
| ?- length([1,2], 3).     (dlength/3)  ⟹  no
| ?- length(L, 3).         (dlength/3)  ⟹  L = [_A,_B,_C] ?;no
| ?- length(L, Len).       (length/3)   ⟹  L = [], Len = 0 ? ;
                    L = [_A], Len = 1 ? ; L = [_A,_B], Len = 2 ?
```


Struktúrák szétszedése és összerakása: az *univ* eljárás

- Az *univ* eljárás hívási mintái:
  - `+Kif =..  ?Lista`
  - `-Kif =..  +Lista`
- Az eljárás jelentése: Igaz, ha
  - `Kif = `*Fun*`(`A_1`, ..., `A_n`)` és `Lista = [`*Fun*`,`A_1`,... `A_n`]`, ahol *Fun* egy névkonstans és $A_1, \ldots A_n$ tetszőleges kifejezések; vagy
  - `Kif = `*C* és `Lista = [`*C*`]`, ahol *C* egy konstans.
- Példák

```
| ?- el(a,b,10) =.. L.       ⟹  L = [el,a,b,10]
| ?- Kif =.. [el,a,b,10].    ⟹  Kif = el(a,b,10)
| ?- alma =.. L.             ⟹  L = [alma]
| ?- Kif =.. [1234].         ⟹  Kif = 1234
| ?- Kif =.. L.              ⟹  hiba
| ?- f(a,g(10,20)) =.. L.    ⟹  L = [f,a,g(10,20)]
| ?- Kif =.. [/,X,2+X].      ⟹  Kif = X/(2+X)
| ?- [a,b,c] =.. L.          ⟹  L = ['.',a,[b,c]]
```


Struktúrák szétszedése és összerakása: a `functor` eljárás

- `functor/3`: kifejezés funktorának, adott funktorú kifejezésnek az előállítása
  - Hívási minták: `functor(-Kif, +Név, +Argszám)`
    `functor(+Kif, ?Név, ?Argszám)`
  - Jelentése: igaz, ha `Kif` egy `Név/Argszám` funktorú kifejezés.
    - A konstansok 0-argumentumú kifejezésnek számítanak.
    - Ha `Kif` kimenő, az adott funktorú legáltalánosabb kifejezéssel egyesíti (argumentumaiban csupa különböző változóval).
- Példák:

```
| ?- functor(el(a,b,1), F, N).   ⟹  F = el, N = 3
| ?- functor(E, el, 3).          ⟹  E = el(_A,_B,_C)
| ?- functor(alma, F, N).        ⟹  F = alma, N = 0
| ?- functor(Kif, 122, 0).       ⟹  Kif = 122
| ?- functor(Kif, el, N).        ⟹  hiba
| ?- functor(Kif, 122, 1).       ⟹  hiba
| ?- functor([1,2,3], F, N).     ⟹  F = '.', N = 2
| ?- functor(Kif, ., 2).         ⟹  Kif = [_A|_B]
```

Struktúrák szétszedése és összerakása: az `arg` eljárás

- `arg/3`: kifejezés adott sorszámú argumentuma.
  - Hívási minta: `arg(+Sorszám, +StrKif, ?Arg)`
  - Jelentése: A `StrKif` struktúra `Sorszám`-adik argumentuma `Arg`.
  - Végrehajtása: `Arg`-ot az adott sorszámú argumentummal **egyesíti**.
  - Az `arg/3` eljárás így nem csak egy argumentum elővételére, hanem a struktúra változó-argumentumának behelyettesítésére is használható (ld. a 2. példát alább).
- Példák:

```
| ?- arg(3, el(a, b, 23), Arg).    ⟹  Arg = 23
| ?- K=el(_,_,_), arg(1, K, a),
     arg(2, K, b), arg(3, K, 23). ⟹  K = el(a,b,23)
| ?- arg(1, [1,2,3], A).          ⟹  A = 1
| ?- arg(2, [1,2,3], B).          ⟹  B = [2,3]
```

- Az *univ* visszavezethető a `functor` és `arg` eljárásokra (és viszont), például:

```
Kif =.. [F,A1,A2]   ⟺   functor(Kif, F, 2),
                        arg(1, Kif, A1), arg(2, Kif, A2)
```


Az *univ* alkalmazása: ismétlődő sémák összevonása

- A feladat: egy szimbolikus aritmetikai kifejezésben a kiértékelhető (infix) részkifejezések helyettesítése az értékükkel.
- 1. megoldás, *univ* nélkül:

```
% Az X szimbolikus kifejezés egyszerűsítése EX.
egysz0(X, EX) :-
    atomic(X), !, EX = X.
egysz0(U+V, EKif) :-
    egysz0(U, EU), egysz0(V, EV),
    kiszamol(EU+EV, EU, EV, EKif).
egysz0(U*V, EKif) :-
    egysz0(U, EU), egysz0(V, EV),
    kiszamol(EU*EV, EU, EV, EKif).
%...
% EU és EV részekből képzett EUV egyszerűsítése EKif.
kiszamol(EUV, EU, EV, EKif) :-
    number(EU), number(EV), !, EKif is EUV.
kiszamol(EUV, _, _, EUV).
```

```
| ?- deriv((x+y)*(2+x), x, D), egysz0(D, ED).
     ⟹ D = (1+0)*(2+x)+(x+y)*(0+1), ED = 1*(2+x)+(x+y)*1 ? ; no
```


Az *univ* alkalmazása: ismétlődő sémák összevonása (folyt.)

- Kifejezés-egyszerűsítés, 2. megoldás, *univ* segítségével

```
egysz(X, EX) :-
    atomic(X), !, EX = X.
egysz(Kif, EKif) :-
    Kif =.. [Muv,U,V],     % Kif = Muv(U,V)
    egysz(U, EU), egysz(V, EV),
    EUV =.. [Muv,EU,EV],   % EUV = Muv(EU,EV)
    kiszamol(EUV, EU, EV, EKif).
```

- Kifejezés-egyszerűsítés, általánosítás tetszőleges *tömör* kifejezésre:

```
egysz1(Kif, EKif) :-
    Kif =.. [M|ArgL], egysz1_lista(ArgL, EArgL), EKif0 =.. [M|EArgL],
    % catch(:Cél,?Kiv,:KCél): ha Cél kivételt dob, KCél-t futtatja:
    catch(EKif is EKif0, _, EKif = EKif0).

egysz1_lista([], []).
egysz1_lista([K|Kk], [E|Ek]) :-
    egysz1(K, E), egysz1_lista(Kk, Ek).
```

```
| ?- egysz1(f(1+2+a, exp(3,2), a+1+2), E). ⟹ E = f(3+a,9.0,a+1+2)
```


Univ alkalmazása általános kifejezés-bejárásra: kiiratás

- A feladat: egy tetszőleges kifejezés kiiratása úgy, hogy
  - a kétargumentumú operátorok zárójelezett infix formában,
  - minden más alap-struktúra alakban jelenjék meg.

```
ki(Kif) :-
    compound(Kif), !, Kif =.. [Func, A1|ArgL],
    (   % kétargumentumú kifejezés, funktora infix operátor
        ArgL = [A2], current_op(_, Kind, Func), infix_fajta(Kind)
    ->  write('('), ki(A1),
        write(' '), write(Func), write(' '), ki(A2), write(')')
    ;   write(Func),
        write('('), ki(A1), arglistaki(ArgL), write(')')
    ).
ki(Kif) :- write(Kif).

% infix_fajta(F): F egy infix operátorfajta.
infix_fajta(xfx). infix_fajta(xfy). infix_fajta(yfx).

% Az [A1,...,An] listát ",A1,...,An" alakban kiírja.
arglistaki([]).
arglistaki([A|AL]) :- write(','), ki(A), arglistaki(AL).
```

```
| ?- ki(f(+a, X*c*X, e)). ⟹  f(+(a),((_117 * c) * _117),e)
```

Univ alkalmazása általános kifejezés-bejárásra: változómentesítés

- A SICStus Prologban beépített `numbervars(?Kif, +N0, ?N)` eljárás hatása:
  - A tetszőleges `Kif` minden változóját `'$VAR'(I)` alakú kifejezéssel helyettesíti, `I = N0, ..., N-1` (azaz `Kif`-ben `N-N0` különböző változó van).
- A `'$VAR'(0), '$VAR'(1), ...` kifejezések `write`-tal való kiíráskor változónévként (`A, B ...`) jelennek meg.
- A `write_term(Kif, Opciók)` beépített eljárás kiírja a `Kif` kifejezést, az `Opciók` által meghatározott módon.
- A `numbervars/3` által létrehozott `'$VAR'/1` struktúrák „eredetiben” is megjeleníthetők:

```
| ?- _K = [f(_X),g(_),_X], numbervars(_K, 0, N), write(_K), nl,
     write_term(_K, [quoted(true),numbervars(false)]), nl.
===>    [f(A),g(B),A]
        [f('$VAR'(0)),g('$VAR'(1)),'$VAR'(0)]
        N = 2
```

- A feladat: elkészítendő egy `numbervars1/3` eljárás, amely `'$VAR'` helyett `'$myvar'` funktort használ.

Általános kifejezés-bejárás *univ*-val: változómentesítés

- A változómentesítés egy saját megvalósítása:

```
% A Term kifejezésben levő változókat '$myvar(I)' stb.
% struktúrákkal helyettesíti be, I = N0, ... N-1.
numbervars1(Term, N0, N) :-
        var(Term), !,
        Term = '$myvar'(N0), N is N0+1.
numbervars1(Term, N0, N) :-
        Term =.. [_|Args],
        numbervars1_list(Args, N0, N).

% numbervars1_list(L, N0, N): Az L listában levő változókat
% '$myvar(I)' stb. struktúrákkal helyettesíti be, I = N0, ... N-1.
numbervars1_list([], N, N).
numbervars1_list([A|As], N0, N) :-
        numbervars1(A, N0, N1), numbervars1_list(As, N1, N).

| ?- Kif = [f(_X),g(_),_X], numbervars1(Kif, 0, N).
====>       N = 2,
            Kif = [f('$myvar'(0)),g('$myvar'(1)),'$myvar'(0)]
```


`numbervars1` egy alkalmazása

Két kifejezés azonossága

- A kifejezések azonosak, ha változó-behelyettesítés *nélkül* egyesíthetőek;
- azaz, ha az egyik változót tartalmaz, akkor a másik ugyanott ugyanazt a változót tartalmazza.
- `azonos/2` == néven, `nem_azonos/2` \== néven szabványos beépített eljárás és operátor.

```
nem_azonos(X, Y) :-
    (   numbervars1(X, 0, N), numbervars1(Y, N, _), X = Y -> fail
    ;   true
    ).

azonos(X, Y) :-
    \+ nem_azonos(X, Y).

% azonos2/2 és azonos/2 teljesen ekvivalens.
% \+ \+ X : csakkor sikeres amikor X, de változóbehelyettesítést nem okoz
azonos2(X, Y) :-
    \+ \+ (numbervars1(foo(X,Y), 0, _), X = Y).

| ?- azonos(X, 1).                          ----> no
| ?- azonos(X, Y).                          ----> no
| ?- azonos(X, X).                          ----> true ?
| ?- append([], L1, L2), azonos(L1, L2).    ----> L2 = L1 ?
```


Univ alkalmazása: részkifejezések keresése

- A feladat: egy tetszőleges kifejezéshez soroljuk fel a benne levő számokat, és minden szám esetén adjuk meg annak a *kiválasztóját*!
- Egy részkifejezés kiválasztója egy olyan lista, amely megadja, mely argumentumpozíciók mentén juthatunk el hozzá.
- Az $[i_1, i_2, \ldots, i_k]$ lista egy `Kif`-ből az i_1-edik argumentum i_2-edik argumentumának, ... i_k-adik argumentumát választja ki.
- Pl. `a*b+f(1,2,3)/c`-ben `b` kiválasztója `[1,2]`, `3` kiválasztója `[2,1,3]`.

```
% kif_szám(?Kif, ?N, ?Kiv): Kif Kiv kiválasztójú része az N szám.
kif_szám(X, N, Kiv) :-
        number(X), !, N = X, Kiv = [].
kif_szám(X, N, [I|Kiv]) :-
        compound(X), % a változó kizárása miatt fontos!
        functor(X, _F, ArgNo), between(1, ArgNo, I), arg(I, X, X1),
        kif_szám(X1, N, Kiv).

| ?- kif_szám(f(1,[b,2]), N, K).
====> K = [1], N = 1 ? ;
      K = [2,2,1], N = 2 ? ; no
```

Atomok szétszedése és összerakása

- `atom_codes/2`: névkonstans és karakterkód-lista közötti átalakítás
  - Hívási minták: `atom_codes(+Atom, ?KódLista)`
    `atom_codes(-Atom, +KódLista)`
  - Jelentése: Igaz, ha `Atom` karakterkódjainak a listája `KódLista`.
  - Végrehajtása:
    - Ha `Atom` adott (bemenő), és a $c_1c_2...c_n$ karakterekből áll, akkor `KódLista`-t egyesíti a $[k_1, k_2, ..., k_n]$ listával, ahol k_i a c_i karakter kódja.
    - Ha `KódLista` egy adott karakterkód-lista, akkor ezekből a karakterekből összerak egy névkonstanst, és azt egyesíti `Atom`-mal.
- Példák:

```
| ?- atom_codes(ab, Cs).              ⟹ Cs = [97,98]
| ?- atom_codes(ab, [0'a|L]).         ⟹ L = [98]
| ?- Cs="bc", atom_codes(Atom, Cs).   ⟹ Cs = [98,99], Atom = bc
| ?- atom_codes(Atom, [0'a|L]).       ⟹ hiba
```


Atomok szétszedése és összerakása — alkalmazási példák

- Keresés névkonstansokban

```
% Atom-ban a Rész nem üres részatom kétszer ismétlődik.
dadogó_rész(Atom, Rész) :-
    atom_codes(Atom, Cs), dadogó(Cs, Ds), atom_codes(Rész, Ds).

% L-ben a D nem üres részlista kétszer ismétlődik (lásd korábban).
dadogó(L, D) :- D = [_|_],
    append(_, Farok, L), append(D, Vég, Farok), append(D, _, Vég).

| ?- dadogó_rész(babaruhaha, R).    ⟹  R = ba ? ; R = ha ? ; no
```

- Atomok összefűzése

```
% atom_concat(+A, +B, ?C): A és B névkonstansok összefűzése C.
% (Szabványos beépített eljárás atom_concat(?A, ?B, +C) módban is.)
atom_concat(A, B, C) :-
    atom_codes(A, Ak), atom_codes(B, Bk),
    append(Ak, Bk, Ck),
    atom_codes(C, Ck).

| ?- atom_concat(abra, kadabra, A). ⟹ A = abrakadabra ?
```


Számok szétszedése és összerakása

- `number_codes/2`: szám és karakterkód-lista közötti átalakítás
  - Hívási minták: `number_codes(+Szám, ?KódLista)`
    `number_codes(-Szám, +KódLista)`
  - Jelentése: Igaz, ha `Szám` tizes számrendszerbeli alakja a `KódLista` karakterkód-listának felel meg.
  - Végrehajtása:
    - Ha `Szám` adott (bemenő), és a $c_1c_2...c_n$ karakterekből áll, akkor `KódLista`-t egyesíti a $[k_1, k_2, ..., k_n]$ kifejezéssel, ahol k_i a c_i karakter kódja.
    - Ha `KódLista` egy adott karakterkód-lista, akkor ezekből a karakterekből összerak egy számot (ha nem lehet, hibát jelez), és azt egyesíti `Szám`-mal.
- Példák:

```
| ?- number_codes(12, Cs).            ⟹ Cs = [49,50]
| ?- number_codes(0123, [0'1|L]).     ⟹ L = [50,51]
| ?- number_codes(N, " - 12.0e1").    ⟹ N = -120.0
| ?- number_codes(N, "12e1").         ⟹ hiba (nincs .0)
| ?- number_codes(120.0, "12e1").     ⟹ no (a szám adott! :-)
```


Kifejezések rendezése: szabványos sorrend

- A Prolog szabvány definiálja két tetszőleges Prolog kifejezés szabványos sorrendjét.
- Jelölés: $X \prec Y$ — az X kifejezés megelőzi az Y kifejezést a szabványos sorrendben.
- A szabványos sorrend definíciója:
  1. Ha X és Y azonos, akkor sem $X \prec Y$ sem $Y \prec X$ nem igaz és fordítva.
  2. Ha X és Y különböző kifejezésosztályba tartozik, akkor az osztály dönt:
     változó $\prec$ *lebegőpontos szám* $\prec$ *egész szám* $\prec$ *név* $\prec$ *struktúra*.
  3. Ha X és Y változó, akkor az eredmény rendszerfüggő.
  4. Ha X és Y lebegőpontos vagy egész szám, akkor $X \prec Y \Leftrightarrow X < Y$.
  5. Ha X és Y név, akkor sorrendjük megegyezik a lexikografikus (abc) sorrenddel.
  6. Ha X és Y struktúrák:
     - 6.1. Ha X és Y aritása ($\equiv$ argumentumszáma) különböző, $X \prec Y \Leftrightarrow X$ aritása kisebb mint Y aritása.
     - 6.2. Egyébként, ha a rekordok neve különböző, $X \prec Y \Leftrightarrow X$ neve $\prec Y$ neve.
     - 6.3. Egyébként (azonos név, azonos aritás) balról az első nem azonos argumentum dönt.
- (A SICStus Prologban kiterjesztésként megengedett végtelen (ciklikus) kifejezésekre a fenti rendezés nem érvényes.)

Kifejezések összehasonlítása — beépített eljárások

- Két tetszőleges kifejezés összehasonlítását végző eljárások:

hívás	igaz, ha
`Kif1 == Kif2`	$Kif1 \not\prec Kif2 \wedge Kif2 \not\prec Kif1$
`Kif1 \== Kif2`	$Kif1 \prec Kif2 \vee Kif2 \prec Kif1$
`Kif1 @< Kif2`	$Kif1 \prec Kif2$
`Kif1 @=< Kif2`	$Kif2 \not\prec Kif1$
`Kif1 @> Kif2`	$Kif2 \prec Kif1$
`Kif1 @>= Kif2`	$Kif1 \not\prec Kif2$

- Az összehasonlító eljárások logikailag nem tiszták:

```
?- X @< 3, X = 4.  ⟹ X = 4
?- X = 4, X @< 3.  ⟹ no
```

- Az összehasonlítás mindig a belső ábrázolás szerint történik:

```
?- [1, 2, 3, 4] @< struktúra(1, 2, 3).
```
⟹ **sikerül (6.1 szabály)**

A meta-logikai eljárások egy komplex alkalmazása: $\prec$ megvalósítása

```
% T1 megelőzi T2-t a szabványos sorrendben. (Ekvivalens T1 @< T2 -vel, kivéve
% a változókat, ezek rendezése a T1-T2-beli előfordulásuk szerint történik.)
precedes(T1, T2) :-
        \+ \+ (numbervars(T1-T2, 0, _), prec(T1, T2)).

% class(+T, -C): A T kifejezés a C-edik kifejezésosztályba tartozik.
class(T, C) :-
        (   T='$VAR'(_) -> C=0        % változó
        ;   float(T)    -> C=1        % lebegőpontos szám
        ;   integer(T)  -> C=2        % egész szám
        ;   atom(T)     -> C=3        % névkonstans
        ;   compound(T) -> C=4        % összetett kifejezés
        ).

% T1 megelőzi T2-t, a változók már '$VAR'(n) struktúrákra vannak lecserélve.
prec(T1, T2) :-
        class(T1, C1), class(T2, C2),
        (   C1 =:= C2 ->
            (   C1 =:= 1 -> T1 < T2   % 4. szabály (lebegőpontos szám)
            ;   C1 =:= 2 -> T1 < T2   % 4. szabály (egész szám)
            ;   struct_prec(T1, T2)   % 3., 5. és 6. szabály
            )                         % (változó, név, struktúra)
        ;   C1 < C2                   % 2. szabály
        ).
```


A $\prec$ reláció megvalósítása (folyt.)

```
% S1 megelőzi S2-t (S1 és S2 struktúra-kifejezés vagy névkonstans).
struct_prec(S1, S2) :-
        functor(S1, F1, N1), functor(S2, F2, N2),
        (   N1 < N2 -> true
        ;   N1 = N2,
            (   F1 = F2 -> args_prec(1, N1, S1, S2)
            ;   atom_prec(F1, F2)
            )
        ).

% Az S1 struktúra-kifejezés N0, ..., N sorszámú argumentumai
% lexikografikusan megelőzik S2 azonos sorszámú argumentumait.
args_prec(N0, N, S1, S2) :-
        N0 =< N,
        arg(N0, S1, A1), arg(N0, S2, A2),
        (   A1 = A2 -> N1 is N0+1, args_prec(N1, N, S1, S2)
        ;   prec(A1, A2)
        ).

% Az A1 névkonstans megelőzi az A2 névkonstanst.
atom_prec(A1, A2) :-
    atom_codes(A1, C1), atom_codes(A2, C2), struct_prec(C1, C2).
```


EGYENLŐSÉGFAJTÁK — ÖSSZEFOGLALÁS

A Prolog egyenlőség-szerű beépített eljárásai

- `U = V`: `U` egyesítendő `V`-vel.
  Soha sem jelez hibát.

```
?- X = 1+2.     ⟹ X = 1+2
?- 3 = 1+2.     ⟹ no
```

- `U == V`: `U` azonos `V`-vel.
  Soha sem jelez hibát és soha sem helyettesít be.

```
?- X == 1+2.    ⟹ no
?- 3 == 1+2.    ⟹ no
?- +(1,2)==1+2  ⟹ yes
```

- `U =:= V`: Az `U` és `V` aritmetikai kifejezések értéke megegyezik.
  Hibát jelez, ha `U` vagy `V` nem (tömör) aritmetikai kifejezés.

```
?- X =:= 1+2.   ⟹ hiba
?- 1+2 =:= X.   ⟹ hiba
?- 2+1 =:= 1+2. ⟹ yes
?- 2.0 =:= 1+1. ⟹ yes
```

- `U is V`: `U` egyesítendő a `V` aritmetikai kifejezés értékével.
  Hiba, ha `V` nem (tömör) aritmetikai kifejezés.

```
?- 2.0 is 1+1.  ⟹ no
?- X is 1+2.    ⟹ X = 3
?- 1+2 is X.    ⟹ hiba
?- 3 is 1+2.    ⟹ yes
?- 1+2 is 1+2.  ⟹ no
```

- (`U =.. V`: `U` „szétszedettje” a `V` lista)

```
?- 1+2 =.. X.   ⟹ X = [+,1,2]
?- X =.. [f,1]. ⟹ X = f(1)
```


A Prolog nem-egyenlőség jellegű beépített eljárásai

- A nem-egyenlőség jellegű eljárások soha sem helyettesítenek be változót!
  - `U \= V`: `U` nem egyesíthető `V`-vel.
    Soha sem jelez hibát.

```
?- X \= 1+2.    ⟹ no
?- +(1,2) \= 1+2. ⟹ no
```

  - `U \== V`: `U` nem azonos `V`-vel.
    Soha sem jelez hibát.

```
?- X \== 1+2.   ⟹ yes
?- 3 \== 1+2.   ⟹ yes
?- +(1,2)\==1+2 ⟹ no
```

  - `U =\= V`: Az `U` és `V` aritmetikai kifejezések értéke különbözik.
    Hibát jelez, ha `U` vagy `V` nem (tömör) aritmetikai kifejezés.

```
?- X =\= 1+2.   ⟹ hiba
?- 1+2 =\= X.   ⟹ hiba
?- 2+1 =\= 1+2. ⟹ no
?- 2.0 =\= 1+1. ⟹ no
```


A Prolog (nem-)egyenlőség jellegű beépített eljárásai — példák

		Egyesítés		*Azonosság*		*Aritmetika*		
`U`	`V`	`U = V`	`U \= V`	`U == V`	`U \== V`	`U =:= V`	`U =\= V`	`U is V`
1	2	*no*	yes	*no*	yes	*no*	yes	*no*
a	b	*no*	yes	*no*	yes	error	error	error
1+2	+(1,2)	yes	*no*	yes	*no*	yes	*no*	*no*
1+2	2+1	*no*	yes	*no*	yes	yes	*no*	*no*
1+2	3	*no*	yes	*no*	yes	yes	*no*	*no*
3	1+2	*no*	yes	*no*	yes	yes	*no*	yes
X	1+2	X=1+2	*no*	*no*	yes	error	error	X=3
X	Y	X=Y	*no*	*no*	yes	error	error	error
X	X	yes	*no*	yes	*no*	error	error	error

Jelmagyarázat: `yes` — siker; *no* — meghiúsulás, error — hiba.

MODULARITÁS

Modulok definiálása SICStus Prolog nyelven

- A SICStus Prolog modulfogalmának jellemzői:
  - Minden modul külön állományba kell kerüljön.
  - Az állomány első programeleme egy modul-parancs kell legyen:
    `:- module( Modulnév, [ExpFunktor1, ExpFunktor2, ...]).`
  - *ExpFunktor* = az exportálandó eljárás funktora (név/argumentumszám)
  - Példa:
    ```
    :- module(platók, [fennsík/3]).        % plato állomány első sora
    ```
  - Modul-betöltésre szolgáló beépített eljárások:
    - `use_module(ÁllományNév)`
    - `use_module(ÁllományNév, [ImpFunktor1,ImpFunktor2,...])`
      ImpFunktor — az importálandó eljárás funktora
    - *ÁllományNév* lehet névkonstans, vagy pl. `library(KönyvtárNév)`:
      ```
      :- use_module(plato).                    % a fenti modul betöltése
      :- use_module(library(lists), [last/2]). % csak last/2 importált
      ```
  - Modulkvalifikált hívási forma: *Modul*`:`*Hívás* a *Modul*-ban futtatja *Hívás*-t.
  - A modulfogalom nem szigorú, egy nem exportált eljárás is meghívható modulkvalifikált formában, pl. `platók:első_fennsík(...)`.

Meta-eljárások modularizált programban

- Eljárásparaméterek átadása gondot okozhat, ha modulközi hívásról van szó:

`modul1.pl` állomány:

```
:- module(modul1, [kétszer/1]).

% :- meta_predicate kétszer(:).   (*)
kétszer(X) :-
        X, X.

p :- write(bu).
```

`modul2.pl` állomány:

```
:- module(modul2, [q/0,r/0]).

:- use_module(modul1).

q :- kétszer(p).

r :- kétszer(modul2:p).

p :- write(ba).
```

- Futtatás:

```
| ?- [modul1,modul2].
| ?- q.   ⟹ bubu
| ?- r.   ⟹ baba
```

- Automatikus modul-kvalifikáció meta-predikátum deklarációval:
  Ha `modul1.pl`-ben elhagyjuk a `(*)`-gal jelzett sor előtti `%` kommentjelet, akkor
  `| ?- q.  ⟹ baba!`

Meta-predikátum deklaráció, modulnév-kiterjesztés

- Meta-predikátum deklaráció
  - Formája:
    `:- meta_predicate ⟨eljárásnév⟩(⟨módspec$_1$⟩, ..., ⟨módspec$_n$⟩), ....`
  - ⟨módspec$_i$⟩ lehet ‘`:`’, ‘`+`’, ‘`-`’, vagy ‘`?`’.
  - A ‘`:`’ mód azt jelzi, hogy az adott argumentumot **betöltéskor** ún. modulnév-kiterjesztésnek kell alávetni. (A többi mód hatása azonos, be/kimenő irányt jelezhetünk segítségükkel.)
- Egy *Kif* kifejezés modulnév-kiterjesztése a következő átalakítást jelenti:
  - ha *Kif* `M:X` alakú, vagy egy olyan változó, amely az adott eljárás fejében meta-argumentum pozíción szerepelt, akkor változatlanul hagyjuk;
  - egyébként helyettesítjük *CurMod*`:`*Kif*-fel, ahol *CurMod* a kurrens modul.
- Példa folyt. (tfh. a `modul1`-beli `kétszer` meta-predikátumnak deklarált!)

```
:- module(modul2, [négyszer/1,q/0]).
:- use_module(modul1).                    % tárolt alak:
q :- kétszer(p).                        ⟹ q :- kétszer(modul2:p).

:- meta_predicate négyszer(:).
négyszer(X) :- kétszer(X), kétszer(X).    ⟹ változatlan
```


MAGASABBRENDŰ ELJÁRÁSOK

Magasabbrendű eljárások — listakezelés

- Magasabbrendű (vagy meta-eljárás) egy eljárás,
  - ha eljárásként értelmezi egy vagy több argumentumát
  - pl. `call/1, findall/3, \+ /1 stb.`
- Listafeldolgozás `findall` segítségével — példák
  - Páros elemek kiválasztása

```
% Az L egész-lista páros elemeinek listája Pk.
páros_elemei(L, Pk) :-
        findall(X, (member(X, L), X mod 2 =:= 0), Pk).

| ?- páros_elemei([1,2,3,4], Pk).  ⟹ Pk = [2,4]
```

  - A listaelemek négyzetre emelése

```
% Az L számlista  elemei négyzeteinek listája Nk.
négyzetei(L, Nk) :-
        findall(Y, (member(X, L), Y is X*X), Nk).

| ?- négyzetei([1,2,3,4], Nk).     ⟹ Nk = [1,4,9,16]
```


Általános listakezelő meta-eljárások, `findall/3`-ra építve

- Lista szűrése (vö. a `filter` SML függvénnyel!)

```
% Az L lista X elemeinek Pred szerinti szűrése FL.
:- meta_predicate filter(+, ?, :, -).
filter(L, X, Pred, FL) :-
        findall(X, (member(X, L), call(Pred)), FL).

| ?- filter([1,2,3,4], X, X mod 2 =:= 0, Pk).  ⟹ Pk = [2,4]
```

- Lista leképezése (vö. a `map` SML függvénnyel!)

```
% Az L lista X elemeit Pred-del Y-ba képezve
% kapjuk az ML listát.
:- meta_predicate map(+, ?, :, ?, -).
map(L, X, Pred, Y, ML) :-
        findall(Y, (member(X, L), Pred), ML).

| ?- map([1,2,3,4], X, Y is X*X, Y, Nk).   ⟹ Nk = [1,4,9,16]
```

- A példákban a szűrést az ⟨`X, Pred`⟩ argumentumpár, a leképezést az ⟨`X, Pred, Y`⟩ hármas határozza meg. Ezek egy egy- ill. kétargumentumú predikátumot írnak le (vö. a funkcionális nyelvek λ-kifejezéseivel).

Részlegesen paraméterezett eljáráshívások

- A listát elemenként négyzetreemelő eljárás egy másik változata:

```
négyzete(X, Y) :- Y is X*X.
négyzeteik(Xk, Yk) :- map(Xk, X, négyzete(X,Y), Y, Yk).
```

- A lista elemeire az $x \to x^2 + \mathtt{P}x + \mathtt{Q}$ hozzárendelést alkalmazó eljárás:

```
másodfokú_képe(P, Q, X, Y) :- Y is X*X + P*X + Q.
másodfokú_képeik(P, Q, Xk, Yk) :- map(Xk, X, másodfokú_képe(P,Q,X,Y), Y, Yk).
```

- Konvenció: a meta-alkalmazásban változó paramétereket az eljárás végére tesszük — így egyszerűsíthető a meta-eljárás hívása.
- Példa: A `map/5` eljárásból elhagyjuk az `X` és `Y` argumentumokat, és az eljárás-argumentumban sem szerepeltetjük ezeket:

```
másodfokú_képeik(P, Q, Xk, Yk) :-  map(Xk, másodfokú_képe(P,Q), Yk).

map(Xk, RészlPred, Yk) :-
        % A RészlPred részlegesen paraméterezett hívás kiegészítése Pred-dé:
        RészlPred =.. L0, append(L0, [X,Y], L), Pred =.. L,    (*)
        findall(Y, (member(X, Xk), Pred), Yk).
```


Részlegesen paraméterezett eljáráshívások — segédeszközök

- A `másodfokú_képe(P,Q)` kifejezés itt a `másodfokú_képe/4` **részlegesen paraméterezett** hívásának tekinthető.
- Ilyen hívások kiegészítésére és meghívására szolgálnak a `call/N` eljárások.
- `call(RPred, A1, A2, ...)` végrehajtása: az `RPred` hívást kiegészíti az `A1, A2, ...` argumentumokkal, és meghívja.
- A `call/N` eljárások sok Prologban beépítettek, SICStusban definiálandók:

```
:- meta_predicate call(:, ?), call(:, ?, ?), ....

% Pred az A utolsó argumentummal meghívva igaz.
call(M:Pred, A) :-
        Pred =.. FAs0, append(FAs0, [A], FAs1),
        Pred1 =.. FAs1, call(M:Pred1).

% Pred az A és B utolsó argumentumokkal meghívva igaz.
call(M:Pred, A, B) :-
        Pred =.. FAs0, append(FAs0, [A,B], FAs2),
        Pred2 =.. FAs2, call(M:Pred2).

...
```

Részlegesen paraméterezett eljárások — rekurzív `map/3`

- A részleges paraméterezés segítségével a `map/3` meta-eljárás rekurzívan is definiálható, `findall/3` nélkül:

```
% map(Xs, Pred, Ys): Az Xs lista elemeire a Pred transzformációt
% alkalmazva kapjuk az Ys listát.
map([X|Xs], Pred, [Y|Ys]) :-
        call(Pred, X, Y), map(Xs, Pred, Ys).
map([], _, []).
```

- Példák:

```
| ?- map([1,2,3,4], négyzete, L).            ⟹ L = [1,4,9,16]
| ?- map([1,2,3,4], másodfokú_képe(2,1), L). ⟹ L = [4,9,16,25]
```

- A `call/N`-re épülő megoldás előnyei:
  - általánosabb és hatékonyabb lehet, mint a `findall`-ra épülő;
  - alkalmazható akkor is, ha az elemekre elvégzendő műveletek nem függetlenek, pl. `foldl`.

Rekurzív meta-eljárások — `foldl` és `foldr`

```
% foldl(+Xs, :Pred, +Y0, -Y): Y0-ból indulva, az Xs elemeire balról jobbra
% sorra alkalmazva a Pred által leírt kétargumentumú függvényt kapjuk Y-t.
foldl([X|Xs], Pred, Y0, Y) :-
        call(Pred, X, Y0, Y1), foldl(Xs, Pred, Y1, Y).
foldl([], _, Y, Y).

jegyhozzá(Alap, Jegy, Szam0, Szam) :- Szam is Szam0*Alap+Jegy.

| ?- foldl([1,2,3], jegyhozzá(10), 0, E).  ⟹ E = 123
```

- Ugyanez SML-ben:

```
- fun jegyhozza alap (jegy,szam) = szam*alap+jegy;
> val jegyhozza = fn : int -> int * int -> int
- foldl (jegyhozza 10) 0 [1,2,3];
> val it = 123 : int
```

```
% foldr(+Xs, :Pred, +Y0, -Y): Y0-ból indulva, az Xs elemeire jobbról balra
% sorra alkalmazva a Pred kétargumentumú függvényt kapjuk Y-t.
foldr([X|Xs], Pred, Y0, Y) :-
        foldr(Xs, Pred, Y0, Y1), call(Pred, X, Y1, Y).
foldr([], _, Y, Y).

| ?- foldr([1,2,3], jegyhozzá(10), 0, E).  ⟹ E = 321
```


DINAMIKUS ADATBÁZISKEZELÉS

Dinamikus predikátumok

- A dinamikus predikátum jellemzői:
  - a program szövegében lehet 0 vagy több klóza;
  - futási időben hozzáadhatunk és elvehetünk klózokat belőle;
  - végrehajtása mindenképpen interpretált.
- Létrehozása
  - programszövegbeli deklarációval:

    `:- dynamic(Eljárásnév/Argumentumszám).`

    (ha van klóza a programban, akkor az első előtt — ilyenkor kötelező);
  - futási időben, adatbáziskezelő beépített eljárással
- Adatbáziskezelő eljárások („adatbázis” = a program klózainak összessége):
  - klóz felvétele első, utolsó helyre: `asserta/1, assertz/1`
  - klóz törlése (illesztéssel, többszörösen sikerülhet): `retract/1`
  - klóz lekérdezése (illesztéssel, többszörösen sikerülhet): `clause/2`
- A klózfelvétel ill. törlés **tartós** mellékhatás, visszalépéskor **nem** áll vissza a korábbi állapot.

Klóz felvétele: `asserta/1, assertz/1`

- `asserta(:@Klóz)`
  - A `Klóz` kifejezést klózként értelmezve felveszi a programba az adott predikátum *első* klózaként. A `Klóz`ban levő változók szisztematikusan újakra cserélődnek.
  - A '`@`' mód jelentése: tisztán bemenő paraméter, az eljárás a paraméterbeli változókat nem helyettesíti be (a '`+`' mód speciális esete).
  - A '`:`' mód modul-kvalifikált paramétert jelez.
- `assertz(:@Klóz)`
  - Ugyanaz mint `asserta`, csak a `Klóz` kifejezést az adott predikátum *utolsó* klózaként veszi fel.
- Példa:

```
| ?- assertz((p(1,X):-q(X))), asserta(p(2,0)),     ⟹   p(2, 0).
     assertz((p(2,Z):-r(Z))), listing(p).          ⟹   p(1, A) :-   q(A).
                                                   ⟹   p(2, A) :-   r(A).

| ?- assert(s(X,X)), s(U,V), U == V, X \== U.
V = U ? ; no
```


Klóz törlése: `retract/1`

- `retract(:@Klóz)`
  - A `Klóz` klóz-kifejezésből megállapítja a predikátum funktorát.
  - Az adott predikátum klózait sorra megpróbálja illeszteni `Klóz`-zal.
  - Ha az illesztés sikerült, akkor kitörli a klózt és sikeresen lefut.
  - Visszalépés esetén folytatja a keresést (illeszt, töröl, sikerül stb.)
- Példa (folytatás):

```
| ?- listing(p), retract((p(2,_):-_)), listing(p), fail. ⟹ no
```

- A futás kimenete:

```
p(2, 0).
p(1, A) :-
        q(A).
p(2, A) :-
        r(A).
```

```
p(1, A) :-
        q(A).
p(2, A) :-
        r(A).
```

```
p(1, A) :-
        q(A).
```


Alkalmazási példa — egyszerűsített `findall`

- A `findall1/3` eljárás hatása megegyezik a beépített `findall`-lal, de
- Nem működik helyesen, ha a `Cél`-ban újabb `findall1` hívás van.

```
:- dynamic(megoldás/1).

% findall1(Minta, Cél, L): Cél összes megoldására Minták listája L.
findall1(Minta, Cél, _MegoldL) :-
    call(Cél),
    asserta(megoldás(Minta)), % fordított sorrendben vesszük fel!
    fail.
findall1(_Minta, _Cél, MegoldL) :-
    megoldás_lista([], MegoldL).

% A megoldás/1 tényállításokban tárolt kifejezések fordított listája L-L0.
megoldás_lista(L0, L) :-
    retract(megoldás(M)), !,
    megoldás_lista([M|L0], L).
megoldás_lista(L, L).

| ?- findall1(Y, (member(X, [1,2,3]),Y is X*X), ML). ⟹ ML = [1,4,9]
```


Klóz lekérdezése: `clause/2`

- `clause(:@Fej, ?Törzs)`
  - A `Fej` alapján megállapítja a predikátum funktorát.
  - Az adott predikátum klózait sorra megpróbálja illeszteni a `Fej :- Törzs` kifejezéssel (tényállítás esetén `Törzs = true`).
  - Ha az illesztés sikerült, akkor sikeresen lefut.
  - Visszalépés esetén folytatja a keresést (illeszt, sikerül stb.)
- Példa:

```
:- listing(p), clause(p(2, 0), T).
```

```
p(2, 0).
p(1, A) :-
        q(A).
p(2, A) :-
        r(A).
```

```
T = true ? ;
T = r(0) ? ;
no
```

A `clause` eljárás alkalmazása: egyszerű nyomkövető interpreter

- Az alábbi interpreter csak „tiszta”, beépített eljárást nem alkalmazó Prolog programok futtatására alkalmas.

```
% interp(G, D): A G cél futását D bekezdésű nyomkövetéssel mutatja.
interp(true, _) :- !.
interp((G1, G2), D) :- !,
    interp(G1, D), interp(G2, D).
interp(G, D) :-
    (   trace(G, D, call)
    ;   trace(G, D, fail), fail   % követi a fail kaput, tovább-hiúsul
    ),
    D2 is D+2,
    clause(G, B), interp(B, D2),
    (   trace(G, D, exit)
    ;   trace(G, D, redo), fail   % követi a redo kaput, tovább-hiúsul
    ).

% A G cél áthaladását a Port kapun D bekezdésű nyomkövetéssel mutatja.
trace(G, D, Port) :-
    /*D szóközt ír ki:*/ tab(D),
    write(Port), write(': '), write(G), nl.
```


Nyomkövető interpreter - példafutás

```
:- dynamic app/3, app/4.  % (*)

app([], L, L).
app([X|L1], L2, [X|L3]) :-
    app(L1, L2, L3).

app(L1, L2, L3, L123) :-
    app(L1, L23, L123),
    app(L2, L3, L23).
```

- A (*) sor elhagyható, ha a fenti (mondjuk `app34`) állományt az alábbi (SICStus-specifikus) beépített eljárással töltjük be:

```
| ?- load_files(app34,
        compilation_mode(
                assert_all)).
```

```
| ?- interp(app(_,[b,c],L,[c,b,c,b]), 0).
call: app(_203,[b,c],_253,[c,b,c,b])
  call: app(_203,_666,[c,b,c,b])
  exit: app([],[c,b,c,b],[c,b,c,b])
  call: app([b,c],_253,[c,b,c,b])
  fail: app([b,c],_253,[c,b,c,b])
  redo: app([],[c,b,c,b],[c,b,c,b])
    call: app(_873,_666,[b,c,b])
    exit: app([],[b,c,b],[b,c,b])
  exit: app([c],[b,c,b],[c,b,c,b])
  call: app([b,c],_253,[b,c,b])
    call: app([c],_253,[c,b])
      call: app([],_253,[b])
      exit: app([],[b],[b])
    exit: app([c],[b],[c,b])
  exit: app([b,c],[b],[b,c,b])
exit: app([c],[b,c],[b],[c,b,c,b])
L = [b] ?
```


NYELVTANI ELEMZÉS PROLOGBAN

Egy egyszerű nyelvtani elemzési példa

- Bináris számok nyelvtana

  ⟨ szám ⟩ ::= ⟨ számjegy ⟩ ⟨ számmaradék ⟩
  ⟨ számmaradék ⟩ ::= ⟨ számjegy ⟩ ⟨ számmaradék ⟩ | ϵ
  ⟨ számjegy ⟩ ::= 0 | 1

- Ugyanez DCG (Definite Clause Grammar) jelöléssel:

```
szám -->              számjegy, számmaradék.
számmaradék -->       számjegy, számmaradék | "".
számjegy -->          "0" | "1".
```

- A definit klóz nyelvtan (DCG):
  - egy általános nyelvtani formalizmus,
  - amely egyszerűen Prologra fordítható,
  - a legtöbb Prolog rendszer része (bár a szabványnak nem).

Nyelvtani elemzés „bevetítése” Prologba

- Nyelvtani elemzés: annak eldöntése, hogy egy (Prolog listában tárolt) jelsorozat megfelel-e egy adott nem-terminális nyelvtani fogalomnak.
- A lista tetszőleges elemekből állhat, pl. karakterkódok listája, lexikai elemek (token-ek) listája.
- A nem-terminálisoknak kétargumentumú Prolog szabályok felelnek meg, pl.

```
szám -->        számjegy,          számmaradék.
szám(L0, L) :- számjegy(L0, L1), számmaradék(L1, L).
% Az L0 kódlistáról "leelemezhető" egy <szám>, marad L ha
%           L0-ról leelemezhető egy <számjegy>, marad L1, és
%           L1-ről leelemezhető egy <számmaradék>, marad L.
```

- Általánosan: az adott nem-terminálisnak megfelelő jelsorozatot „leelemezve” (lehagyva) egy `L0` lista elejéről marad egy `L` lista.
- Terminális szimbólumok esetén egyetlen elemet kell lehagyni a listáról, erre szolgál a `'C'/3` beépített eljárás. Definíciója: `'C'(L0, X, L) :- L0 = [X|L].`
  (A SICStus fordító a `'C'/3` hívást ténylegesen a fenti egyenlőséggel helyettesíti.)
- A „leelemzés” tulajdonképpen akkumulálási folyamat, ahol az elemi akkumulálási lépés: egy terminális lehagyása a lista elejéről (`'C'/3`).

A DCG szabályok lefordított alakja

- A korábbi DCG példa:

```
szám -->          számjegy, számmaradék.      % A | B ≡ A ; B
számmaradék -->   számjegy, számmaradék | "".  % ""  ≡ []
számjegy -->      "0" | "1".                  % "0" ≡ [48]
```

- A fenti DCG szabályok betöltésekor a következő Prolog kód keletkezik:

```
szám(L0, L) :-
        számjegy(L0, L1), számmaradék(L1, L).

számmaradék(L0, L) :-
        (   számjegy(L0, L1), számmaradék(L1, L)
        ;   L = L0
        ).

számjegy(L0, L) :-
        (   'C'(L0, 48, L)
        ;   'C'(L0, 49, L)
        ).
```

- A DCG elemző futtatása:

```
| ?- szám("101", "").  ⟹ yes                    % "101" ≡ [0'1,0'0,0'1]
| ?- szám("102", L).   ⟹ L = "2" ; L = "02" ; no % Valójában L = [50] ; ...
```


Vezérlési szerkezetek DCG szabályokban

- DCG szabályokban használható: vágó, diszjunkció, negáció és feltételes diszjunktív szerkezet.
- Ezek változtatás nélkül átkerülnek a Prolog alakba. Példák:

```
% Leelemezhető számjegyek egy MAXIMÁLIS (esetleg üres) listája.
számmaradék -->
        (   számjegy -> számmaradék
        ;   []                      % Vigyázat: [] helyett true nem jó!
        ).

% Ugyanez vágóval
számmaradék -->   számjegy, !, számmaradék.
számmaradék -->   [].               % Figyelem: nincsenek DCG tényállítások!

% Az utóbbi Prolog alakja:
számmaradék(L0, L) :-
        számjegy(L0, L1), !, számmaradék(L1, L).
számmaradék(L0, L) :-
        L = L0.

| ?- számmaradék("102", L).  ⟹ L = "2" ; no
```


Prolog hívás beillesztése DCG szabályba

- Általánosabb példa: decimális számjegyek elemzése

```
számjegy --> "0" ; "1" ; "2" ; "3" ; "4" ;
             "5" ; "6" ; "7" ; "8" ; "9".

% Ugyanez általánosabban és egyszerűbben:
számjegy -->
        [K],                          % K a következő terminális
        {decimális_jegy_kódja(K)}.    % Prolog hívás

% K egy számjegy kódja.
decimális_jegy_kódja(K):-
        K >= 0'0, K =< 0'9.
```

- A fenti DCG szabály Prolog megfelelője:

```
% Leelemezhető egy számjegy kódja.
számjegy(L0, L) :-
        'C'(L0, K, L),                % K a következő terminális
        decimális_jegy_kódja(K).      % megfelelő-e a K?
```

Az elemző kiegészítése argumentumokkal

- Egy DCG szabály az elemzéssel párhuzamosan további (kimenő) argumentum(ok)ban felépítheti a kielemzett dolog „jelentését”, pl. egy elemzési fát, vagy annak egy kiértékelését.
- Példa: szám elemzése és értékének kiszámítása:

```
% leelemezhető egy Sz értékű decimálisszámjegy-sorozat
szám(Sz) --> számjegy(J), számmaradék(J, Sz).

% leelemezhető számjegyek egy esetleg üres listája, amelynek
% az eddig leelemzett Sz0-val együtt vett értéke Sz.
számmaradék(Sz0, Sz) -->
    számjegy(J), !, {Sz1 is Sz0*10+J}, számmaradék(Sz1, Sz).
számmaradék(Sz0, Sz0) --> [].

% leelemezhető egy J értékű számjegy.
számjegy(J) --> [K], {decimális_jegy_kódja(K), J is K-0'0}.
```

```
| ?- szám(Sz, "102 56", L). ⟹ L = " 56", Sz = 102; no
```

- A `számmaradék` DCG szabály Prolog alakja:

```
számmaradék(Sz0, Sz, L0,L) :-
    számjegy(J, L0,L1), !, Sz1 is Sz0*10+J, számmaradék(Sz1, Sz, L1,L).
számmaradék(Sz0, Sz0, L0,L) :- L=L0.
```

- Vegyük észre, hogy itt két akkumulátorpár van, egy „kézi” (`Sz`) és egy DCG-ből generált (`L`).

A DCG nyelvtani szabályok szerkezete — összefoglalás

- A DCG szabály alakja: ⟨ *Baloldal* ⟩ `-->` ⟨ *Jobboldal* ⟩ `.`
- ⟨ *Baloldal* ⟩: egy nem-terminális(, amit esetleg terminálisok listája követ).
- ⟨ *Jobboldal* ⟩: konjunkció (`,`), diszjunkció (`;`), ha-akkor (`->`) és negáció (`\+`) segítségével épül fel terminálisokból, nem-terminálisokból és Prolog hívásokból.
- Nem-terminális: tetszőleges *hívható* kifejezés (névkonstans vagy struktúra).
- Terminális: *tetszőleges* Prolog kifejezés; 0, 1 vagy több terminális jel sorozata *listaként* helyezhető el a DCG szabályokban.
- Prolog hívás: `{}` zárójelekbe zárva helyezhető el (vágó köré nem kell zárójel).
- A DCG egy darab „automatikus” akkumulátort biztosít (az akkumulálási lépés: `'C'`, egy elem levétele):

```
p(A,...) -->
    q0(B,...), ...,      [X],            qi(C,...), ...,
                                             {Cél}, ..., qn(D,...).

p(A,...,L0,L):-
    q0(B,...,L0,L1), ..., 'C'(Li-1, X, Li), qi(C,...,Li,Li+1),...,
                                              Cél, ...,  qn(D,...,Ln,L).
```


DCG példa: kifejezés kiértékelése

- Egyszerű aritmetikai kifejezés elemzése és kiértékelése.

```
% kif(Z, L0, L): L0 elején egy Z értékű aritmetikai kifejezés áll, marad L.
kif(Z) --> tag(X), "+", kif(Y), {Z is X + Y}.
kif(Z) --> tag(X), "-", kif(Y), {Z is X - Y}.
kif(X) --> tag(X).

% tag(Z, L0, L): L0-ból leelemezhető egy Z értékű tag, marad L.
tag(Z) --> szám(X), "*", tag(Y), {Z is X * Y}.
tag(Z) --> szám(X), "/", tag(Y), {Z is X / Y}.
tag(X) --> szám(X).
```

```
| ?- kif(Z, "10*10-6*6", "").  ⟹ Z = 64 ;  no
| ?- kif(Z, "10*10-6*6", L).   ⟹ L = [], Z = 64 ; L = "*6", Z = 94 ; ...
| ?- kif(Z, "4-2+1", []).      ⟹ Z = 1   Probléma: jobbról balra elemez!
```

- Egy lehetséges javítás

```
kif(Z) --> tag(X), kifmaradék(X, Z).

kifmaradék(X, Z) --> "+", tag(Y), W is X + Y, kifmaradék(W, Z).
kifmaradék(X, Z) --> "-", tag(Y), W is X - Y, kifmaradék(W, Z).
kifmaradék(X, X) --> [].
...
```


Egy nagyobb DCG példa: „természetes” nyelvű beszélgetés

```
:- use_module(library(lists)).

% mondat(Alany, Áll, L0, L): L0-L kielemezhető egy Alany alanyból és Áll
% állítmányból álló mondattá. Alany lehet első vagy második személyű
% névmás, vagy egyetlen szóból álló (harmadik személyű) alany.
mondat(Alany, Áll) -->
        {én_te(Alany, Ige)}, én_te_perm(Alany, Ige, Áll).
mondat(Alany, Áll) -->
        szó(Alany), szavak(Áll).

% én_te(Alany, Ige):
% Az Alany első/második személyű névmásnak megfelelő létige az Ige.
én_te("én", "vagyok").
én_te("te", "vagy").

% én_te_perm(Ki, Ige, Áll, L0, L): L0-L kielemezhető egy Ki
% névmásból, Ige igealakból és Áll állítmányból álló mondattá.
én_te_perm(Alany, Ige, Áll)  -->
        (   szó(Alany), szó(Ige), szavak(Áll)
        ;   szó(Alany), szavak(Áll), szó(Ige)
        ;   szavak(Áll), szó(Ige), szó(Alany)
        ;   szavak(Áll), szó(Ige)
        ).
```

Példa: “természetes” nyelvű beszélgetés — szavak elemzése

```
% szó(Sz, L0, L): L0-L egy Sz betűsorozatból álló (nem üres) szó.
szó(Sz) -->
        betű(B), szómaradék(SzM), {illik([B|SzM], Sz)}, köz.

% szómaradék(Sz, L0, L): L0-L egy Sz kódlistából álló (esetleg üres) szó.
szómaradék([B|Sz]) -->
        betű(B), !, szómaradék(Sz).
szómaradék([]) --> [].

% illik(Szó0, Szó): Szó0 = Szó, vagy a kezdő kis-nagy betűben különböznek.
illik([B0|L], [B|L]) :-
        (   B = B0 -> true
        ;   abs(B-B0) =:= 32
        ).

% köz(L0, L): L0-L nulla, egy vagy több szóköz.
köz --> (   " " -> köz ; ""   ).

% betű(K, L0, L): L0-L egy K kódú "betű" (különbözik a " .?" jelektől)
betű(K) --> [K], {\+ member(K, " .?")}.

% szavak(SzL, L0, L): L0-L egy SzL szó-lista.
szavak([Sz|Szk]) -->
        szó(Sz), (   szavak(Szk)
                 ;   {Szk = []}
                 ).
```


Példa: “természetes” nyelvű beszélgetés — párbeszéd-szervezés

```
% :- type mondás ---> kérdez(szó) ; kijelent(szó,list(szó)) ; un.

% Megvalósít egy párbeszédet.
párbeszéd :-
        repeat,
            read_line(L),   % beolvas egy sort, L a karakterkódok listája
            (   menet(Mondás, L, [])
            ->  feldolgoz(Mondás)
            ;   write('Nem értem\n'), fail
            ),
        Mondás = un, !.

% menet(Mondás, L0, L): Az L0-L kielemzett alakja Mondás.
menet(kérdez(Alany)) -->
        {kérdő(Szó)}, mondat(Alany, [Szó]), "?".
menet(kijelent(Alany,Áll)) -->
        mondat(Alany, Áll), ".".
menet(un) -->
        szó("unlak"), ".".

% kérdő(Szó): Szó egy kérdőszó.
kérdő("mi").
kérdő("ki").
kérdő("kicsoda").
```


Példa: “természetes” nyelvű beszélgetés — válaszok előállítása

```
:- dynamic tudom/2.

% feldolgoz(Mondás): feldolgozza a felhasználótól érkező Mondás üzenetet.
feldolgoz(un) :-
        write('Én is.\n').
feldolgoz(kijelent(Alany, Áll)) :-
        assertz(tudom(Alany,Áll)),
        write('Felfogtam.\n').
feldolgoz(kérdez(Alany)) :-
        tudom(Alany, _), !,
        válasz(Alany).
feldolgoz(kérdez(_)) :-
        write('Nem tudom.\n').

% Felsorolja az Alany ismert tulajdonságait.
válasz(Alany) :-
        tudom(Alany, Áll),
        (   member(Szó, Áll), format('~s ', [Szó]), fail
        ;   nl
        ),
        fail.
válasz(_).
```


Beszélgetős DCG példa — egy párbeszéd

```
| ?- párbeszéd.
|: Magyar legény vagyok én.
Felfogtam.
|: Ki vagyok én?
Magyar legény
|: Péter kicsoda?
Nem tudom.
|: Péter tanuló.
Felfogtam.
|: Péter jó tanuló.
Felfogtam.
|: Péter kicsoda?
tanuló
jó tanuló
|: Boldog vagyok.
Felfogtam.
|: Én vagyok Jeromos.
Felfogtam.
|: Te egy Prolog program vagy.
Felfogtam.
|: Ki vagyok én?
Magyar legény
Boldog
Jeromos
|: Okos vagy.
Felfogtam.
|: Ki vagy  te?
egy Prolog program
Okos
|: Valóban?
Nem értem
|: Unlak.
Én is.
```

A DCG formalizmus felhasználása elemzésen kívül

- A DCG szabályok kényelmesen használhatók általános akkumulálásra
  - Listák akkumulálása — az elemi akkumulálási lépést a `'C'/3` adja

```
% anbn(+N, ?L): Az L lista N db a-ból és azt követő N db b-ből áll.
% Nem csak elemzésre, hanem L felépítésére is használható!
anbn(N, L) :- anbn(N, L, []).

% anbn(N, L0, L): L0-L N db a-ból és azt követő N db b-ből áll.
anbn(0) --> !.
anbn(N) --> {N > 0, N1 is N-1}, [a], anbn(N1), [b].

% a fenti DCG szabály kifejtve:
anbn(N, L0, L) :-
    N > 0, N1 is N-1, L0=[a|L1], anbn(N1, L1, L2), L2=[b|L].
```

  - Egyébként az elemi akkumulálási lépést DCG-n kívül kell megírni:

```
% sum(L, S0, S): L összege S-S0.
sum([]) --> [].
sum([X|L]) -->
        plus(X), sum(L).
```

```
% L számlista összege S.
sum(L, S) :- sum(L, 0, S).

plus(X, S0, S) :- S is S0+X.
```


„HAGYOMÁNYOS” BEÉPÍTETT ELJÁRÁSOK

Aritmetikai beépített eljárások

- `X is Kif`: `Kif` aritmetikai kifejezés kell legyen, értékét egyesíti `X`-szel.
- `Kif1` ρ `Kif2`: `Kif1` és `Kif2` aritmetikai kifejezések kell legyenek, értékeik között elvégzi a ρ összehasonlítást (ρ lehet `=, =\=, <, =<, >, >=`).
- Aritmetikai kifejezésekben felhasználható funktorok:

Infix operátorok					
`+`	összeadás	`//`	egész osztás	`/\`	bitenkénti és
`-`	kivonás	`**`	hatványozás	`\/`	bitenkénti vagy
`*`	szorzás	`mod`	modulus képzés	`<<`	bitenkénti balra léptetés
`/`	osztás	`rem`	maradék képzés	`>>`	bitenkénti jobbra léptetés
Prefix operátorok:		`-`	negáció	`\`	bitenkénti negáció

Függvény jelölésűek			
`abs/1`	`exp/1`	`floor/1`	`sign/1`
`atan/1`	`float/1`	`log/1`	`sin/1`
`ceiling/1`	`float_fractional_part/1`	`max/2,min/2`	`sqrt/1`
`cos/1`	`float_integer_part/1`	`round/1`	`truncate/1`

Listakezelő beépített eljárások

- Lista hossza: `length(?L, ?N)`
  - Jelentése: az `L` lista hossza `N`.
  - `length(-L, +N)` módban adott hosszúságú, csupa különböző változóból álló listát hoz létre.
  - `length(-L, -N)` módban rendre felsorolja a 0, 1, ... hosszú listákat.
  - Megvalósítását lásd korábban.
- Lista rendezése: `sort(@L, ?S)`
  - Jelentése: az `L` lista `@<` szerinti rendezése `S`, (`==/2` szerint azonos elemek ismétlődését kiszűrve).
- Lista kulcs szerinti rendezése: `keysort(@L, ?S)`
  - Az `L` argumentum `Kulcs-Érték` alakú kifejezések listája.
  - Az eljárás jelentése: az `S` lista az `L` lista `Kulcs` értékei szerinti szabványos (`@<` általi) rendezése, ismétlődéseket nem szűr.

Kifejezések kiírása

- `write(@X)`: Kiírja `X`-et, ha szükséges operátorokat, zárójeleket használva.
- `writeq(@X)`: Mint `write(X)`, csak gondoskodik, hogy szükség esetén az névkonstansok idézőjelek közé legyenek téve.
- `write_canonical(@X)`: Mint `writeq(X)`, csak operátorok nélkül, minden struktúra szabványos alakban jelenik meg.
- `write_term(@X, +Opciók)`: Az `Opciók` opciólista szerint kiírja `X`-et.
- `format(@Formátum, @AdatLista)`: A `Formátum`-nak megfelelő módon kiírja `AdatLista`-t. A formázójelek alakja: `~`⟨`szám esetleg`⟩⟨`formázójel`⟩.

```
| ?- write('Helló világ').                    ⟹ Helló világ
| ?- writeq('Helló világ').                   ⟹ 'Helló világ'
| ?- write_canonical('*' - '%').              ⟹ -(*,'%')
| ?- write_canonical([1,2]).                  ⟹ '.'(1,'.'(2,[]))
| ?- write_term([1,2,3], [max_depth(2)]).     ⟹ [1,2|...]
| ?- format('X=~s --- ~3d s', [[0'j,0'ó],3245]). ⟹ X=jó --- 3.245 s
```


Kifejezések kiírása — felhasználó vezérelte formázás

- `print(@X)`: Alapértelmezésben azonos `write`-tal. Ha a felhasználó definiál egy `portray/1` eljárást, akkor a rendszer minden a `print`-tel kinyomtatandó részkifejezésre meghívja `portray`-t. Ennek sikere esetén feltételezi, hogy a kiírás megtörtént, meghiúsulás esetén maga írja ki a részkifejezést.

  A rendszer a `print` eljárást használja a változó-behelyettesítések és a nyomkövetés kiírására!
- `portray(@Kif)` (felhasználó által definiálandó ún. *kampó eljárás*): Igaz, ha `Kif` kifejezést a Prolog rendszernek *nem* kell kiírnia (és ekkor maga a `portray` kell, hogy elvégzze a kiírást).
- Példa:

```
portray(Matrix) :-
      Matrix = [[_|_]|_],
      (   member(Row, Matrix),
          nl, print(Row), fail
      ;   true
      ).
```

```
| ?- X = [[1,2],[3,4],[5,6]].

X =
[1,2]
[3,4]
[5,6] ?
```


Karakterek kiírása és beolvasása

- `put_code(+Kód)`: Kiírja az adott kódú karaktert.
- `tab(+N)`: Kiír `N` szóközt feltéve, hogy $N > 0$.
- `nl`: Kiír egy soremelést.
- `get_code(?Kód)`: Beolvas egy karaktert és (karakterkódját) egyesíti `Kód`-dal. (File végénél `Kód = -1`.)
- `peek_code(?Kód)`: A soronkövetkező karakter kódját egyesíti `Kód`-dal. A karaktert nem távolítja el a bemenetről. (File végénél `Kód = -1`.)
- Példa:

```
% rd_line(L): L a következő sor karakterkódjainak listája.
% read_line néven beépített eljárás SICStus 3.9.0-tól.
rd_line(L) :-
        peek_code(0'\n), !, get_code(_), L = [].
rd_line([C|L]) :-
        get_code(C), rd_line(L).
```

```
| ?- rd_line(L), tab(20), member(X, L), put_code(X), tab(1), fail ; nl.
|: Hello world!
                    H e l l o   w o r l d !
```


Példa: számbeolvasás

```
% számbe(Szám): a Szám szám következik az input-folyamban.
számbe(Szám) :-
        számjegy(Érték),
        számbe(Érték, Szám).

% Az eddig beolvasott Szám0-val együtt az input-folyamban következő
% szám értéke Szám.
számbe(Szám0, Szám) :-
        számjegy(E), !,
        Szám1 is Szám0*10+E,
        számbe(Szám1, Szám).
számbe(Szám, Szám).

% Érték értékű számjegy következik.
számjegy(Érték) :-
        peek_code(Kar),
        Kar >= 0'0, Kar =< 0'9,
        get_code(_),
        Érték is Kar - 0'0.
```

```
| ?- számbe(X), get_code(_), számbe(Y).
|: 123 456
                    ⟹ X = 123, Y = 456
```

Kifejezések beolvasása

- `read(?Kif)`: Beolvas egy ponttal lezárt kifejezést és egyesíti `Kif`-fel. (File végénél `Kif = end_of_file`.)
- `read_term(?Kif, +Opciók)`: Mint `read/1`, de az `Opciók` opciólistát is figyelembe veszi.
- Példa — botcsinálta programbeolvasó:

```
consult_body :-
        repeat,
            read(Term),
            (   Term = end_of_file -> true
            ;   assertz(Term), fail
            ),
        !.

| ?- consult_body.
|: p(X) :- q(X), r(X).
|: ^D
yes
```

```
| ?- listing([p/1]).
p(A) :-
        q(A),
        r(A).
yes
```


Be- és kiviteli csatornák

- Csatornák megnyitása és kezelése:
  - `open(@Filenév, @Mód, -Csatorna)`: Megnyitja a `Filenév` nevű állományt `Mód` módban (`read`, `write` vagy `append`). A `Csatorna` argumentumban visszaadja a megnyitott csatorna „nyelét”.
  - `set_input(@Csatorna)`, `set_output(@Csatorna)`: Az ezt követő beviteli/kiviteli eljárások `Csatorna`-t használják majd (jelenlegi csatorna).
  - `current_input(?Csatorna)`, `current_output(?Csatorna)`: A jelenlegi beviteli/kiviteli csatornát egyesíti `Csatorna`-val.
  - `close(@Csatorna)`: Lezárja a `Csatorna` csatornát.
- Explicit csatornamegadás be- és kiviteli eljárásokban
  - Az eddig ismertetett összes be- és kiviteli eljárásnak van egy eggyel több argumentumú változata, amelynek első argumentuma a csatorna. Ezek: `write/2`, `writeq/2`, `write_canonical/2`, `write_term/3`, `print/2`, `read/2`, `read_term/3`, `format/3`, `put_code/2`, `tab/2`, `nl/1`, `get_code/2`, `peek_code/2`.

Egy egyszerűbb be- és kiviteli szervezés: DEC10 I/O

- `see(@Filenév)`, `tell(@Filenév)`: Megnyitja a `Filenév` file-t olvasásra/írásra és a jelenlegi csatornává teszi. Újabb híváskor csak a jelenlegi csatornává teszi.
- `seeing(?Filenév)`, `telling(?Filenév)`: A jelenlegi beviteli/kiviteli csatorna állománynevét egyesíti `Filenév`-vel.
- `seen`, `told`: Lezárja a jelenlegi beviteli/kiviteli csatornát.
- Példák — nagyon egyszerű `consult` variánsok:

```
consult_dec10_style(File) :-
        seeing(Old), see(File),
        repeat,
            read(Term),
            (   Term = end_of_file
            ->  seen
            ;   assertz(Term), fail
            ),
        !,
        see(Old).
```

```
consult_with_streams(File) :-
        open(File, read, S),
        repeat,
            read(S, Term),
            (   Term = end_of_file
            ->  close(S)
            ;   assertz(Term), fail
            ),
        !.
```


Hibakezelési beépített eljárások

- Hibahelyzetet beépített eljárás rossz argumentumokkal való meghívása, vagy a `throw/1` (`raise_exception/1`) eljárás válthat ki.
- Minden hibahelyzetet egy Prolog kifejezés (ún. hiba-kifejezés) jellemez.
- Hiba „dobása”, azaz a `HibaKif` hibahelyzet kiváltása:
  `throw(@HibaKif)`,
  `raise_exception(@HibaKif)`
- Hiba „elkapása”:
  `catch(:+Cél, ?Minta, :+Hibaág)`,
  `on_exception(?Minta, :+Cél, :+Hibaág)`
  - Hatása: Futtatja a `Cél` hívást.
    - Ha `Cél` végrehajtása során hibahelyzet nem fordul elő, futása azonos `Cél`-lal.
    - Ha `Cél`-ban hiba van, a hiba-kifejezést egyesíti `Mintá`-val.
    - Ha ez sikeres, meghívja a `Hibaág`-at.
    - Ellenkező esetben továbbdobja a hiba-kifejezést, hogy a további körülvevő `catch` eljárások esetleg elkaphassák azt.

Programfejlesztési beépített eljárások (SICStus specifikusak)

- `set_prolog_flag(+Jelző, @Érték)`: `Jelző` értkékét `Érték`-re állítja.
- `current_prolog_flag(?Jelző, ?Érték)`: `Jelző` pillanatnyi értéke `Érték`.
- Néhány fontos Prolog jelző:
  - `language`: végrehajtási mód (`sicstus`, `iso`).
  - `argv`: csak olvasható, a parancssorbeli argumentumok listája.
  - `unknown`: viselkedés definiálatlan eljárás hívásakor (`trace`, `fail`, `error`).
  - `source_info`: forrásszintű nyomkövetés (`on`, `off`, `emacs`).
- `consult(:@Files)`, `[:@File,...]`: Betölti a `File`(ok)at, interpretált alakban.
- `compile(:@File)`: Betölti a `File`(ok)at, leforditott alakot hozva létre.
- `listing`: Kiírja az összes interpretált eljárást az aktuális kimenetre.
- `listing(:@EljárásSpec)`: Kiírja a megnevezett interpretált eljárásokat.
- Itt és később: `EljárásSpec` — név vagy funktor, eseteg modul-kvalifikációval ellátva, ill. ezek listája, pl. `listing(p)`, `listing([m:q,p/1])`.

Programfejlesztési eljárások (folytatás)

- `statistics`: Különféle statisztikákat ír ki az aktuális kimenetre.
- `statistics(?Fajta, ?Érték)`: `Érték` a `Fajta` fajtájú mennyiség értéke.
  - Példa: `statistics(runtime, E)` $\Longrightarrow$`E=[Tdiff, T]`, `Tdiff` az előző lekérdezés óta, `T` a rendszerindítás óta eltelt idő, ezredmásodpercben.
- `break`: Egy új interakciós szintet hoz létre.
- `abort`, `halt`: Kilép a legkülső interakciós szintre ill. a Prolog rendszerből.
- `trace`: Elindítja az interaktív nyomkövetést.
- `debug`, `zip`: Elindítja a szelektív nyomkövetést, csak spion-pontoknál áll meg. (A `zip` mód gyorsabb, de nem gyűjt annyi információt mint a `debug` mód.)
- `nodebug`, `notrace`, `nozip`: Leállítja a nyomkövetést.
- `spy(:@EljárásSpec)`: Spion-pontot tesz a megadott eljárásokra.
- `nospy(:@EljárásSpec)`: Megszünteti a megadott spion-pontokat.
- `nospyall`: Az összes spion-pontot megszünteti.

FEJLETTEBB NYELVI ÉS RENDSZERELEMEK

Külső nyelvi interfész

- Hagyományos (pl. C nyelvű) programrészek meghívásának módja:
  - A Prolog rendszer elvégzi az átalakítást a Prolog alak és a külső nyelvi alak között. Kényelmesebb, biztonságosabb mint a másik módszer, de kevésbé hatékony. Többnyire csak egyszerű adatokra (egész, valós, atom). (MProlog)
  - A külső nyelvi rutin pointereket kap Prolog adatstruktúrákra, valamint hozzáférési algoritmusokat ezek kezelésére. Nehézkesebb, veszélyesebb, de jóval hatékonyabb mint az előző megoldás. Összetett adatok adásvételére is jó. (SWI, SICStus)

Külső nyelvi interfész — példa

- A példa a `library(bdb)` megvalósításából származik.
- A C nyelven megirandó eljárás Prolog hívási alakja:
  `index_keys(+Spec, +Kif, -Kulcs, -Szám)`
- A megirandó eljárás jelentése:
  - Ha *Spec* és *Kif* különböző funktorú kifejezések, akkor *Szám* = −1 és *Kulcs* = [].
  - Egyébként, ha *Spec* valamelyik argumentuma + és *Kif* megfelelő argumentuma változó, akkor *Szám* = −2 és *Kulcs* = [].
  - Egyébként *Szám* a *Spec* argumentumaként előforduló + névkonstansok száma, *Kulcs* pedig *Kif* megfelelő argumentumainak *kivonatából* képzett lista. A kivonat lényegében az argumentum funktora, azzal az eltéréssel, hogy a konstansok kivonata maga a konstans, struktúrák esetén pedig a struktúra neve és az aritása külön elemként kerül a kivonat-listába.

Külső nyelvi interfész — példa

- A példaeljárás használata

```
| ?- [ixtest].
| ?- index_keys(f(+, -, +, +),
                f(12.3, _, s(1, _, z(2)), t),
                Kulcs, Szam).
Kulcs = [12.3,s,3,t], Szam = 3 ?
```

- Az `ixtest.pl` Prolog file tartalmazza az interfész specifikációját:

```
foreign(ixkeys, index_keys(+term, +term, -term, [-integer])).
                            % 1. arg: bemenő, általános kifejezés
                            % 2. arg: bemenő, általános kifejezés
                            % 3. arg: kimenő, általános kifejezés
                            % 4. arg: a C függvény értéke, egész (long)
foreign_resource(ixkeys, [ixkeys]).

:- load_foreign_resource(ixkeys).
```

- A C programot elő kell készíteni a Prolog számára az `splfr` (link foreign resource) eszköz segítségével:

```
splfr ixkeys ixtest.pl +c ixkeys.c
```


Külső nyelvi interfész — a C kód (`ixkeys.c` állomány)

```
#include <sicstus/sicstus.h>

#define NA -1  /* not applicable */
#define NI -2  /* instantiatedness */

long ixkeys(SP_term_ref spec,
      SP_term_ref term, SP_term_ref list)
{
  unsigned long sname, tname, plus;
  int sarity, tarity, i;
  long ret = 0;
  SP_term_ref arg = SP_new_term_ref(),
              tmp = SP_new_term_ref();

  SP_get_functor(spec, &sname, &sarity);
  SP_get_functor(term, &tname, &tarity);
  if (sname != tname || sarity != tarity)
    return NA;

  plus = SP_atom_from_string("+");

  for (i = sarity; i > 0; --i) {
    unsigned long t;
    SP_get_arg(i, spec, arg);
    SP_get_atom(arg, &t); /* no check */
    if (t != plus) continue;

    SP_get_arg(i, term, arg);
    switch (SP_term_type(arg)) {
    case SP_TYPE_VARIABLE:
      return NI;
    case SP_TYPE_COMPOUND:
      SP_get_functor(arg, &tname, &tarity);
      SP_put_integer(tmp, (long)tarity);
      SP_cons_list(list, tmp, list);
      SP_put_atom(arg, tname);
      break;
    }
    SP_cons_list(list, arg, list); ++ret;
  }
  return ret;
}
```


Hasznos lehetőségek SICStus Prolog-ban

- Tetszőleges nagyságú egész számok

  pl.:

```
| ?- fakt(40,F).

F = 815915283247897734345611269596115894272000000000 ?
```

- Globális változók (Blackboard)

  `bb_put(Kulcs, Érték)`

  A `Kulcs` kulcs alatt eltárolja `Érték`-et, az előző értéket, ha van, törölve. (`Kulcs` egy (kis) egész szám vagy névkonstans lehet.)

  `bb_get(Kulcs, Érték)`

  Előhívja `Érték`-be a `Kulcs` értékét.

  `bb_delete(Kulcs, Érték)`

  Előhívja `Érték`-be a `Kulcs` értékét, majd kitörli.

Hasznos lehetőségek SICStus Prolog-ban *(folytatás)*

- Visszaléptethető módon változtatható kifejezések

  `create_mutable(Adat, ValtKif)`

  `Adat` kezdőértékkel létrehoz egy új változtatható kifejezést, ez lesz `ValtKif`. `Adat` nem lehet üres változó.

  `get_mutable(Adat, ValtKif)`

  `Adat`-ba előveszi `ValtKif` pillanatnyi értékét.

  `update_mutable(Adat, ValtKif)`

  A `ValtKif` változtatható kifejezés új értéke `Adat` lesz. Ez a változtatás visszalépéskor visszacsinálódik. `Adat` nem lehet üres változó.

- Takarító eljárás

  `call_cleanup(Hivas, Tiszito)`

  Meghívja `call(Hivas)`-t és ha az véglegesen befejezte futását, meghívja `Tiszito`-t. Egy eljárás akkor fejezte be véglegesen a futását, ha további alternatívák nélkül sikerült, meghiúsult vagy kivételt dobott.

Fejlett vezérlési lehetőségek SICStusban: Blokk-deklarációk

- Példa:

```
:- block p(-, ?, -, ?, ?).
```

  Jelentése: ha az első és a harmadik argumentum is behelyettesítetlen változó (blokkolási feltétel), akkor a `p` hívás felfüggesztődik.

  Ugyanarra az eljárásra több vagylagos feltétel is szerepelhet, pl.

```
:- block p(-, ?), p(?, -).
```

- Végtelen választási pontok kiküszöbölése blokk-deklarációval

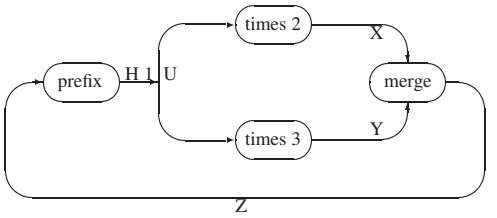
```
:- block append(-, ?, -).

append([], L, L).
append([X|L1], L2, [X|L3]) :-
    append(L1, L2, L3).
```


Blokk-deklarációk *(folytatás)*

- Generál-és-ellenőriz típusú programok gyorsítása
  - általában nem hatékonyak (pl megrajzolja_1), mert túl sok visszalépést használnak
  - korutinszervezéssel a generáló és ellenőrző rész "automatikusan" összefésülhető
  - ehhez az ellenőrző részt kell előre tenni és megfelelően blokkolni
- Korutinszervezésre épülő programok
  - Példa: egyszerűsített Hamming feladat
    - keressük a $2^i * 3^j (i \geq 1, j \geq 1)$ alakú számok közül az első `N` darabot nagyság szerint rendezve.
    - "stream-and-parallelism" közelítésmódot használva korutinszervezéssel egyszerűen lehet megoldani

Hamming probléma




```
% A H lista az első N, csak a 2 és 3 tényezőkből álló szám.
hamming(N, H) :-
     U = [1|H], times(U, 2, X), times(U, 3, Y),
     merge(X, Y, Z), prefix(N, Z, H).

% times(X, M, Z): A Z lista az X elemeinek M-szerese
:- block times(-, ?, ?).
times([A|X], M, Z) :- B is M*A, Z = [B|U], times(X, M, U).
times([], _, []).
```

Hamming probléma (folyt.)

```
% merge(X, Y, Z): Z az X és Y összefésülése.
:- block merge(-, ?, ?), merge(?, -, ?).
% Csak akkor fusson, ha az első két argumentum ismert
merge([A|X], [B|Y], V) :-
     A < B, !, V = [A|Z], merge(X, [B|Y], Z).
merge([A|X], [B|Y], V) :-
     B < A, !, V = [B|Z], merge([A|X], Y, Z).
merge([A|X], [A|Y], [A|Z]) :-
     merge(X, Y, Z).
merge([], X, X) :- !.
merge(_, [], []).

% prefix(N, X, Y): Az X lista első N eleme Y.
prefix(0, _, []) :- !.
prefix(N, [A|X], [A|Y]) :-
     N > 0, N1 is N-1, prefix(N1, X, Y).
```


Korutinszervező eljárások

- `freeze(X, Hivas)`

  `Hivas`t felfüggeszti mindaddig, amig `X` behelyettesítetlen változó.

- `frozen(X, Hivas)`

  Az `X` változó miatt felfüggesztett hívás(oka)t egyesíti `Hivas`-sal.

- `dif(X, Y)`

  `X` és `Y` nem egyesíthető. Mindaddig felfüggesztődik, amig ez el nem dönthető.

- `call_residue(Hivas, Maradék)`

  `Hivas`-t végrehajtja, és ha a sikeres lefutás után maradnak felfüggesztett hívások, akkor azokat visszaadja `Maradékban`. Pl.

```
| ?- call_residue(dif(X, f(Y)), Maradek).
        ⟹ Maradek = [[X]-(prolog:dif(X,f(Y)))]
| ?- call_residue((dif(X, f(Y)), X=f(Z)), Maradek).
        ⟹ X = f(Z), Maradek = [[Y,Z]-(prolog:dif(f(Z),f(Y)))]
```


SICStus könyvtárak

- Könyvtár betöltése

  `:- use_module(library(`*könyvtárnév*`)).`

- A legfontosabb könyvtárak
  - `arrays` Logaritmikus elérési idejű kiterjeszthető tömbök megvalósítását tartalmazza.
  - `assoc` AVL fák segítségével valósítja meg az „asszociációs listák”, azaz véges Prolog kifejezéshalmazokon definiált kiterjeszthető leképezések fogalmát.
  - `atts` tetszőleges attributumokat enged a Prolog változókhoz rendelni, ezeket tárolórekeszként és a Prolog egyesítési mechanizmusának módosítására is engedi használni.
  - `heaps` A bináris kazal (heap) fogalmát valósítja meg, amely főként prioritásos sorok (priority queue) megvalósítására használható.
  - `lists` Biztosítja a listakezelő alapműveleteket.
  - `terms` Különböző kifejezéskezelő eljárásokat tartalmaz.
  - `ordsets` Halmazműveleteket definiál (halmaz ≡ `@<` szerint rendezett lista).
  - `queues` Sorokra (queue, FIFO store) vonatkozó műveleteket definiál.
  - `random` Egy véletelenszám-generátort tartalmaz.

- `system` Különféle operációsrendszer-szolgáltatások elérését biztosítja.
- `trees` Az `arrays` könyvtárhoz hasonló, de nem-kiterjeszthető logaritmikus elérési idejű tömbfogalmat valósít meg, bináris fákkal (kicsit hatékonyabb mint az `arrays` könyvtár).
- `ugraphs` Irányított és irányítatlan gráffogalmat valósít meg, élcimkék nélkül.
- `wgraphs` Olyan irányított és irányítatlan gráffogalmat valósít meg, ahol minden él egy egészértékű súllyal rendelkezik.
- `sockets` A socket-ek kezelésére szolgáló eljárásokat biztosít.
- `linda/client` és `linda/server` Linda-szerű processzkommunikációs eszközöket ad.
- `bdb` Felhasználó által definiált többszörös indexelést lehetővé tevő, Prolog kifejezések állományokban való tárolására szolgáló adatbázis-rendszer.
- `clpb` Boole-értékekre vonatkozó feltétel-megoldó (constraint solver).
- `clpq` és `clpr` Feltétel-megoldó a Q (racionális számok) ill. R (valós számok) tartományán.
- `clpfd` Véges tartományokra vonatkozó feltétel-megoldó (constraint solver).
- `tcltk` A *Tcl/Tk* nyelv és eszközkészlet elérését biztosítja.
- `gauge` Prolog programok a profilirozására szolgáló, a `tcltk` -n alapuló grafikus eszköz.
- `charsio` Karaktersorozatból olvasó ill. abba író be- és kiviteli eljárások gyüjteménye.
- `timeout` Lehetőséget ad arra, hogy célok futási idejét korlátozzuk.

ÚJ IRÁNYZATOK A LOGIKAI PROGRAMOZÁSBAN

Új irányzatok a logikai programozásban — kitekintés

- Bevezetés a Logikai Programozásba c. jegyzet 6. fejezete:
  - Párhuzamos megvalósítások
  - Az Andorra-I rendszer rövid bemutatása
  - A Mercury nagyhatékonyságú LP megvalósítás
  - CLP (Constraint Logic Programming)
- Az utolsó két témával foglalkozik a **„Nagyhatékonyságú logikai programozás”** c. választható tárgy (általában őszi félévben)
- Rövid izelítőként áttekintjük a korlát-logikai programozás (CLP) témakörét.
- Constraint = megszorítás, kényszer, korlátozás, korlát, ...
- A továbbiakban a „constraint” angol kifejezésre a „korlát” fordítást használjuk

KORLÁT-LOGIKAI PROGRAMOZÁS – RÖVID ÁTTEKINTÉS

A korlát-logikai programozás (CLP,Constraint Logic Programming) alapgondolata

- A CLP($\mathcal{X}$) séma

  Prolog + egy valamilyen $\mathcal{X}$ adattartományra és azon értelmezett korlátokra (relációkra) vonatkozó „erős” következtetési mechanizmus.
- Példák az $\mathcal{X}$ tartomány megválasztására
  - $\mathcal{X}$ = Q vagy R (a racionális vagy valós számok)
    korlátok = lineáris egyenlőségek és egyenlőtlenségek
    következtetési mechanizmus = Gauß elimináció és szimplex módszer
  - $\mathcal{X}$ = FD (egész számok Véges Tartománya, angolul FD — Finite Domain)
    korlátok = különféle aritmetikai és kombinatorikus relációk
    következtetési mechanizmus = MI CSP–módszerek (CSP = Korlát-Kielégítési Probléma)
  - $\mathcal{X}$ = B (0 és 1 Boole értékek)
    korlátok = ítéletkalkulusbeli relációk
    következtetési mechanizmus = MI SAT-módszerek (SAT — Boole kielégíthetőség)

A CLP következtetés alapelvei

- A CLP következtetés
  - közege az ún. korlát-tár, amelyben a korlátok gyűlnek, egyre pontosabban közelítve a megoldást;
  - elemei az ún. primitív korlátok (a megengedett korlátok egy részhalmaza)
  - a korlát-tár mindig konzisztens, ellentmondás esetén visszalépés;
  - visszalépés esetén a korlát-tár is visszaáll a korábbi állapotba
  - a következtetés fajtái:
    - **teljes**, pl. CLP(R) lineáris esetben, CLP(B) — minden korlát bekerül a tárba;
    - **részleges**, pl. CLP(FD) — csak bizonyos egyszerű korlátok mennek a tárba, a többi, nem-primitív korlátok ágensként (démonként) várakoznak arra, hogy:
      a. primitív korláttá váljanak
      b. a tárat egy primitív korláttal bővíthessék (az ún. erősítés)

A SICStus clp(Q,R) könyvtárak

- Alapelemek
  - Tartomány:
    `clpr`: lebegőpontos számok, `clpq`: racionális számok
  - Függvények:
    `+ - * / min max pow exp` (kétargumentumúak, `pow` ≡ `exp`),
    `+ - abs sin cos tan` (egyargumentumúak).
  - Korlát-relációk: `= =:= < > =< >= =\=` (`=` ≡ `=:=`)
  - Primitív korlátok (a korlát-tár elemei): lineáris kifejezéseket tartalmazó relációk
  - Megoldó algoritmus: lineáris programozási módszerek (Gauss elimináció, szimplex módszer)
- A könyvtár betöltése:
  `use_module(library(clpq))`, vagy `use_module(library(clpr))`
- A fő beépített eljárás
  - `{` *Constraint* `}`, ahol *Constraint* változókból és (egész vagy lebegőpontos) számokból a fenti műveletekkel felépített reláció, vagy ilyen relációknak a `,` operátorral képzett) konjunkciója.

Példák a SICStus `clpq` könyvtárának használatára

```
| ?- use_module(library(clpq)).

| ?- {X=Y+4, Y=Z-1, Z=2*X-9}.                % lineáris egyenlet
       X = 6, Y = 2, Z = 3 ?

| ?- {X+Y+9<4*Z, 2*X=Y+2, 2*X+4*Z=36}.      % egyenlőtlenség is lehet
       {X<29/5}, {Y= -2+2*X}, {Z=9-1/2*X} ?

| ?- {(Y+X)*(X+Y)/X = Y*Y/X+100}.           % lineárissá egyszerűsíthető
       {X=100-2*Y} ?

| ?- {(Y+X)*(X+Y) = Y*Y+100*X}.             % így már nem...
       clpq:{2*(X*Y)-100*X+X^2=0} ?

| ?- {exp(X+Y+1,2) = 3*X*X+Y*Y}.            % nem lineáris...
       clpq:{1+2*X+2*(Y*X)-2*X^2+2*Y=0} ?

| ?- {exp(X+Y+1,2) = 3*X*X+Y*Y}, X=Y.       % így már igen...
       X = -1/4, Y = -1/4 ?

| ?- {2 = exp(8, X)}.                       % nem-lineárisak is megoldhatók
       X = 1/3 ?
```


A SICStus `clpb` könyvtár

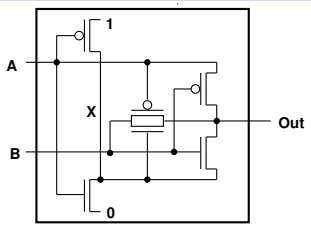
- Alapelemek:
  - **Tartomány:** logikai értékek (`1` és `0`, igaz és hamis)
  - **Függvények** (egyben korlát-relációk):
    `~ P` `P` hamis (*negáció*).
    `P * Q` `P` és `Q` mindegyike igaz (*konjunkció*).
    `P + Q` `P` és `Q` legalább egyike igaz (*diszjunkció*).
    `P # Q` `P` és `Q` pontosan egyike igaz (*kizáró vagy*).
    `P =:= Q` Ugyanaz mint `~(P # Q)`.
  - **Constraint-megoldó algoritmus:** Boole-egyesítés.
- A `library(clpb)` könyvtár eljárásai
  - `sat(`*Kifejezés*`)`, ahol *Kifejezés* változókból, a `0` `1` számkonstansokból és névkonstansokból (ún. szimbolikus konstansok) a fenti müveletekkel felépített logikai kifejezés. Hozzáveszi *Kifejezés*t a korlát-tárhoz.
  - `labeling(`*Változók*`)`. Behelyettesíti a *Változók*at `0` `1` értekekre, úgy, hogy a tár teljesüljön. Visszalépéskor felsorolja az összes lehetséges értéket.

Példa a `clpb` könyvtár használatára: tranzisztoros áramkör verifikálása

```
n(D, G, S) :-          % Gate => Drain = Source
        sat( G*D =:= G*S).

p(D, G, S) :-          % ~ Gate => Drain = Source
        sat( ~G*D =:= ~G*S).

xor(A, B, Out) :-
        p(1, A, X),                n(B, X, Out),
        n(0, A, X),                p(A, B, Out),
        p(B, A, Out),              n(X, B, Out).
```




```
| ?- n(D, 1, S).                S = D ?

| ?- n(D, 0, S).                true ?

| ?- p(D, 0, S).                S = D ?

| ?- p(D, 1, S).                true ?

| ?- xor(a, b, X).              sat(X=:=a#b) ?
```


A SICStus `clpfd` könyvtár

- A `clpfd` könyvtár alapelemei
  - Tartomány: egészek (negatívak is!)
  - Függvények (aritmetika): `+ - * / ...`
  - Constraint-relációk
    aritmetikaiak: `#<, #>, #=<, #>=, #= #\=`
    halmazműveletek: *X* `in` *Halmaz*, pl. `X in 1..5`
    logikai műveletek: `#/\, #\/, #\` (negáció), `#<=>` (ekvivalencia), ...
  - egyszerű korlátok (korlát tár elemei): *X* `in` *Halmaz*
  - Constraint-megoldó algoritmus:
    aritmetikaiak: ún. intervallum-konzisztencia (csak a határokat szűkítik)
    halmazműveletek: teljes konzisztencia (ún. tartomány-konzisztencia)
- A tipikus CLP(FD) megoldási folyamat (forrás: CSP = Constraint Satisfaction Problems)
  - a változók tartományának megadása
  - korlátok felvétele
  - címkézés (visszalépéses keresés) — pl. a `labeling(Opciók, Változók)` könyvtári eljárás segítségével.

Példa a `clpfd` könyvtár használatára: N királynő a sakktáblán

```
% A Qs lista N királynő biztonságos elhelyezését mutatja egy N*N-es sakktáblán:
% a lista i. eleme j ===> az i. királynőt az i. sor j. oszlopába kell helyezni.
queens(N, Qs):-           length(Qs, N), domain(Qs, 1, N), safe(Qs).

% safe(Qs): A Qs királynő-lista biztonságos.
safe([]).
safe([Q|Qs]):-            no_attack(Qs, Q, 1), safe(Qs).

% no_attack(Qs, Q, I): A Qs lista által leírt királynők egyike sem támadja a
% Q oszlopban levő királynőt, feltéve hogy Q és Qs távolsága I.
no_attack([],_,_).
no_attack([X|Xs], Y, I):- no_threat(X, Y, I), J is I+1, no_attack(Xs, Y, J).

% Az X és Y oszlopokban  I sortávolságra levő királynők nem támadják egymást.
no_threat(X, Y, I) :-     Y #\= X, Y #\= X-I, Y #\= X+I.

| ?- queens(4, Qs).
       Qs = [_A,_B,_C,_D], _A in 1..4, _B in 1..4, _C in 1..4, _D in 1..4 ?
| ?- queens(4, Qs), Qs = [1|_].
       Qs = [1,_A,_B,_C], _A in 3..4, _B in{2}\/{4}, _C in 2..3 ?
| ?- queens(4, Qs), Qs = [1|_], labeling([], Qs).
       no
| ?- queens(4, Qs), Qs = [2|_], labeling([], Qs).
       Qs = [2,4,1,3] ?
```


Egy példasor: Lovagok és lókötők

- A feladat
  - Egy szigeten minden bennszülött lovag vagy lókötő.
  - A lovagok mindig igazat mondanak.
  - A lókötők mindig hazudnak.
  - Egy vagy több bennszülöttnek saját magukra vonatkozó kijelentése alapján meg kell határozni a bennszülött típusát.
  - Példa: Találkozunk két bennszülöttel Alfréd-dal és Bélával. Alfréd azt mondja: van köztünk lókötő. Milyen típusú Alfréd és Béla.
  - Irodalom: Raymond Smullyan: Mi a címe ennek a könyvnek?, A hölgy és a tigris, Typotex kiadó.
  - Továbbfejlesztés: a szigeten lehetnek normális emberek is, akik néha hazudnak, néha igazat mondanak.

Lovagok és lókötők – A megoldás elvei

- Készítünk egy egyszerű formális nyelvet a bennszülöttek kijelentéseire, pl. `Alfréd mondja Alfréd = lókötő vagy Béla = lókötő`
- A bennszülöttek nevei (pl. `Alfréd`) Prolog változók, amelyek a `lovag` vagy `lókötő` értéket veszik fel.
- A nyelv egyetlen alap-relációja az =.
- Az összekötő jeleket (`mondja, és, vagy, nem`) Prolog operátornak deklaráljuk.
- Egy egyszerű Prolog programmal definiáljuk a "bennszülött logikát", azaz a nyelv állításainak igazságértékét.
- A feladat: egy adott mondat esetén megkeresni azokat a változó-behelyettesítéseket, amelyekre a mondat a "bennszülött logika" szerint igaz lesz.

Lovagok és lókötők: 1. változat (Prolog)

```
:- op(700, fy, nem).      :- op(900, yfx, vagy).
:- op(800, yfx, és).      :- op(950, xfy, mondja).

% Az A bennszülött mondhatja az Áll állítást.
A mondja Áll :- értéke(A mondja Áll, 1).

% értéke(Állítás, Érték): Állítás igazságértéke Érték (1 = igaz, 0 = hamis).
értéke(X = X, 1).
értéke(X = Y, 0) :-              különböző(X, Y).
értéke(lovag mondja M, E) :-     értéke(M, E).
értéke(lókötő mondja M, E) :-    értéke(nem M, E).
értéke(M1 és M2, E) :-           értéke(M1, E1), értéke(M2, E2),  E is E1 /\ E2.
értéke(M1 vagy M2, E) :-         értéke(M1, E1), értéke(M2, E2),  E is E1 \/ E2.
értéke(nem M, E) :-              értéke(M, E1),                   E is 1-E1.

% különböző(A, B): A és B különböző típusú bennszülöttek.
különböző(lovag, lókötő).        különböző(lókötő, lovag).
```

```
| ?- Alfréd mondja Alfréd = lókötő vagy Béla = lókötő.
       Béla = lókötő, Alfréd = lovag ? ; no

| ?- A mondja B = C.
       A = lovag, C = B ? ;
       A = lókötő, B = lovag, C = lókötő ? ;
       A = lókötő, B = lókötő, C = lovag ? ; no
```


Lovagok és lókötők: 2., CLP(B) változat

(A bennszülöttek típusát numerikusan jelöljük: `lovag` →1,`lókötő` →0.)

```
:- use_module(library(clpb)).

:- op(700, fy, nem).      :- op(900, yfx, vagy).
:- op(800, yfx, és).      :- op(950, xfy, mondja).

A mondja Áll :- értéke(A mondja Áll, 1).

% értéke(Állítás, Érték): Az Állítás igazságértéke Érték.
értéke(X = Y, E) :-          sat((X =:= Y) =:= E).
értéke(X mondja M, E) :-     értéke(M, E0), sat((E0 =:= X) =:= E).
értéke(M1 és M2, E) :-       értéke(M1, E1), értéke(M2, E2), sat(E =:= E1*E2).
értéke(M1 vagy M2, E) :-     értéke(M1, E1), értéke(M2, E2), sat(E =:= E1+E2).
értéke(nem M, E) :-          értéke(M, E0), sat(E =:= ~E0).
```

```
| ?- Alfréd mondja Alfréd = 0 vagy Béla = 0.
       Béla = 0, Alfréd = 1 ? ; no
| ?- A mondja B mondja C mondja A = C.
       B = 1 ? ; no
| ?- A mondja B = C.
       sat(B=\=C#A) ? ; no
| ?- A mondja B = C, labeling([A,B,C]).
       A = 0, B = 1, C = 0 ? ; A = 0, B = 0, C = 1 ? ;
       A = 1, B = 0, C = 0 ? ; A = 1, B = 1, C = 1 ? ; no
```


Lovagok és lókötők: 3., CLP(FD) változat

```
:- use_module(library(clpfd)).

:- op(700, fy, nem).      :- op(900, yfx, vagy).
:- op(800, yfx, és).      :- op(950, xfy, mondja).

A mondja Áll :- értéke(A mondja Áll, 1).

% értéke(Állítás, Érték): Az Állítás igazságértéke Érték.
értéke(X = Y, E) :-          X in 0..1, Y in 0..1, E #<=> (X #= Y).
értéke(X mondja M, E) :-     X in 0..1, értéke(M, E0), E #<=> (E0 #= X).
értéke(M1 és M2, E) :-       értéke(M1, E1), értéke(M2, E2), E #<=> E1 #/\ E2.
értéke(M1 vagy M2, E) :-     értéke(M1, E1), értéke(M2, E2), E #<=> E1 #\/ E2.
értéke(nem M, E) :-          értéke(M, E0), E #<=> #\ E0.
```

```
| ?- Alfréd mondja Alfréd = 0 vagy Béla = 0.
       Alfréd in 0..1, Béla in 0..1 ? ; no
| ?- Alfréd mondja Alfréd = 0 vagy Béla = 0, labeling([], [Alfréd,Béla]).
       Béla = 0, Alfréd = 1 ? ; no
| ?- A mondja B = C, labeling([], [A,B,C]).
       A = 0, B = 0, C = 1 ? ; A = 0, B = 1, C = 0 ? ;
       A = 1, B = 0, C = 0 ? ; A = 1, B = 1, C = 1 ? ; no
```

Lovagok, lókötők (és normálisak): 4., CLP(FD) változat

(A bennszülöttek típusa: `normális` →2, `lovag` →1, `lókötő` →0.)

```
:- use_module(library(clpfd)).

:- op(700, fy, nem).      :- op(900, yfx, vagy).
:- op(800, yfx, és).      :- op(950, xfy, mondja).

A mondja Áll :- értéke(A mondja Áll, 1).

% értéke(Állítás, Érték): Az Állítás igazságértéke Érték.
értéke(X = Y, E) :-       X in 0..2, Y in 0..2, E #<=> (X #= Y).
értéke(X mondja M, E) :-  X in 0..2, értéke(M, E0), E #<=> (X #= 2 #\/ E0 #= X).
értéke(M1 és M2, E) :-    értéke(M1, E1), értéke(M2, E2), E #<=> E1 #/\ E2.
értéke(M1 vagy M2, E) :-  értéke(M1, E1), értéke(M2, E2), E #<=> E1 #\/ E2.
értéke(nem M, E) :-       értéke(M, E0), E #<=> #\ E0.

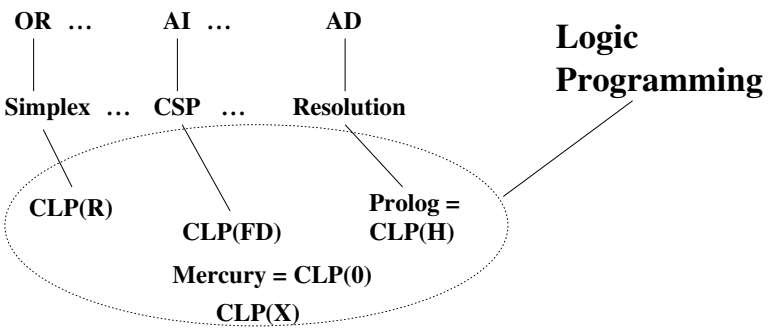
% http://www.math.wayne.edu/~boehm/Probweek2w99sol.htm: We are given three
% people, A, B, C, one of whom is a knight, one a knave, and one a normal
% (but not necessarily in that order). They make the following statements.
%    A: I am normal, B: A is telling the truth, C: I am not normal
% What are A, B, and C?

| ?- A mondja A = 2, B mondja A = 2, C mondja nem C =2, all_different([A,B,C]),
     labeling([], [A,B,C]).
        A = 0, B = 2, C = 1 ? ; no
```


CLP rendszerek a nagyvilágban

- Néhány implementáció
  - clp(R) — az első CLP(X) rendszer (Monash Univ, Australia, IBM és CMU)
  - CHIP — FD, Q és B (ECRC, Németo., Cosytec, Franciao.); CHARME (Bull); Decision Power (ICL)
  - Prolog III, Prolog IV (PrologIA, Marseille), Q (nem-lineáris is), B, FD, listák, intervallumok
  - ILOG solver (ILOG, Franciao.) — C++ könyvtár: R (nem-lineáris is), FD, halmazok
  - SICStus Prolog (SICS, Svédo.) — R/Q, FD, B
  - GNU Prolog (INRIA, Franciao.) — FD (C-re fordít)
  - Oz (DFKI, Németo.) — korlát alapú elosztott funkcionális nyelv.
- Kommerciális rendszerek (a fentiek között)
  - ILOG, CHIP, Prolog III–IV, SICStus
  - a szakma óriása: ILOG
    - szakterület: CLP + vizualizációs eszközök + szabályalapú eszközök
    - felvásárolta az egyik vezető operációkutatási céget, a CPLEX-et
    - 400 munkatárs 7 országban, 55M USD éves bevétel, NASDAQ-on jegyzett

Mire használják a CLP rendszereket — néhány példa

- Ipari erőforrás optimalizálás
  - termék- és gépkonfiguráció
  - gyártásütemezés
  - emberi erőforrások ütemezése
  - logisztikai tervezés
- Közlekedés, szállítás
  - repülőtéri allokációs feladatok (beszállókapu, poggyász-szalag stb.)
  - repülő-személyzet járatokhoz rendelése
  - menetrendkészítés
  - forgalomtervezés
- Távközlés, elektronika
  - GSM átjátszók frekvencia-kiosztása
  - lokális mobiltelefon-hálózat tervezése
  - áramkörtervezés és verifikálás

A CLP mint integrációs paradigma