A Prolog megvalósítás néhány mérföldköve

- 1973: Marseille Prolog (A. Colmerauer et al.)
  - értelmező (interpreter), Fortran nyelven
  - kifejezések ábrázolása: struktúra-osztásos (structure-sharing), konstans idejű kifejezés-építés
  - veremszervezés: egyetlen verem (csak visszalépéskor szabadul fel)
- 1977: DEC-10 Prolog (D. H. D. Warren)
  - fordítóprogram Prolog és assembly nyelven (+ értelmező Prologban)
  - kifejezések ábrázolása: struktúra-osztásos (mérettel arányos idejű kifejezés-építés)
  - veremszervezés: három verem (visszalépéskor mindhárom felszabadul)
    - globális verem (global stack): globális (struktúra-beli) változók, szemétgyűjtött
    - fő verem (local stack): eljárások, választási pontok, változók, det. lefutáskor felszabadul
    - nyom verem (trail): változó-behelyettesítések tárolása (vágónál felszabadítható)
- 1983: WAM — Warren Abstract Machine (D. H. D. Warren)
  - absztrakt gép Prolog programok végrehajtására
  - kifejezések ábrázolása: struktúra-másolásos (structure-copying)
  - három verem, mint DEC-10 Prologban, a globális verem tárolja a struktúrákat
  - A legtöbb mai Prolog WAM alapú (SICStus, SWI, GNU Prolog, ...)

Struktúrák ábrázolása

- A kétféle kifejezés-ábrázolás összehasonlítása:

	struktúra-osztásos	struktúra-másolásos
tárigény:	a változók számával arányos	a struktúra méretével arányos
struktúra-építés	konstans idejű	a struktúra méretével arányos idejű
struktúra-szétszedés	költségesebb	kevésbé költséges

- Struktúra **építése**: egy változónak és egy **programszövegbeli** struktúrának az egyesítése
- FONTOS: egy változó értékeként megjelenő struktúra egyesítése egy behelyettesítetlen változóval mindenképpen konstans költségű!
- Példa:

```
hosszabbít(L, [1,2,3,...,n|L]).
```

```
sokszoroz(0, L) :- !, L = [].
sokszoroz(N, L) :-
        hosszabbít(L0, L), N1 is N-1, sokszoroz(N1, L0).
```

- `sokszoroz(`n`, L)` költsége és tárigénye struktúra-osztásnál $O(n)$, struktúra-másolásnál $O(n^2)$
- A gyakorlatban mégis a struktúra-másolásos megoldás bizonyult hatékonyabbnak.

WAM: Prolog kifejezések tárolása

- A WAM-ban javasolt kifejezés-ábrázolás (LBT: low bit tagging scheme)

	globális/lokális			*globális* verem
• Behelyettesítetlen változó:	saját cím		REF	
• Másik változóra/kifejezésre való utalás:	másik kif. címe		REF	
• Névkonstans	atom tábla index	A	CON	
• Egész szám	egész érték	I	CON	
• Lista	cím		LIST	
	cím:			fej-kifejezés
				farok-kifejezés
• Struktúra	cím		STRU	
	cím:			funktor tábla index
				argumentum-kif.
				...

- A SICStus 3.x rendszer a 4 legmagasabb helyiértékű biten tárolja jelzőket (tag) — ezért a veremterületek mérete 256 Mbyte-ban korlátozott. (SICStus 4-ben már LBT séma lesz.)

WAM: néhány további részlet

- Változók kezelése
  - Két változó egyesítése: a fiatalabbik az öregebbikre utaló **REF** értéket kap
  - **Utalástalanítás**: az (esetleg többtagú) REF-lánc követése
  - Behelyettesítetlen változó $\equiv$ önmagára mutató utalás $\Rightarrow$ egyszerűbb utalástalanítás
- Visszalépés
  - **Feltételes változó**: behelyettesítetlen változó, öregebb mint a legfrissebb választási pont
  - Feltételes változó behelyettesítése esetén a változó címét beírjuk a nyom-verembe
  - Visszalépéskor a nyom alapján „visszacsináljuk” a változó-behelyettesítéseket, majd a vermeket visszahúzzuk
- SICStus programok WAM utasitás-sorozatra fordíthatók (*File*`.pl` $\Rightarrow$ *File*`.wam`):

```
| ?- prolog:fshell_files(File, wam, []).
```

- A WAM bemutatása (tutorial): `http://www.vanx.org/archive/wam/wam.html`

JOBBREKURZIÓ ÉS AKKUMULÁTOROK

Jobbrekurzió (farok-rekurzió, tail-recursion) optimalizálás

- Az általános rekurzió költséges, helyben és időben is.
- Jobbrekurzióról beszélünk, ha
  - a rekurzív hívás a klóztörzs utolsó helyén van, vagy az utolsó helyen szereplő diszjunkció egyik ágának utolsó helyén stb., és
  - a rekurzív hívás pillanatában nincs választási pont a predikátumban (a rekurzív hívást megelőző célok determinisztikusan futottak le, nem maradt nyitott diszjunkciós ág).
- Jobbrekurzió optimalizálás: az utolsó hívás végrehajtása **előtt** a predikátum által lefoglalt hely felszabadul ill. szemétgyűjtésre alkalmassá válik.
- Ez az optimalizálás nemcsak rekurzív hívás esetén, hanem minden **utolsó** hívás esetén megvalósul — a pontos név: utolsó hívás optimalizálás (last call optimisation).
- A jobbrekurzió így tehát nem növeli a memória-igényt, korlátlan mélységig futhat — mint a ciklusok az imperatív nyelvekben. Példa:

```
ciklus(Állapot) :- lépés(Állapot, Állapot1), !, ciklus(Állapot1).
ciklus(_Állapot).
```

Predikátumok jobbrekurzív alakra hozása — listaösszeg

- A listaösszegzés „természetes”, nem jobbrekurzív definíciója:

```
% sum(+L, ?S): Az L számlista elemeinek összege S (S = 0+Ln+Ln-1+...+L1).
sum([], 0).
sum([X|L], S):- sum(L,S0), S is S0+X.
```

- Első jobbrekurzív változat, csak ellenőrzésre használható:

```
% sum1(+L, +S): Az L számlista elemeinek összege S (S-L1-L2-...-Ln = 0).
sum1([], 0).
sum1([X|L], S) :- /* S is S0+X helyett: */ S0 is S-X, sum1(L, S0).
```

- Második jobbrekurzív változat, csak kiírni tudja az eredményt:

```
% sum2(+L): Az L számlista elemeinek összegét (0+L1+L2+...+Ln) kiírja.
sum2(L):- sum2(L, 0).

% sum2(+L, +S0): Az L lista S0-lal növelt összegét kiírja.
sum2([], S) :-    write(S), nl.
sum2([X|L], S0):- S1 is S0+X, sum2(L, S1).
```

- Ahhoz, hogy az összeget **eredményként** ki tudjuk adni, szükséges egy további, kimenő argumentum.

Jobbrekurzív listaösszeg — akkumulátorpár segítségével

- Harmadik változat: teljes értékű jobbrekurzív lista-összegző:

```
% sum3(+L, ?S): Az L számlista elemeinek összege S.
sum3(L, S):- sum3(L, 0, S).

% sum3(+L, +S0, ?S): L elemeit hozzáadva S0-hoz kapjuk S-et. (≡ σ L = S-S0)
sum3([], S, S).
sum3([X|L], S0, S):-
        S1 is S0+X, sum3(L, S1, S).
```

- A jobbrekurzív `sum3` eljárás több mint **3-szor gyorsabb** mint a nem jobbrekurzív `sum`!
- Az **akkumulátor** az imperatív (azaz megváltoztatható értékű) változó fogalmának deklaratív megfelelője:
  - A `sum3(L, S0, S)` predikátumban az `S0` és `S` argumentumok egy akkumulátorpárt alkotnak.
  - Az akkumulátorpár két része az adott változó mennyiség (a példában az összeg) különböző időpontokban vett értékeit mutatja:
    - `S0` az összeg értéke a `sum3/3` **meghívásakor**: az összegző változó kezdőértéke;
    - `S` az összeg értéke a `sum3/3` **lefutása után**: összegző változó végértéke.

Az akkumulátorok használata

- Az akkumulátorokkal általánosan több egymás utáni változtatást is leírhatunk:

```
p(..., A0, A):-
          q0(..., A0, A1), ...,
          q1(..., A1, A2), ...,
          qn(..., An, A).
```

- A `sum3/3` második klóza ilyen alakra hozva:

```
sum3([X|L], S0, S):- plus(X, S0, S1), sum3(L, S1, S).

plus(X, S0, S) :- S is S0+X.
```

- Akkumulátorváltozók elnevezési konvenciója: kezdőérték: *`Vált`*`0`; közbülső értékek: *`Vált`*`1`, `...`, *`Vált`*`n`; végérték: *`Vált`*.
- A Prolog akkumulátorpár nem más mint a funkcionális programozásból ismert gyűjtőargumentum és a függvény eredményének együttese.

Akkumulátorok használata — folytatás

- Három lista összege

```
% sum_3_lists(+L, +LL, +LLL, +S0, ?S): Az L, LL, LLL számlisták
% összegeinek összege S-S0
sum_3_lists(L, LL, LLL, S0, S) :-
        sum3(L, S0, S1), sum3(LL, S1, S2), sum3(LLL, S2, S).
```

Előrebocsátott megjegyzés: a fenti szabály DCG (Definite Clause Grammar) formája

```
sum_3_lists(L, LL, LLL) --> sum3(L), sum3(LL), sum3(LLL).
```

- Többszörös akkumulálás — listák összege és négyzetösszege

```
% sum12(+L, +S0, ?S, +Q0, ?Q): S-S0 =Σ Li, Q-Q0 = Σ Li*Li
sum12([], S, S, Q, Q).
sum12([X|L], S0, S, Q0, Q):-
        S1 is S0+X, Q1 is Q0+X*X, sum12(L, S1, S, Q1, Q).
```

- Többszörös akkumulátorok összevonása

```
% sum12(+L, +S0/Q0, ?S/Q): S-S0 =Σ Li, Q-Q0 = Σ Li*Li
sum12([], SQ, SQ).
sum12([X|L], S0/Q0, SQ):-
        S1 is S0+X, Q1 is Q0+X*X, sum12(L, S1/Q1, SQ).
```

Különbséglisták

- A `revapp` mint akkumuláló eljárás

```
% revapp(Xs, L0, L): Xs megfordítását L0 elé fűzve kapjuk L-t.
% Másképpen: Xs megfordítása L-L0.
revapp([], L, L).
revapp([X|Xs], L0, L) :-
        L1 = [X|L0], revapp(Xs, L1, L).
```

- Az `L-L0` jelölés (különbséglista): azt a listát nevezi meg, amelyet úgy kapunk, hogy `L` végéről elhagyjuk `L0`-t (feltéve, hogy `L0` szuffixuma `L`-nek).
- Például az `[1,2,3]` listának megfelelő különbséglisták:
  - `[1,2,3,4]-[4]`, `[1,2,3,a,b]-[a,b]`, `[1,2,3]-[]`, ...
  - A legáltalánosabb (nyílt) különbséglistában a „kivonandó” változó: `[1,2,3|L]-L`
- Egy nyílt különbséglista konstans időben összefűzhető egy másikkal:

```
% app_dl(DL1, DL2, DL3): DL1 és DL2 különbséglisták összefűzése DL3.
app_dl(L-L0, L0-L1, L-L1).

| ?- app_dl([1,2,3|L0]-L0, [4,5|L1]-L1, DL).
       ==> DL = [1,2,3,4,5|L1]-L1, L0 = [4,5|L1]
```

- A nyílt különbséglista „egyszer használatos”, egy hozzáfűzés után már nem lesz nyílt!

Különbséglisták (folyt.)

- Példa: lineáris idejű listafordítás, `nrev` stílusában, különbséglistával:

```
% nrev(L, DR): Az L lista megfordítása a DR különbséglista.
nrev_dl([], L-L).                   % L-L ≡ üres különbséglista
nrev_dl([X|L], DR) :-
    nrev_dl(L, DR0),
    app_dl(DR0, [X|T]-T, DR).       % [X|T]-T ≡ egyelemű különbséglista

% app_dl(DL1, DL2, DL3): DL1 és DL2 különbséglisták összefűzése DL3.
app_dl(L-L0, L0-L1, L-L1).

% Az L lista megfordítása R
rev(L, R) :-
        nrev_dl(L, R-[]).
```

- Az `nrev_dl/2` eljárás törzsében érdemes a két hívást megcserélni (jobbrekurzió!).
- `nrev_dl(L, R-R0)` $\Longrightarrow$ `rev2(L, R0, R)` átalakítással és `app_dl` kiküszöbölésével a fenti `nrev_dl/2` eljárásból kapunk egy `rev2/3`-t, amely azonos `revapp/3`-mal!
- Ettől az átalakítástól kb **3-szor gyorsabb** lesz a program $\Rightarrow$ érdemes a különbséglisták helyett akumulátorpárokat használni!
- A továbbiakban a különbséglista jelölést csak a fejkommentek megfogalmazásában használjuk.

Az append mint akkumuláló eljárás

- Írjunk egy `eleje_marad(Eleje, L, Marad)` eljárást!

```
% eleje_marad(Eleje, L, Marad): Az L lista kezdetén az Eleje lista áll,
% annak L-ből való elhagyása után marad a Marad lista.
eleje_marad([], L, L).
eleje_marad([X|Xs], L0, L) :-
        L0 = [X|L1],
        eleje_marad(Xs, L1, L).
```

- Az akkumulálási lépés: `L0 = [X|L1]`, egy elem **elhagyása** a lista elejéről.
- A 2. és 3. argumentum felcserélésével az `eleje_marad` eljárás átalakul az `append` eljárássá!
- Tehát az `append` is tekinthető akkumuláló eljárásnak (a 2. és 3. argumentum a szokásos akkumulátorpárokhoz képest fel van cserélve):

```
% append(Xs, L, L0): L0 elejéről Xs elemeit lehagyva marad L.
% Másképpen: Xs = L0-L.
append([], L, L).
append([X|Xs], L, L0) :-
        L0 = [X|L1], append(Xs, L, L1).
```

- Az akkumulálási lépés: az `L0` változó értékül kap egy listát, melynek farka `L1`, az akkumulálált mennyiség: az a változó, amelyben az összefűzés eredményét várjuk.

Egy mintafeladat: $a^n b^n$ alakú sorozat előállítása

- Első megoldás, $3n$ lépés

```
% anbn(N, L): Az L lista N db a-ból
% és azt követő N db b-ből áll.
anbn(N, L) :-
        an(N, a, AN),
        an(N, b, BN),
        append(AN, BN, L).

% an(N, A, L): L az A elemet N-szer
% tartalmazó lista
an(0, _A, L) :- !, L = [].
an(N, A, [A|L]) :-
        N > 0,
        N1 is N-1,
        an(N1, A, L).
```

- Második megoldás, $2n$ lépés

```
anbn(N, L) :-
        an(N, b, [], BN),
        an(N, a, BN, L).

% an(N, A, L0, L): L-L0 az A
% elemet N-szer tartalmazó lista
an(0, _A, L0, L) :- !, L = L0.
an(N, A, L0, [A|L]) :-
        N > 0,
        N1 is N-1,
        an(N1, A, L0, L).
```

$a^n b^n$ alakú sorozatok (folyt.)

- Harmadik megoldás, n lépés

```
anbn(N, L) :-
        anbn(N, [], L).

% anbn(N, L0, L): Az L-L0 lista N db a-ból és azt követő N db b-ből áll.
anbn(0, L0, L) :- !, L = L0.
anbn(N, L0, [a|L]) :-
        N > 0,
        N1 is N-1,
        anbn(N1, [b|L0], L).
```

- A második klóz nem jobbrekurzív változata

```
anbn(N, L0, L) :-
        N > 0, N1 is N-1,
        L1 = [b|L0],       % 1. lépés: L0 elé b => L1
        anbn(N1, L1, L2),  % 2. lépés: L1 elé a^N1 b^N1 => L2
        L = [a|L2].        % 3. lépés: L2 elé a => L
```

$a^n b^n$ alakú sorozatok — más nyelvű megoldások

- SML megoldás

```
local
  fun ab(0, L) = L
    | ab(N, L0) = #"a"::ab(N-1, #"b"::L0)
in fun anbn N = ab(N, [])
end
```

- C++ megoldás

```
link *anbn(unsigned n) {
  link *l = 0, *b = 0;      // ez elé építjük a b-ket
  link **a = &l;            // ebbe tesszük az a-kat
  for (; n > 0; --n) {
    *a = new link('a');     // elölről
    a = &(*a)->next;        // hátra épít
    b = new link('b', b); // hátulról előre épít
  }
  *a = b; return l;
}
```

Összetettebb adatstruktúrák akkumulálása

- Az adatstruktúra:
  `% :- type bfa ---> ures ; bfa(integer, bfa, bfa).`
- A fa csomópontjaiban tároljuk a számértékeket, a levelek nem tárolnak információt.
- Egészek gyűjtése **rendezett** bináris fában
  - `beszur(BFa0, E, BFa)`: Az `E` egész számnak a `BFa0` fába való beszúrása a `BFa` bináris fát eredményezi.
  - Itt `BFa0` és `BFa` egy akkumulátorpár, de az indexelés érdekében `BFa0` az első argumentum-pozícióba kerül.
- Példafutás:

```
| ?- beszur(ures, 3, Fa0),
     beszur(Fa0, 1, Fa1),
     beszur(Fa1, 5, Fa2).

Fa0 = bfa(3,ures,ures),
Fa1 = bfa(3,bfa(1,ures,ures),ures),
Fa2 = bfa(3,bfa(1,ures,ures),bfa(5,ures,ures)) ?
```

Akkumulálás bináris fákkal

- Elem beszúrása bináris fába

```
% beszur(BF0, E, BF): E beszúrása BF0 rendezett fába
% a BF rendezett fát adja
% :- pred beszur(bfa::in, integer::in, bfa::out).
beszur(ures, Elem, bfa(Elem, ures, ures)).
beszur(BF0, Elem, BF):-
        BF0 = bfa(E,B,J),   % az indexelés működik!
        (   Elem =:= E -> BF = BF0
        ;   Elem < E ->
            BF = bfa(E,B1,J),
            beszur(B, Elem, B1)
        ;   BF = bfa(E,B,J1),
            beszur(J, Elem, J1)
        ).
```

Akkumulálás bináris fákkal — folyt.

- Lista konverziója bináris fává

```
% lista_bfa(L, BF0, BF): L elemeit beszúrva BF0-ba kapjuk BF-t.
% :- pred lista_bfa(list(integer)::in, bfa::in, bfa::out).
lista_bfa([], BF, BF).
lista_bfa([E|L], BF0, BF):-
        beszur(BF0, E, BF1),
        lista_bfa(L, BF1, BF).

| ?- lista_bfa([3,1,5], ures, BF).
BF = bfa(3,bfa(1,ures,ures),bfa(5,ures,ures)) ? ;
no

| ?- lista_bfa([3,1,5,1,2,4], ures, BF).
BF = bfa(3,bfa(1,ures,bfa(2,ures,ures)),
           bfa(5,bfa(4,ures,ures),ures)) ? ;
no
```

Akkumulálás bináris fákkal — folyt.

- Bináris fa konverziója listává

```
% bfa_lista(BF, L0, L): A BF fa levelei az L-L0 listát adják.
% :- pred bfa_lista(bfa::in, list(integer)::in,
%                            list(integer)::out).
bfa_lista(ures, L, L).
bfa_lista(bfa(E, B, J), L0, L) :-
        bfa_lista(J, L0, L1),
        bfa_lista(B, [E|L1], L).
```

- Rendezés bináris fával

```
% L lista rendezettje R.
% :- pred rendez(list(integer)::in, list(integer)::out).
rendez(L, R):-
        lista_bfa(L, ures, BF), bfa_lista(BF, [], R).

| ?- rendez([1,5,3,1,2,4], R).
R = [1,2,3,4,5] ? ;
no
```

IMPERATÍV PROGRAMOK ÁTÍRÁSA PROLOGBA

Hogyan írjunk át imperatív nyelvű algoritmust Prolog programmá?

- Példafeladat: Hatékony hatványozási algoritmus
  - Alaplépés: a kitevő felezése, az alap négyzetre emelése.
  - Lényegében a kitevő kettes számrendszerbeli alakja szerint hatványoz.
- Az algoritmust megvalósító C nyelvű függvény:

```
/* hatv(a, h) = a**h */
int hatv(int a, unsigned h)
{
  int e = 1;
  while (h > 0)
  {
    if (h & 1) e *= a;
    h >>= 1; a *= a;
  }
  return e;
}
```

- Az algoritmusban három változó van: `a, h, e`:
  - `a` és `h` végértékére nincs szükség,
  - `e` végső értéke szükséges (ez a függvény eredménye).

A `hatv` C függvénynek megfelelő Prolog eljárás

- A fügvény eredménye a reláció utolsó argumentuma: `hatv(+A, +H, ?E)`: $\mathtt{A}^{\mathtt{H}} = \mathtt{E}$.
- A ciklusnak segédeljárás felel meg: `hatv(+A0, +H0, +E0, ?E)`: $\mathtt{A0}^{\mathtt{H0}} * \mathtt{E0} = \mathtt{E}$.
- Az »`a`« és »`h`« C változóknak az »`+A`« és »`+H`« bemenő *paraméterek* (nem kell a végérték), az »`e`« C változónak az »`+E0, ?E`« *akkumulátorpár* felel meg (kezdőérték, végérték).

```
hatv(A, H, E) :-
        hatv(A, H, 1, E).

hatv(A0, H0, E0, E) :- H0 > 0, !,
        (   H0 /\ 1 =:= 1
                % /\ ≡ bitenkénti ''és''
        ->  E1 is E0*A0
        ;   E1 = E0
        ),
        H1 is H0 >> 1,
        A1 is A0*A0,
        hatv(A1, H1, E1, E).
hatv(_, _, E, E).
```

```
int hatv(int a, unsigned h)
{       int e = 1;

  ism:  if (h > 0)
        {  if (h & 1)
              e *= a;



           h >>= 1;
           a *= a;
           goto ism;
        } else return e;
}
```

A C ciklus és a Prolog eljárás kapcsolata

- A ciklust megvalósító Prolog eljárás minden pontján minden C változónak megfeleltetethető egy Prolog változó (pl. `h`-nak `H0, H1, ...`):
  - A ciklusmag elején a C változók a megfelelő Prolog argumentumban levő változónak felelnek meg.
  - Egy C értékadásnak egy új Prolog változó bevezetése felel meg, az ez után következő kódban az új változó felel meg a C változónak.
  - Ha a diszjunkció egyik ága megváltoztat egy változót, akkor a többi ágon is be kell vezetni az új Prolog változót, a régivel azonos értékkel (ld. `if (h & 1) ...`).
- A C ciklusmag végén a Prolog eljárást vissza kell hívni, argumentumaiban az egyes C változóknak pillanatnyilag megfeleltetett Prolog változóval.
- A C ciklus **ciklus-invariánsa** nem más mint a Prolog eljárás fejkommentje, a példában:

  `% hatv(+A0, +H0, +E0, ?E):` $\mathtt{A0}^{\mathtt{H0}} * \mathtt{E0} = \mathtt{E}$.

Programhelyesség-bizonyítás

- Egy algoritmus (függvény) specifikációja:
  - **előfeltételek**: a bemenő paramétereknek teljesíteniük kell ezeket,
  - **utófeltételek**: a paraméterek és az eredmény kapcsolatát írják le.
- Egy algoritmus **helyes**, ha minden, az előfeltételeket kielégítő adatra a függvény hibátlanul lefut, és eredményére fennállnak az utófeltételek.
- Példa: `x = mfoku_gyok(a,b,c)`
  - előfeltételek: `b*b-4*a*c >= 0, a` $\neq$ `0`
  - utófeltétel: `a*x*x+b*x+c = 0`
  - a program:

```
double mfoku_gyok(a, b, c)
double a, b, c;
{   double d = sqrt(b*b-4*a*c);
    return (-b+d)/2/a;
}
```

- A program helyességének bizonyítása lineáris kódra viszonylag egyszerű.

Ciklikus programok helyességének bizonyítása

- A ciklusokat „fel kell vágni” egy **ciklus-invariáns**sal, amely:
  - az előfeltételekből és a ciklust megelőző értékadásokból következik,
  - ha a ciklus elején fennáll, akkor a ciklus végén is (indukció),
  - belőle és a leállási feltételből következik a ciklus utófeltétele.

```
int hatv(int a0, unsigned h0) /* utófeltétel: hatv(a0, h0) = a0^h0 */
{ int e = 1, a = a0, h = h0;
  while (h > 0)
  { /* ciklus-invariáns: a0^h0 == e*a^h */
    /* induláskor a kezdőértékek alapján triviálisan fennáll */
    if (h & 1) e *= a;          /* e' = e * a^(h&1) */
    h >>= 1;                    /* h' = (h-(h&1))/2 */
    a *= a;                     /* a' = a*a */
  }                             /* indukció: e'*a'^h' = ... = e*a^h */
  return e;
  /* Az invariánsból h = 0 miatt következik az utófeltétel */
}
```

Második példa: Fibonacci sorozat tagjainak hatékony számítása

- A C függvény

```
unsigned fib(unsigned n)
{ unsigned f = 0, fnxt = 1, t;
  while (n > 0) t = fnxt, fnxt += f, f = t, --n;   /* (1) */
  return f;
}
```

- Az (1) ciklusnak bemenő változói: `n, f, fnxt`, kimenő változója: `f`.
- A ciklusnak megfeleltetett Prolog eljárás: `fib(N, F0, FNXT, F)`: az `F0` és `FNXT` kezdőértékű Fibonacci sorozat `N`-edik tagja `F`.

```
% "betű szerinti" Prolog átírás:
fib(N, F0, FNXT, F) :- N > 0, !,
    T = FNXT, FNXT1 is FNXT+F0,
    F1 = T, N1 is N-1,
    fib(N1, F1, FNXT1, F).
fib(_, F0, _, F0).
```

```
% Leegyszerűsített alak:
fib(N, F0, FNXT, F) :- N > 0, !,
    FNXT1 is FNXT+F0,
    N1 is N-1,
    fib(N1, FNXT, FNXT1, F).
fib(_, F0, _, F0).
```

Fibonacci sorozat — Prolog stílusban

- A Fibonacci sorozat teljes Prolog megvalósítása, és az ennek megfeleltethető C kód:

```
fib(N, F) :-
        fib(N, 0, 1, F).

fib(N, F0, F1, F) :-
        N > 0, !,
        N1 is N-1,
        F2 is F0+F1,

        fib(N1, F1, F2, F).

fib(_, F0, _, F0).
```

```
% unsigned fib(unsigned N)
% { unsigned F0=0, F1=1, F2;
%
% ism:
%   if (N > 0)
%   {   --N;
%       F2 = F0+F1;
%       F0 = F1; F1 = F2;
%       goto ism;
%   }
%   return F0;
% }
```

MEGOLDÁSOK GYŰJTÉSE ÉS FELSOROLÁSA

Keresési feladat Prologban — felsorolás vagy gyűjtés?

- Keresési feladat: bizonyos feltételeknek megfelelő dolgok meghatározása.
- Prolog nyelven egy ilyen feladat alapvetően kétféle módon oldható meg:
  - gyűjtés — az összes megoldás összegyűjtése, pl. egy listába;
  - felsorolás — a megoldások visszalépéses felsorolása: egyszerre egy megoldást kapunk, de visszalépés esetén sorra előáll minden megoldás.
- Egyszerű példa: egy lista páros elemeinek megkeresése:

% **Gyűjtés:**

```
% páros_elemei(L, Pk): Pk az L
% lista páros elemeinek listája.
páros_elemei([], []).
páros_elemei([X|L], Pk) :-
    X mod 2 =\= 0, !,
    páros_elemei(L, Pk).
páros_elemei([P|L], [P|Pk]) :-
    páros_elemei(L, Pk).
```

% **Felsorolás:**

```
% páros_eleme(L, P): P egy páros
% eleme az L listának.
páros_eleme([X|L], P) :-
    X mod 2 =:= 0, P = X.
páros_eleme([_X|L], P) :-
    % _X akár páros, akár páratlan
    % folytatjuk a felsorolást:
    páros_eleme(L, P).

% egyszerűbb megoldás:
páros_eleme2(L, P) :-
    member(P, L), P mod 2 =:= 0.
```

Mi a közös a felsoroló és gyűjtő megoldásokban?

- Keressük meg a közös részt a `páros_elemei` és `páros_eleme` eljárásokban!
- Mindkettőben át kell lépni a páratlan elemeket, és meg kell keresni az első páros elemet a listában:

```
% köv_páros(L0, P, L) :- Az L0 első páros eleme P, a maradék L.
köv_páros([X|L0], P, L) :-
    X mod 2 =\= 0, !, köv_páros(L0, P, L).
köv_páros([P|L], P, L).
```

- A `köv_páros` eljárásra épülő gyűjtő és felsoroló eljárások:

```
% páros_elemei(L, Pk): Pk az L
% lista páros elemeinek listája.
páros_elemei(L0, Pk) :-
    köv_páros(L0, P, L1), !,
    Pk = [P|Pk1],
    páros_elemei(L1, Pk1).
páros_elemei(_, []).
```

```
% páros_eleme(L, P): P egy páros
% eleme az L listának.
páros_eleme(L0, P) :-
    köv_páros(L0, P0, L1),
    (   P = P0
    ;   páros_eleme(L1, P)
    ).
```

A gyűjtő és felsoroló sémák összehasonlítása

- A páros elemeket gyűjtő ill. felsoroló eljárások alapján adjunk meg egy általános sémát a kétféle eljárástípusra!
- Az általános esetben a keresésnek lehet egy vagy több `Param` paramétere. Például, kereshetjük a `Param`-mal osztható elemeket.
- A közös építőelem: `következő(V0, Param, E, V1)`: A `V0` kifejezéssel jellemzett keresési térben az első megoldás `E`, és a fennmaradó keresési tér `V1`, a `Param` paraméter-érték mellett.

A gyűjtő séma:

```
% A V0 keresési térben a Param
% paraméterű megoldások listája L.
megoldások(V0, Param, L) :-
  következő(V0, Param, E, V1), !,
  L = [E|L1],
  megoldások(V1, Param, L1).
megoldások(_, _, []).
```

A felsoroló séma:

```
% A V0 keresési térben E egy
% Param paraméterű megoldás.
megoldás(V0, Param, E) :-
  következő(V0, Param, E0, V1),
  (   E = E0
  ;   megoldás(V1, Param, E)
  ).
```

Egy összetettebb példa: fennsíkok felsorolása

- Egy listában fennsíknak nevezünk:
  - egy csupa azonos elemből álló, legalább kételemű, folytonos részlistát;
  - amely az ilyenek között maximális (egyik irányba sem kiterjeszthető).
- A feladat: felsorolandók egy lista fennsíkjai és kezdőpozíciójuk.
- `fennsík(L, F, H)`: Az `L` listában az `F` (1-től számozott) pozíción egy `H` hosszú fennsík van.
- Egy gyorsprogramozási módszerrel készült (Prolog hekker) megoldás:

```
fennsík0(L, F, H) :-
    Teste = [E,E|_],
    append(Eleje, Teste, L),
    \+ last(Eleje, E),
    length(Eleje, F0), F is F0+1,
    kezdethossz(Teste, H).
    % kezdethossz/2 definícióját
    % lásd korábban
```

```
fennsík1(L, F, H) :-
    Teste = [E,E|_],
    append(Eleje, Teste, L),
    \+ last(Eleje, E),
    length(Eleje, F0), F is F0+1,
    % kezdethossz/2 kifejtve:
    (   append(Ek, Farok, Teste),
        \+ Farok = [E|_] ->
        length(Ek, H)
    ).
```

Fennsíkok felsorolása — 2., hatékony megoldás

- Használjuk a megoldás-felsoroló sémát: `megoldás(`*`V0, Param, E`*`)`!
  - *`V0`*: »`L, P`«, a bejárandó lista és első elemének pozíciója;
  - *`Param`*: üres;
  - *`E`*: »`F, H`«, a megoldás-fennsík kezdőpozíciója és hossza.

```
% Az L listában az F pozíción egy H hosszú fennsík van.
fennsík(L, F, H) :-
        fennsík(L, 1, F, H).

% A P0-tól számozott L0 listában az F pozíción
% egy H hosszú fennsík van.
fennsík(L0, P0, F, H) :-
        % az első fennsík jellemzői F0 és H0,
        % a fennsík utáni maradéklista L1:
        első_fennsík(L0, P0, F0, H0, L1),
        (   F = F0, H = H0
        ;   P1 is F0+H0,    % L1 kezdőpozíciója, P1, nem más mint
                            % az előző megoldás kezdőpozíciója+hossza
            fennsík(L1, P1, F, H)
        ).
```

Fennsíkok felsorolása — 2., hatékony megoldás (folyt.)

- Az első fennsík előállítása:

```
% első_fennsík(+L0, +P0, -F, -H, -L): A P0-tól számozott L0 listában az
% első fennsík az F. pozíción van és hossza H, a fennsík után fennmaradó
% rész pedig az L lista.
első_fennsík([E,E|L1], P0, F, H, L) :-
        !, F = P0, azonosak(L1, E, 2, H, L).
első_fennsík([_|L1], P0, F, H, L) :-
        P1 is P0+1,
        első_fennsík(L1, P1, F, H, L).

% azonosak(+L0, +E, +H0, -H, -L): Az L0 lista elejéről a maximális számú
% E-vel azonos elemet lehagyva marad L, a lehagyott elemek száma H-H0.
azonosak([X|L0], E, H0, H, L) :-
        E = X, !,
        H1 is H0+1,
        azonosak(L0, E, H1, H, L).
azonosak(L, _, H, H, L).
```

MEGOLDÁSGYŰJTŐ BEÉPÍTETT ELJÁRÁSOK

Gyűjtés és felsorolás kapcsolata

- Korábban láttuk, hogyan lehet egy keresési feladat gyűjtő és felsoroló eljárásait egy közös magból előállítani.
- Most vizsgáljuk meg, hogyan lehet egy felsoroló eljárást visszavezetni a gyűjtőre, és fordítva:
  - felsorolás gyűjtésből: a `member/2` könyvtári eljárás segítségével, pl.

    ```
    páros_eleme(L, P) :-
        páros_elemei(L, Pk), member(P, Pk).
    ```

    Természetesen ez így nem hatékony!
  - gyűjtés felsorolásból: a megoldásgyűjtő beépített eljárások segítségével, pl.

    ```
    páros_elemei(L, Pk) :-
        findall(P, páros_eleme(L, P), Pk).
        % A páros_eleme(L, P) cél
        % összes P megoldásának listája Pk.
    ```

A `findall(?Gyűjtő, :Cél, ?Lista)` beépített eljárás

- Az eljárás végrehajtása (procedurális szemantikája):
  - a `Cél` kifejezést eljáráshívásként értelmezi, meghívja (A `:` annotáció meta- (azaz eljárás) argumentumot jelez);
  - minden egyes megoldásához előállítja `Gyűjtő` egy *másolatát*, azaz a megoldásbeli változókat, ha vannak, szisztematikusan újakkal helyettesíti;
  - Az összes `Gyűjtő` értéket egy listába összegyűjti, és ezt egyesíti `Lista`-val.
- Példák az eljárás használatára:

```
| ?- findall(X, (member(X, [1,7,8,3,2,4]), X>3), L).
              ⟹  L = [7,8,4] ? ; no
| ?- findall(X-Y, (between(1, 3, X), between(1, X, Y)), L).
              ⟹  L = [1-1,2-1,2-2,3-1,3-2,3-3] ? ; no
```

- Az eljárás jelentése (deklaratív szemantikája):
  $\texttt{Lista} = \{\ \texttt{Gyűjtő}\ \text{másolat} \mid (\exists \texttt{X} \ldots \texttt{Z})\texttt{Cél}\ \text{igaz}\ \}$
  ahol `X`, ..., `Z` a `findall` hívásban levő szabad változók (azaz olyan, a hívás pillanatában behelyettesítetlen változók, amelyek a `Cél`-ban előfordulnak de a `Gyűjtő`-ben nem).

A `bagof(?Gyűjtő, :Cél, ?Lista)` beépített eljárás

- Az eljárás végrehajtása (procedurális szemantikája):
  - a `Cél` kifejezést eljáráshívásként értelmezi, meghívja;
  - összegyűjti a megoldásait (a `Gyűjtő`-t és a szabad változók behelyettesítéseit);
  - a szabad változók összes behelyettesítését *felsorolja* és mindegyikhez a `Lista`-ban megadja az összes hozzá tartozó `Gyűjtő` értéket.
- Példák az eljárás használatára:

```
gráf([a-b,a-c,b-c,c-d,b-d]).

| ?- gráf(_G), findall(B, member(A-B, _G), VegP).
                         ⟹ VegP = [b,c,c,d,d] ? ; no
| ?- gráf(_G), bagof(B, member(A-B, _G), VegP).
                         ⟹ A = a, VegP = [b,c] ? ;
                            A = b, VegP = [c,d] ? ;
                            A = c, VegP = [d] ? ; no
```

- A `bagof` eljárás jelentése (deklaratív szemantikája):
  `Lista` = { `Gyűjtő` | `Cél` igaz }, `Lista` ≠ `[]`.

A `bagof` megoldásgyűjtő eljárás (folyt.)

- Explicit kvantorok
  - `bagof(Gyűjtő, V1 ^ ...^ Vn ^ Cél, Lista)` alakú hívása a `V1, ..., Vn` változókat egzisztenciálisan kötöttnek tekinti, nem sorolja fel.
  - jelentése: `Lista` = { `Gyűjtő` | ($\exists$`V1`, ..., `Vn`)`Cél` igaz } $\neq$ `[]`.

```
| ?- gráf(_G), bagof(B, A^member(A-B, _G), VegP).
                              ==> VegP = [b,c,c,d,d] ? ; no
```

- Egymásba ágyazott gyűjtések
  - szabad változók esetén a `bagof` nemdeterminisztikus lehet, így skatulyázható:

```
% A G irányított gráf fokszámlistája FL:
% FL = { A-N | N = |{ V | A-V ∈ G }|}
fokszámai(G, FL) :-
    bagof(A-N, Vk^(bagof(V, member(A-V, G), Vk),
                   length(Vk, N)                  ), FL).
```

```
| ?- gráf(_G), fokszámai(_G, FL).
                 ==> FL = [a-2,b-2,c-1] ? ; no
```

A `bagof` megoldásgyűjtő eljárás (folyt.)

- Fokszámlista hatékonyabb előállítása
  - a vezérlési szerkezeteket célszerű elkerülni a meta-argumentumokban
  - segédeljárás bevezetésével a kvantor is szükségtelenné válik:

```
% Az A pont foka a G irányított gráfban N, N>0.
pont_foka(A, G, N) :-
        bagof(V, member(A-V, G), Vk), length(Vk, N).

% A G irányított gráf fokszámlistája FL:
fokszámai(G, FL) :-    bagof(A-N, pont_foka(A, G, N), FL).
```

- Példák a `bagof/3` és `findall/3` közötti kisebb különbségekre:

```
| ?- findall(X, (between(1, 5, X), X<0), L).    ⟹ L = [] ? ; no
| ?-   bagof(X, (between(1, 5, X), X<0), L).    ⟹ no
| ?- findall(S, member(S, [f(X,X),g(X,Y)]), L).
                                   ⟹ L = [f(_A,_A),g(_B,_C)] ? ; no
| ?-   bagof(S, member(S, [f(X,X),g(X,Y)]), L).
                                   ⟹ L = [f(X,X),g(X,Y)] ? ; no
```

- A `bagof/3` logikailag tisztább mint a `findall/3`, de időigényesebb!

A `setof(?Gyűjtő, :Cél, ?Lista)` beépített eljárás

- az eljárás végrehajtása:
  - ugyanaz mint: `bagof(Gyűjtő, Cél, L0), sort(L0, Lista),`
  - itt `sort/2` egy univerzális rendező eljárás (lásd később), amely
  - az eredménylistát rendezi (az ismétlődések kiszűrésével).
- Példa a `setof/3` eljárás használatára:

```
gráf([a-b,a-c,b-c,c-d,b-d]).

% Gráf egy pontja P.
pontja(P, Gráf) :- member(A-B, Gráf), ( P = A ; P = B).

% A G gráf pontjainak listája Pk.
gráf_pontjai(G, Pk) :- setof(P, pontja(P, G), Pk).

| ?- gráf(_G), gráf_pontjai(_G, Pk). ⟹ Pk = [a,b,c,d] ? ; no
```

META-LOGIKAI ELJÁRÁSOK

A meta-logikai, azaz a logikán túlmutató eljárások fajtái:

- A Prolog kifejezések pillanatnyi behelyettesítettségi állapotát vizsgáló eljárások (értelemszerűen sorrendfüggőek):
  - kifejezések osztályozása (1)

    ```
    | ?- var(X) /* X változó? */, X = 1. ⟹ X = 1
    | ?- X = 1, var(X). ⟹ no
    ```

  - kifejezések rendezése (4)

    ```
    | ?- X @< 3 /* X megelőzi 3-t? */, X = 4. ⟹ X = 4
      % a változók megelőzik a nem változó kifejezéseket
    | ?- X = 4, X @< 3. ⟹ no
    ```

- Prolog kifejezéseket szétszedő vagy összerakó eljárások:
  - (struktúra) kifejezés $\Longleftrightarrow$ név és argumentumok (2)

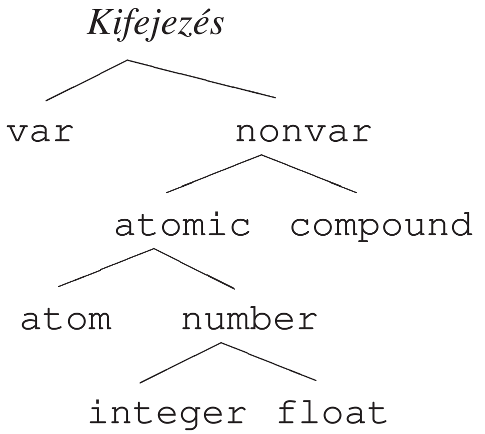
    ```
    | ?- X = f(alma,körte), X =.. L ⟹ L = [f,alma,körte]
    ```

  - névkonstansok és számok $\Longleftrightarrow$ karaktereik (3)

    ```
    | ?- atom_codes(A, [0'a,0'b,0'a]) ⟹ A = aba
    ```

Kifejezések osztályozása

- Kifejezés-osztályok fastruktúrája — osztályozó beépített eljárások (ismétlés)



`var(X)`	X változó
`nonvar(X)`	X nem változó
`atomic(X)`	X konstans
`compound(X)`	X struktúra
`atom(X)`	X atom
`number(X)`	X szám
`integer(X)`	X egész szám
`float(X)`	X lebegőpontos szám

- SICStus-specifikus osztályozó eljárások:
  - `simple(X)`: X nem összetett (konstans vagy változó);
  - `ground(X)`: X tömör, azaz nem tartalmaz behelyettesítetlen változót.
- Az osztályozó eljárások használata — példák
  - `var`, `nonvar` — többirányú eljárásokban a különböző irányok elágaztatása
  - `number`, `atom`, ... — nem-megkülönböztetett úniók feldolgozása (pl. szimbolikus deriválás)

Osztályozó eljárások: elágaztatás behelyettesítettség alapján

- Példa: a `length/2` beépített eljárás megvalósítása (SICStus kód!)

```
% length(?L, ?N): Az L lista N hosszú.
length(L, N) :- var(N), !, length(L, 0, N).
length(L, N) :-             dlength(L, 0, N).
```

```
% length(?L, +I0, -I):
%   Az L lista I-I0 hosszú.
length([], I, I).
length([_|L], I0, I) :-
        I1 is I0+1,
        length(L, I1, I).
```

```
% dlength(?L, +I0, +I):
%   Az L lista I-I0 hosszú.
dlength([], I, I) :- !.
dlength([_|L], I0, I) :-
        I0<I, I1 is I0+1,
        dlength(L, I1, I).
```

```
| ?- length([1,2], Len).   (length/3)   ⟹  Len = 2 ? ; no
| ?- length([1,2], 3).     (dlength/3)  ⟹  no
| ?- length(L, 3).         (dlength/3)  ⟹  L = [_A,_B,_C] ?;no
| ?- length(L, Len).       (length/3)   ⟹  L = [], Len = 0 ? ;
                  L = [_A], Len = 1 ? ; L = [_A,_B], Len = 2 ?
```

Struktúrák szétszedése és összerakása: az *univ* eljárás

- Az *univ* eljárás hívási mintái:
  - `+Kif =.. ?Lista`
  - `-Kif =.. +Lista`
- Az eljárás jelentése: Igaz, ha
  - `Kif = ` $Fun(A_1, \ldots, A_n)$ és `Lista = ` $[Fun, A_1, \ldots\ A_n]$, ahol Fun egy névkonstans és $A_1, \ldots\ A_n$ tetszőleges kifejezések; vagy
  - `Kif = ` C és `Lista = ` $[C]$, ahol C egy konstans.
- Példák

```
| ?- el(a,b,10) =.. L.          ⟹   L = [el,a,b,10]
| ?- Kif =.. [el,a,b,10].       ⟹   Kif = el(a,b,10)
| ?- alma =.. L.                ⟹   L = [alma]
| ?- Kif =.. [1234].            ⟹   Kif = 1234
| ?- Kif =.. L.                 ⟹   hiba
| ?- f(a,g(10,20)) =.. L.       ⟹   L = [f,a,g(10,20)]
| ?- Kif =.. [/,X,2+X].         ⟹   Kif = X/(2+X)
| ?- [a,b,c] =.. L.             ⟹   L = ['.',a,[b,c]]
```

Struktúrák szétszedése és összerakása: a `functor` eljárás

- `functor/3`: kifejezés funktorának, adott funktorú kifejezésnek az előállítása
  - Hívási minták: `functor(-Kif, +Név, +Argszám)`
    `functor(+Kif, ?Név, ?Argszám)`
  - Jelentése: igaz, ha `Kif` egy `Név/Argszám` funktorú kifejezés.
    - A konstansok 0-argumentumú kifejezésnek számítanak.
    - Ha `Kif` kimenő, az adott funktorú legáltalánosabb kifejezéssel egyesíti (argumentumaiban csupa különböző változóval).
- Példák:

```
| ?- functor(el(a,b,1), F, N).      ⟹  F = el, N = 3
| ?- functor(E, el, 3).             ⟹  E = el(_A,_B,_C)
| ?- functor(alma, F, N).           ⟹  F = alma, N = 0
| ?- functor(Kif, 122, 0).          ⟹  Kif = 122
| ?- functor(Kif, el, N).           ⟹  hiba
| ?- functor(Kif, 122, 1).          ⟹  hiba
| ?- functor([1,2,3], F, N).        ⟹  F = '.', N = 2
| ?- functor(Kif, ., 2).            ⟹  Kif = [_A|_B]
```

Struktúrák szétszedése és összerakása: az `arg` eljárás

- `arg/3`: kifejezés adott sorszámú argumentuma.
  - Hívási minta: `arg(+Sorszám, +StrKif, ?Arg)`
  - Jelentése: A `StrKif` struktúra `Sorszám`-adik argumentuma `Arg`.
  - Végrehajtása: `Arg`-ot az adott sorszámú argumentummal **egyesíti**.
  - Az `arg/3` eljárás így nem csak egy argumentum elővételére, hanem a struktúra változó-argumentumának behelyettesítésére is használható (ld. a 2. példát alább).
- Példák:

```
| ?- arg(3, el(a, b, 23), Arg).    ==>  Arg = 23
| ?- K=el(_,_,_), arg(1, K, a),
     arg(2, K, b), arg(3, K, 23). ==>  K = el(a,b,23)
| ?- arg(1, [1,2,3], A).           ==>  A = 1
| ?- arg(2, [1,2,3], B).           ==>  B = [2,3]
```

- Az *univ* visszavezethető a `functor` és `arg` eljárásokra (és viszont), például:

```
Kif =.. [F,A1,A2]    <==>    functor(Kif, F, 2),
                             arg(1, Kif, A1), arg(2, Kif, A2)
```

Az *univ* alkalmazása: ismétlődő sémák összevonása

- A feladat: egy szimbolikus aritmetikai kifejezésben a kiértékelhető (infix) részkifejezések helyettesítése az értékükkel.
- 1. megoldás, *univ* nélkül:

```
% Az X szimbolikus kifejezés egyszerűsítése EX.
egysz0(X, EX) :-
    atomic(X), !, EX = X.
egysz0(U+V, EKif) :-
    egysz0(U, EU), egysz0(V, EV),
    kiszamol(EU+EV, EU, EV, EKif).
egysz0(U*V, EKif) :-
    egysz0(U, EU), egysz0(V, EV),
    kiszamol(EU*EV, EU, EV, EKif).
%...
% EU és EV részekből képzett EUV egyszerűsítése EKif.
kiszamol(EUV, EU, EV, EKif) :-
    number(EU), number(EV), !, EKif is EUV.
kiszamol(EUV, _, _, EUV).
```

```
| ?- deriv((x+y)*(2+x), x, D), egysz0(D, ED).
     ⟹ D = (1+0)*(2+x)+(x+y)*(0+1), ED = 1*(2+x)+(x+y)*1 ? ; no
```

Az *univ* alkalmazása: ismétlődő sémák összevonása (folyt.)

- Kifejezés-egyszerűsítés, 2. megoldás, *univ* segítségével

```
egysz(X, EX) :-
    atomic(X), !, EX = X.
egysz(Kif, EKif) :-
    Kif =.. [Muv,U,V],     % Kif = Muv(U,V)
    egysz(U, EU), egysz(V, EV),
    EUV =.. [Muv,EU,EV],   % EUV = Muv(EU,EV)
    kiszamol(EUV, EU, EV, EKif).
```

- Kifejezés-egyszerűsítés, általánosítás tetszőleges *tömör* kifejezésre:

```
egysz1(Kif, EKif) :-
    Kif =.. [M|ArgL], egysz1_lista(ArgL, EArgL), EKif0 =.. [M|EArgL],
    % catch(:Cél,?Kiv,:KCél): ha Cél kivételt dob, KCél-t futtatja:
    catch(EKif is EKif0, _, EKif = EKif0).

egysz1_lista([], []).
egysz1_lista([K|Kk], [E|Ek]) :-
    egysz1(K, E), egysz1_lista(Kk, Ek).
```

```
| ?- egysz1(f(1+2+a, exp(3,2), a+1+2), E).  ==>  E = f(3+a,9.0,a+1+2)
```

Univ alkalmazása általános kifejezés-bejárásra: kiiratás

- A feladat: egy tetszőleges kifejezés kiiratása úgy, hogy
  - a kétargumentumú operátorok zárójelezett infix formában,
  - minden más alap-struktúra alakban jelenjék meg.

```
ki(Kif) :-
    compound(Kif), !, Kif =.. [Func, A1|ArgL],
    (   % kétargumentumú kifejezés, funktora infix operátor
        ArgL = [A2], current_op(_, Kind, Func), infix_fajta(Kind),
    ->  write('('), ki(A1),
        write(' '), write(Fun), write(' '), ki(A2), write(')')
    ;   write(Func),
        write('('), ki(A1), arglistaki(ArgL), write(')')
    ).
ki(Kif) :- write(Kif).

% infix_fajta(F): F egy infix operátorfajta.
infix_fajta(xfx). infix_fajta(xfy). infix_fajta(yfx).

% Az [A1,...,An] listát ",A1,...,An" alakban kiírja.
arglistaki([]).
arglistaki([A|AL]) :- write(','), ki(A), arglistaki(AL).

| ?- ki(f(+a, X*c*X, e)).  ==>  f(+(a),((_117 * c) * _117),e)
```

Univ alkalmazása általános kifejezés-bejárásra: változómentesítés

- A SICStus Prologban beépített `numbervars(?Kif, +N0, ?N)` eljárás hatása:
  - A tetszőleges `Kif` minden változóját `'$VAR'(I)` alakú kifejezéssel helyettesíti, `I = N0, ..., N-1` (azaz `Kif`-ben `N-N0` különböző változó van).
- A `'$VAR'(0), '$VAR'(1), ...` kifejezések `write`-tal való kiíráskor változónévként (`A, B`...) jelennek meg.
- A `write_term(Kif, Opciók)` beépített eljárás kiírja a `Kif` kifejezést, az `Opciók` által meghatározott módon.
- A `numbervars/3` által létrehozott `'$VAR'/1` struktúrák „eredetiben” is megjeleníthetők:

```
| ?- _K = [f(_X),g(_),_X], numbervars(_K, 0, N), write(_K), nl,
          write_term(_K, [quoted(true),numbervars(false)]), nl.
===>      [f(A),g(B),A]
          [f('$VAR'(0)),g('$VAR'(1)),'$VAR'(0)]
          N = 2
```

- A feladat: elkészítendő egy `numbervars1/3` eljárás, amely `'$VAR'` helyett `'$myvar'` funktort használ.

Általános kifejezés-bejárás *univ*-val: változómentesítés

- A változómentesítés egy saját megvalósítása:

```
% A Term kifejezésben levő változókat '$myvar(I)' stb.
% struktúrákkal helyettesíti be, I = N0, ... N-1.
numbervars1(Term, N0, N) :-
        var(Term), !,
        Term = '$myvar'(N0), N is N0+1.
numbervars1(Term, N0, N) :-
        Term =.. [_|Args],
        numbervars1_list(Args, N0, N).

% numbervars1_list(L, N0, N): Az L listában levő változókat
% '$myvar(I)' stb. struktúrákkal helyettesíti be, I = N0, ... N-1.
numbervars1_list([], N, N).
numbervars1_list([A|As], N0, N) :-
        numbervars1(A, N0, N1), numbervars1_list(As, N1, N).

| ?- Kif = [f(_X),g(_),_X], numbervars1(Kif, 0, N).
====>      N = 2,
           Kif = [f('$myvar'(0)),g('$myvar'(1)),'$myvar'(0)]
```

numbervars1 egy alkalmazása

Két kifejezés azonossága

- A kifejezések azonosak, ha változó-behelyettesítés *nélkül* egyesíthetőek;
- azaz, ha az egyik változót tartalmaz, akkor a másik ugyanott ugyanazt a változót tartalmazza.
- `azonos/2` == néven, `nem_azonos/2` \== néven szabványos beépített eljárás és operátor.

```
nem_azonos(X, Y) :-
    (   numbervars1(X, 0, N), numbervars1(Y, N, _), X = Y -> fail
    ;   true
    ).

azonos(X, Y) :-
    \+ nem_azonos(X, Y).

% azonos2/2 és azonos/2 teljesen ekvivalens.
% \+ \+ X : csakkor sikeres amikor X, de változóbehelyettesítést nem okoz
azonos2(X, Y) :-
    \+ \+ (numbervars1(foo(X,Y), 0, _), X = Y).

| ?- azonos(X, 1).                          ----> no
| ?- azonos(X, Y).                          ----> no
| ?- azonos(X, X).                          ----> true ?
| ?- append([], L1, L2), azonos(L1, L2).    ----> L2 = L1 ?
```

Univ alkalmazása: részkifejezések keresése

- A feladat: egy tetszőleges kifejezéshez soroljuk fel a benne levő számokat, és minden szám esetén adjuk meg annak a *kiválasztóját*!
- Egy részkifejezés kiválasztója egy olyan lista, amely megadja, mely argumentumpozíciók mentén juthatunk el hozzá.
- Az $[i_1, i_2, \ldots, i_k]$ lista egy `Kif`-ből az i_1-edik argumentum i_2-edik argumentumának, $\ldots i_k$-adik argumentumát választja ki.
- Pl. `a*b+f(1,2,3)/c`-ben `b` kiválasztója `[1,2]`, `3` kiválasztója `[2,1,3]`.

```
% kif_szám(?Kif, ?N, ?Kiv): Kif Kiv kiválasztójú része az N szám.
kif_szám(X, N, Kiv) :-
        number(X), !, N = X, Kiv = [].
kif_szám(X, N, [I|Kiv]) :-
        compound(X), % a változó kizárása miatt fontos!
        functor(X, F, N), between(1, N, I), arg(I, X, X1),
        kif_szám(X1, N, Kiv).

| ?- kif_szám(f(1,[b,2]), N, K).
====> K = [1], N = 1 ? ;
      K = [2,2,1], N = 2 ? ; no
```

Atomok szétszedése és összerakása

- `atom_codes/2`: névkonstans és karakterkód-lista közötti átalakítás
  - Hívási minták: `atom_codes(+Atom, ?KódLista)`
    `atom_codes(-Atom, +KódLista)`
  - Jelentése: Igaz, ha `Atom` karakterkódjainak a listája `KódLista`.
  - Végrehajtása:
    - Ha `Atom` adott (bemenő), és a $c_1 c_2 \ldots c_n$ karakterekből áll, akkor `KódLista`-t egyesíti a `[`$k_1, k_2, \ldots, k_n$`]` listával, ahol k_i a c_i karakter kódja.
    - Ha `KódLista` egy adott karakterkód-lista, akkor ezekből a karakterekből összerak egy névkonstanst, és azt egyesíti `Atom`-mal.
- Példák:

```
| ?- atom_codes(ab, Cs).                 ==> Cs = [97,98]
| ?- atom_codes(ab, [0'a|L]).            ==> L = [98]
| ?- Cs="bc", atom_codes(Atom, Cs).      ==> Cs = [98,99], Atom = bc
| ?- atom_codes(Atom, [0'a|L]).          ==> hiba
```

Atomok szétszedése és összerakása — alkalmazási példák

- Keresés névkonstansokban

```
% Atom-ban a Rész nem üres részatom kétszer ismétlődik.
dadogó_rész(Atom, Rész) :-
    atom_codes(Atom, Cs), dadogó(Cs, Ds), atom_codes(Rész, Ds).

% L-ben a D nem üres részlista kétszer ismétlődik (lásd korábban).
dadogó(L, D) :- D = [_|_],
    append(_, Farok, L), append(D, Vég, Farok), append(D, _, Vég).
```

```
| ?- dadogó_rész(babaruhaha, R).    ==>  R = ba ? ; R = ha ? ; no
```

- Atomok összefűzése

```
% atom_concat(+A, +B, ?C): A és B névkonstansok összefűzése C.
% (Szabványos beépített eljárás atom_concat(?A, ?B, +C) módban is.)
atom_concat(A, B, C) :-
    atom_codes(A, Ak), atom_codes(B, Bk),
    append(Ak, Bk, Ck),
    atom_codes(C, Ck).
```

```
| ?- atom_concat(abra, kadabra, A). ==> A = abrakadabra ?
```

Számok szétszedése és összerakása

- `number_codes/2`: szám és karakterkód-lista közötti átalakítás
  - Hívási minták: `number_codes(+Szám, ?KódLista)`
    `number_codes(-Szám, +KódLista)`
  - Jelentése: Igaz, ha `Szám` tizes számrendszerbeli alakja a `KódLista` karakterkód-listának felel meg.
  - Végrehajtása:
    - Ha `Szám` adott (bemenő), és a $c_1 c_2 \ldots c_n$ karakterekből áll, akkor `KódLista`-t egyesíti a `[`$k_1, k_2, \ldots, k_n$`]` kifejezéssel, ahol k_i a c_i karakter kódja.
    - Ha `KódLista` egy adott karakterkód-lista, akkor ezekből a karakterekből összerak egy számot (ha nem lehet, hibát jelez), és azt egyesíti `Szám`-mal.
- Példák:

```
| ?- number_codes(12, Cs).              ⟹ Cs = [49,50]
| ?- number_codes(0123, [0'1|L]).       ⟹ L = [50,51]
| ?- number_codes(N, " - 12.0e1").      ⟹ N = -120.0
| ?- number_codes(N, "12e1").           ⟹ hiba (nincs .0)
| ?- number_codes(120.0, "12e1").       ⟹ no (a szám adott! :-)
```

Kifejezések rendezése: szabványos sorrend

- A Prolog szabvány definiálja két tetszőleges Prolog kifejezés szabványos sorrendjét.
- Jelölés: $X \prec Y$ — az X kifejezés megelőzi az Y kifejezést a szabványos sorrendben.
- A szabványos sorrend definíciója:
  1. Ha X és Y azonos, akkor sem $X \prec Y$ sem $Y \prec X$ nem igaz és fordítva.
  2. Ha X és Y különböző kifejezésosztályba tartozik, akkor az osztály dönt:
     változó $\prec$ *lebegőpontos szám* $\prec$ *egész szám* $\prec$ *név* $\prec$ *struktúra*.
  3. Ha X és Y változó, akkor az eredmény rendszerfüggő.
  4. Ha X és Y lebegőpontos vagy egész szám, akkor $X \prec Y \Leftrightarrow X < Y$.
  5. Ha X és Y név, akkor sorrendjük megegyezik a lexikografikus (abc) sorrenddel.
  6. Ha X és Y struktúrák:
     - 6.1. Ha X és Y aritása ($\equiv$ argumentumszáma) különböző, $X \prec Y \Leftrightarrow X$ aritása kisebb mint Y aritása.
     - 6.2. Egyébként, ha a rekordok neve különböző, $X \prec Y \Leftrightarrow X$ neve $\prec Y$ neve.
     - 6.3. Egyébként (azonos név, azonos aritás) balról az első nem azonos argumentum dönt.
- (A SICStus Prologban kiterjesztésként megengedett végtelen (ciklikus) kifejezésekre a fenti rendezés nem érvényes.)

Kifejezések összehasonlítása — beépített eljárások

- Két tetszőleges kifejezés összehasonlítását végző eljárások:

hívás	igaz, ha
`Kif1 == Kif2`	$\mathtt{Kif1} \not\prec \mathtt{Kif2} \wedge \mathtt{Kif2} \not\prec \mathtt{Kif1}$
`Kif1 \== Kif2`	$\mathtt{Kif1} \prec \mathtt{Kif2} \vee \mathtt{Kif2} \prec \mathtt{Kif1}$
`Kif1 @< Kif2`	$\mathtt{Kif1} \prec \mathtt{Kif2}$
`Kif1 @=< Kif2`	$\mathtt{Kif2} \not\prec \mathtt{Kif1}$
`Kif1 @> Kif2`	$\mathtt{Kif2} \prec \mathtt{Kif1}$
`Kif1 @>= Kif2`	$\mathtt{Kif1} \not\prec \mathtt{Kif2}$

- Az összehasonlító eljárások logikailag nem tiszták:

```
| ?- X @< 3, X = 4.  ==>  X = 4
| ?- X = 4, X @< 3.  ==>  no
```

- Az összehasonlítás mindig a belső ábrázolás szerint történik:

```
| ?- [1, 2, 3, 4] @< struktúra(1, 2, 3).
```
$\Longrightarrow$ **sikerül (6.1 szabály)**

A meta-logikai eljárások egy komplex alkalmazása: $\prec$ megvalósítása

```
% T1 megelőzi T2-t a szabványos sorrendben. (Ekvivalens T1 @< T2 -vel, kivéve
% a változókat, ezek rendezése a T1-T2-beli előfordulásuk szerint történik.)
precedes(T1, T2) :-
        \+ \+ (numbervars(T1-T2, 0, _), prec(T1, T2)).

% class(+T, -C): A T kifejezés a C-edik kifejezésosztályba tartozik.
class(T, C) :-
        (   T='$VAR'(_) -> C=0          % változó
        ;   float(T)    -> C=1          % lebegőpontos szám
        ;   integer(T)  -> C=2          % egész szám
        ;   atom(T)     -> C=3          % névkonstans
        ;   compound(T) -> C=4          % összetett kifejezés
        ).

% T1 megelőzi T2-t, a változók már '$VAR'(n) struktúrákra vannak lecserélve.
prec(T1, T2) :-
        class(T1, C1), class(T2, C2),
        (   C1 =:= C2 ->
            (   C1 =:= 1 -> T1 < T2     % 4. szabály (lebegőpontos szám)
            ;   C1 =:= 2 -> T1 < T2     % 4. szabály (egész szám)
            ;   struct_prec(T1, T2)     % 3., 5. és 6. szabály
            )                           % (változó, név, struktúra)
        ;   C1 < C2                     % 2. szabály
        ).
```

A $\prec$ reláció megvalósítása (folyt.)

```
% S1 megelőzi S2-t (S1 és S2 struktúra-kifejezés vagy névkonstans).
struct_prec(S1, S2) :-
        functor(S1, F1, N1), functor(S2, F2, N2),
        (   N1 < N2 -> true
        ;   N1 = N2,
            (   F1 = F2 -> args_prec(1, N1, S1, S2)
            ;   atom_prec(F1, F2)
            )
        ).

% Az S1 struktúra-kifejezés N0, ..., N sorszámú argumentumai
% lexikografikusan megelőzik S2 azonos sorszámú argumentumait.
args_prec(N0, N, S1, S2) :-
        N0 =< N,
        arg(N0, S1, A1), arg(N0, S2, A2),
        (   A1 = A2 -> N1 is N0+1, args_prec(N1, N, S1, S2)
        ;   prec(A1, A2)
        ).

% Az A1 névkonstans megelőzi az A2 névkonstanst.
atom_prec(A1, A2) :-
    atom_codes(A1, C1), atom_codes(A2, C2), struct_prec(C1, C2).
```

EGYENLŐSÉGFAJTÁK — ÖSSZEFOGLALÁS

A Prolog egyenlőség-szerű beépített eljárásai

- `U = V`: *U* egyesítendő *V*-vel.
  Soha sem jelez hibát.

```
?- X = 1+2.        ⟹ X = 1+2
?- 3 = 1+2.        ⟹ no
```

- `U == V`: *U* azonos *V*-vel.
  Soha sem jelez hibát és soha sem helyettesít be.

```
?- X == 1+2.       ⟹ no
?- 3 == 1+2.       ⟹ no
?- +(1,2)==1+2     ⟹ yes
```

- `U =:= V`: Az *U* és *V* aritmetikai kifejezések értéke megegyezik.
  Hibát jelez, ha *U* vagy *V* nem (tömör) aritmetikai kifejezés.

```
?- X =:= 1+2.      ⟹ hiba
?- 1+2 =:= X.      ⟹ hiba
?- 2+1 =:= 1+2.    ⟹ yes
?- 2.0 =:= 1+1.    ⟹ yes
```

- `U is V`: *U* egyesítendő a *V* aritmetikai kifejezés értékével.
  Hiba, ha *V* nem (tömör) aritmetikai kifejezés.

```
?- 2.0 is 1+1.     ⟹ no
?- X is 1+2.       ⟹ X = 3
?- 1+2 is X.       ⟹ hiba
?- 3 is 1+2.       ⟹ yes
?- 1+2 is 1+2.     ⟹ no
```

- (`U =.. V`: *U* „szétszedettje” a *V* lista)

```
?- 1+2 =.. X.      ⟹ X = [+,1,2]
?- X =.. [f,1].    ⟹ X = f(1)
```

A Prolog nem-egyenlőség jellegű beépített eljárásai

- A nem-egyenlőség jellegű eljárások soha sem helyettesítenek be változót!
  - U `\=` V: U nem egyesíthető V-vel.
    Soha sem jelez hibát.

```
| ?- X \= 1+2.         ⟹ no
| ?- +(1,2) \= 1+2.    ⟹ no
```

  - U `\==` V: U nem azonos V-vel.
    Soha sem jelez hibát.

```
| ?- X \== 1+2.        ⟹ yes
| ?- 3 \== 1+2.        ⟹ yes
| ?- +(1,2)\==1+2      ⟹ no
```

  - U `=\=` V: Az U és V aritmetikai kifejezések értéke különbözik.
    Hibát jelez, ha U vagy V nem (tömör) aritmetikai kifejezés.

```
| ?- X =\= 1+2.        ⟹ hiba
| ?- 1+2 =\= X.        ⟹ hiba
| ?- 2+1 =\= 1+2.      ⟹ no
| ?- 2.0 =\= 1+1.      ⟹ no
```

A Prolog (nem-)egyenlőség jellegű beépített eljárásai — példák

		Egyesítés		*Azonosság*		*Aritmetika*		
U	*V*	*U* = *V*	*U* \= *V*	*U* == *V*	*U* \== *V*	*U* =:= *V*	*U* =\= *V*	*U* is *V*
1	2	*no*	yes	*no*	yes	*no*	yes	*no*
a	b	*no*	yes	*no*	yes	error	error	error
1+2	+(1,2)	yes	*no*	yes	*no*	yes	*no*	*no*
1+2	2+1	*no*	yes	*no*	yes	yes	*no*	*no*
1+2	3	*no*	yes	*no*	yes	yes	*no*	*no*
3	1+2	*no*	yes	*no*	yes	yes	*no*	yes
X	1+2	X=1+2	*no*	*no*	yes	error	error	X=3
X	Y	X=Y	*no*	*no*	yes	error	error	error
X	X	yes	*no*	yes	*no*	error	error	error

Jelmagyarázat: yes — siker; *no* — meghiúsulás, error — hiba.

MODULARITÁS