AZ EGYESÍTÉSI ALGORITMUS

A Prolog alapvető adatkezelő művelete: az egyesítés

- Egyesítés (*unification*): két Prolog kifejezés (pl. egy eljáráshívás és egy klózfej) azonos alakra hozása, változók esetleges behelyettesítésével.
- Példák
  - Bemenő paraméterátadás — a fej változóit helyettesíti be:
    hívás: `nagyszuloje('Imre', Nsz)`,
    fej: `nagyszuloje(Gy, N)`,
    behelyettesítés: `Gy = 'Imre', N = Nsz`
  - Kimenő paraméterátadás — a hívás változóit helyettesíti be:
    hívás: `szuloje('Imre', Sz)`,
    fej: `szuloje('Imre', 'István')`,
    behelyettesítés: `Sz = 'István'`
  - Bemenő/kimenő paraméterátadás — a fej és a hívás változóit is behelyettesíti:
    hívás: `sum_tree(leaf(5), Sum)`
    fej: `sum_tree(leaf(V), V)`
    behelyettesítés: `V = 5, Sum = 5`

Egyesítés: változók behelyettesítése

- A behelyettesítés fogalma
  - A behelyettesítés egy olyan függvény, amely bizonyos változókhoz kifejezéseket rendel.
    - Példa: $\sigma = \{\texttt{X}\leftarrow\texttt{a}, \texttt{Y}\leftarrow\texttt{s(b,B)}, \texttt{Z}\leftarrow\texttt{C}\}$. Itt $Dom(\sigma) = \{X, Y, Z\}$
    - A σ behelyettesítés `X`-hez `a`-t, `Y`-hoz `s(b,B)`-t `Z`-hez `C`-t rendeli. Jelölés: $X\sigma = a$ stb.
  - A behelyettesítés-függvény természetes módon kiterjeszthető az összes kifejezésre:
    - $K\sigma$: σ alkalmazása K kifejezésre: σ behelyettesítéseit *egyidejűleg* elvégezzük K-ban.
    - Példa: $\texttt{f(g(Z,h),A,Y)}\sigma = \texttt{f(g(C,h),A,s(b,B))}$
  - A σ és θ behelyettesítések kompozíciója ($\sigma \otimes \theta$) — egymás utáni alkalmazásuk
    - A $\sigma \otimes \theta$ behelyettesítés az $x \in Dom(\sigma)$ változókhoz az $(x\sigma)\theta$ kifejezést, a többi $y \in Dom(\theta)\backslash Dom(\sigma)$ változóhoz $y\theta$-t rendeli ($Dom(\sigma \otimes \theta) = Dom(\sigma) \cup Dom(\theta)$):

$$\sigma \otimes \theta = \{\, x \leftarrow (x\sigma)\theta \mid x \in Dom(\sigma)\} \bigcup \{\, y \leftarrow y\theta \mid y \in Dom(\theta)\backslash Dom(\sigma)\,\}$$

    - Pl. $\theta = \{\texttt{X}\leftarrow\texttt{b}, \texttt{B}\leftarrow\texttt{d}\}$ esetén $\sigma \otimes \theta = \{\texttt{X}\leftarrow\texttt{a}, \texttt{Y}\leftarrow\texttt{s(b,d)}, \texttt{Z}\leftarrow\texttt{C}, \texttt{B}\leftarrow\texttt{d}\}$
- Egy G kifejezés **általánosabb** mint egy S, ha létezik olyan ρ behelyettesítés, hogy $S = G\rho$
  - Példa: $G =$`f(A,Y)` általánosabb mint $S =$`f(1,s(Z))`, mert $\rho = \{\texttt{A}\leftarrow 1, \texttt{Y}\leftarrow\texttt{s(Z)}\}$ esetén $S = G\rho$.

Egyesítés: legáltalánosabb egyesítő

- A és B kifejezések egyesíthetőek ha létezik egy olyan σ behelyettesítés, hogy $A\sigma = B\sigma$. Ezt az $A\sigma = B\sigma$ kifejezést A és B egyesített alakjának nevezzük.
- Két kifejezésnek általában több egyesített alakja lehet.
  - Példa: $A =$`f(X, Y)` és $B =$`f(s(U), U)` egyesített alakja pl.
    - $K_1 =$`f(s(a),a)` a $\sigma_1 = \{$`X`$\leftarrow$`s(a)`, `Y`$\leftarrow$`a`, `U`$\leftarrow$`a`$\}$ behelyettesítéssel
    - $K_2 =$`f(s(U),U)` a $\sigma_2 = \{$`X`$\leftarrow$`s(U)`, `Y`$\leftarrow$`U`$\}$ behelyettesítéssel
    - $K_3 =$`f(s(Y),Y)` a $\sigma_3 = \{$`X`$\leftarrow$`s(Y)`, `U`$\leftarrow$`Y`$\}$ behelyettesítéssel
- A és B legáltalánosabb egyesített alakja egy olyan C kifejezés, amely A és B minden egyesített alakjánál általánosabb
  - A fenti példában K_2 és K_3 legáltalánosabb egyesített alakok
- **Tétel**: A legáltalánosabb egyesített alak, változó-átnevezéstől eltekintve egyértelmű.
- A és B legáltalánosabb egyesítője egy olyan $\sigma = mgu(A, B)$ behelyettesítés, amelyre $A\sigma$ és $B\sigma$ a két kifejezés legáltalánosabb egyesített alakja.
  - A fenti példában σ_2 és σ_3 legáltalánosabb egyesítő.
- **Tétel**: A legáltalánosabb egyesítő, változó-átnevezéstől eltekintve egyértelmű.

Az egyesítési algoritmus

- Az egyesítési algoritmus
  - bemenete: két Prolog kifejezés: A és B
  - feladata: a két kifejezés egyesíthetőségének eldöntése
  - eredménye: sikeresség esetén a legáltalánosabb egyesítő ($mgu(A, B)$) előállítása.
- Az egyesítési algoritmus, $\sigma = mgu(A, B)$ előállítása
  1. Ha A és B azonos változók vagy konstansok, akkor $\sigma = \{\}$ (üres behelyettesítés).
  2. Egyébként, ha A változó, akkor $\sigma = \{A \leftarrow B\}$.
  3. Egyébként, ha B változó, akkor $\sigma = \{B \leftarrow A\}$.
  4. Egyébként, ha A és B azonos nevű és argumentumszámú összetett kifejezések és argumentum-listáik $A_1,\ldots,A_N$ ill. $B_1,\ldots,B_N$, és
     a. A_1 és B_1 legáltalánosabb egyesítője σ_1,
     b. $A_2\sigma_1$ és $B_2\sigma_1$ legáltalánosabb egyesítője σ_2,
     c. $A_3\sigma_1\sigma_2$ és $B_3\sigma_1\sigma_2$ legáltalánosabb egyesítője σ_3,
     d. $\ldots$

     akkor $\sigma = \sigma_1 \otimes \sigma_2 \otimes \sigma_3 \otimes \ldots$.
  5. Minden más esetben a A és B nem egyesíthető.

Egyesítési példák

- A = `sum_tree(leaf(V), V)`, B = `sum_tree(leaf(5), S)`
  - (4.) A és B neve és argumentumszáma megegyezik
    - (a.) `mgu(leaf(V), leaf(5))` (4., majd 2. szerint) $=$ {`V`$\leftarrow$`5`} $= \sigma_1$
    - (b.) `mgu(V`σ_1`, S)` $=$ `mgu(5, S)` (3. szerint) = {`S`$\leftarrow$`5`} $= \sigma_2$
  - tehát $mgu(A, B) = \sigma_1 \otimes \sigma_2 =$ {`V`$\leftarrow$`5`, `S`$\leftarrow$`5`}
- A = `node(leaf(X), T)`, B = `node(T, leaf(3))`
  - (4.) A és B neve és argumentumszáma megegyezik
    - (a.) `mgu(leaf(X), T)` (3. szerint) $=$ {`T`$\leftarrow$`leaf(X)`} $= \sigma_1$
    - (b.) `mgu(T`σ_1`, leaf(3))` $=$ `mgu(leaf(X), leaf(3))` (4, majd 2. szerint) = {`X`$\leftarrow$`3`} $= \sigma_2$
  - tehát $mgu(A, B) = \sigma_1 \otimes \sigma_2 =$ {`T`$\leftarrow$`leaf(3)`, `X`$\leftarrow$`3`}

Egyesítési példák a gyakorlatban

- Az egyesítéssel kapcsolatos beépített eljárások:
  - `X = Y` egyesíti a két argumentumát, meghiúsul, ha ez nem lehetséges.
  - `X \= Y` sikerül, ha két argumentuma nem egyesíthető, egyébként meghiúsul.
- Példák:

```
| ?- 3+(4+5) = Left+Right.
        Left = 3, Right = 4+5 ?
| ?- node(leaf(X), T) = node(T, leaf(3)).
        T = leaf(3), X = 3 ?
| ?- X*Y = 1+2*3.                     % mert 1+2*3 ≡ 1+(2*3)
        no
| ?- X*Y = (1+2)*3.
        X = 1+2, Y = 3 ?
| ?- f(X, 3/Y-X, Y) = f(U, B-a, 3).
        B = 3/3, U = a, X = a, Y = 3 ?
| ?- f(f(X), U+2*2) = f(U, f(3)+Z).
        U = f(3), X = 3, Z = 2*2 ?
```

Az egyesítés kiegészítése: előfordulás-ellenőrzés (*occurs check*)

- Kérdés: `X` és `s(X)` egyesíthető-e?
  - A matematikai válasz: *nem*, egy változó nem egyesíthető egy olyan struktúrával, amelyben előfordul (ez az előfordulás-ellenőrzés).
  - Az ellenőrzés költséges, ezért alaphelyzetben nem alkalmazzák, így ciklikus kifejezések keletkezhetnek.
  - Szabványos eljárásként rendelkezésre áll: `unify_with_occurs_check/2`
  - Kiterjesztés (pl. SICStus): az előfordulás-ellenőrzés elhagyása miatt keletkező ciklikus kifejezések tisztességes kezelése.

- Példák:

```
| ?- X = s(1,X).
        X = s(1,s(1,s(1,s(1,s(...))))) ?
| ?- unify_with_occurs_check(X, s(1,X)).
        no
| ?- X = s(X), Y = s(s(Y)), X = Y.
        X = s(s(s(s(s(...))))), Y = s(s(s(s(s(...))))) ?
```

A PROLOG VÉGREHAJTÁSI MECHANIZMUSA

A Prolog végrehajtás eljárásos modelljei

- Az azonos funktorú klózok alkotnak egy eljárást
- Egy eljárás meghívása a hívás és klózfej mintaillesztésével (egyesítésével) történik
- A végrehajtás lépéseinek modellezése:
  - Eljárás-redukciós modell
    - Az alaplépés: egy hívás-sorozat (azaz célsorozat) redukálása egy klóz segítségével (ez a már ismert redukciós lépés).
    - Visszalépés: visszatérünk egy korábbi célsorozathoz, és újabb klózzal próbálkozunk.
    - A modell előnyei: pontosan definiálható, a keresési tér szemléltethető
  - Eljárás-doboz modell
    - Az alapgondolat: egymásba skatulyázott eljárás-dobozok kapuin lépünk be és ki.
    - Egy eljárás-doboz kapui: hívás (belépés), sikeres kilépés, sikertelen kilépés.
    - Visszalépés: új megoldást kérünk egy már lefutott eljárástól (újra kapu).
    - A modell előnyei: közel van a hagyományos rekurzív eljárásmodellhez, a Prolog beépített nyomkövetője is ezen alapul.

A eljárás-redukciós végrehajtási modell

- A redukciós végrehajtási modell alapgondolata
  - A végrehajtás egy állapota: egy célsorozat
  - A végrehajtás kétféle lépésből áll:
    - redukciós lépés: egy célsorozat + klóz $\longrightarrow$ új célsorozat
    - zsákutca esetén visszalépés: visszatérés a legutolsó választási ponthoz
  - Választási pont:
    - létrehozása: olyan redukciós lépés amely nem a legutolsó klózzal illesztett
    - aktiválása: visszalépéskor visszatérünk a választási pont célsorozatához és a **további** klózok között keresünk illeszthetőt
      (Emiatt a választási pontban a célsorozat mellett az illesztett klóz sorszámát is tárolni kell.)
    - az ún. indexelés segít a választási pontok számának csökkentésében
- A redukciós modell keresési fával szemléltethető
  - A végrehajtás során a fa csomópontjait járjuk be mélységi kereséssel
  - A fa gyökerétől egy adott pontig terjedő szakaszon kell a választási pontokat megjegyezni — ez a választási verem (choice point stack)

A redukciós modell alapeleme: redukciós lépés

- Redukciós lépés: egy célsorozat redukálása egy újabb célsorozattá
  - egy programklóz segítségével (az első cél felhasználói eljárást hív):
    - A klózt **lemásoljuk**, minden változót szisztematikusan új változóra cserélve.
    - A célsorozatot szétbontjuk az első hívásra és a maradékra.
    - Az első hívást **egyesítjük** a klózfejjel
    - A szükséges behelyettesítéseket elvégezzük a klóz **törzs**én és a **célsorozat** maradékán is
    - Az új célsorozat: a klóztörzs és utána a maradék célsorozat
    - Ha a hívás és a klózfej nem egyesíthető, akkor a redukciós lépés meghiúsul.
  - egy beépített eljárás segítségével (az első cél beépített eljárást hív):
    - A célsorozatot szétbontjuk az első hívásra és a maradékra.
    - A beépített eljáráshívást végrehajtjuk.
    - Ez lehet sikeres (változó-behelyettesítésekkel), vagy lehet sikertelen.
    - Siker esetén a behelyettesítéseket elvégezzük a célsorozat maradékán.
    - Az új célsorozat: az (első hívás elhagyása után fennmaradó) maradék célsorozat.
    - Ha a beépített eljárás hívása sikertelen, akkor a redukciós lépés meghiúsul.

A Prolog végrehajtási algoritmusa

1. *(Kezdeti beállítások:)* A verem üres, `CS := célsorozat`
2. *(Beépített eljárások:)* Ha `CS` első hívása beépített akkor hajtsuk végre,
   a. Ha sikertelen ⇒ 6. lépés.
   b. Ha sikeres, `CS :=` a redukciós lépés eredménye ⇒ 5. lépés.
3. *(Klózszámláló kezdőértékezése:)* `I = 1`.
4. *(Redukciós lépés:)* Tekintsük `CS` első hívására vonatkoztatható klózok listáját. Ez indexelés nélkül a predikátum összes klóza lesz, indexelés esetén ennek egy megszűrt részsorozata. Tegyük fel, hogy ez a lista `N` elemű.
   a. Ha `I > N` ⇒ 6. lépés.
   b. Redukciós lépés a lista `I`-edik klóza és a `CS` célsorozat között.
   c. Ha sikertelen, akkor `I := I+1` ⇒ 4. lépés.
   d. Ha `I < N` (nem utolsó), akkor vermeljük `<CS,I>`-t.
   e. `CS :=` a redukciós lépés eredménye
5. *(Siker:)* Ha `CS` üres, akkor sikeres vég, egyébként ⇒ 2. lépés.
6. *(Sikertelenség:)* Ha a verem üres, akkor sikertelen vég.
7. *(Visszalépés:)* Ha a verem nem üres, akkor leemeljük a veremből `<CS, I>`-t, `I := I+1`, és ⇒ 4. lépés.

Indexelés (előzetes)

- Mi az indexelés?
  - egy hívásra vonatkoztatható (potenciálisan illeszthető) klózok gyors kiválasztása,
  - egy eljárás klózainak **fordítási idejű** csoportosításával.
- A legtöbb Prolog rendszer, így a SICStus Prolog is, az első fej-argumentum alapján indexel (first argument indexing).
- Az indexelés alapja az első fejargumentum külső funktora:
  - `C` szám vagy névkonstans esetén `C/0`;
  - `R` nevű és `N` argumentumú struktúra esetén `R/N`;
  - változó esetén nem értelmezett (minden funktorhoz besoroltatik).
- Az indexelés megvalósítása:
  - Fordítási időben minden funktorhoz elkészítjük az alkalmazható klózok listáját
  - Futáskor lényegében konstans idő alatt elő tudjuk vennie a megfelelő klózlistát
  - *Fontos:* ha egyelemű a részhalmaz, nem hozunk létre választási pontot!
- Például `szuloje('István', X)` kételemű klózlistára szűkít, de `szuloje(X, 'István')` mind a 6 klózt megtartja (mert a SICStus Prolog csak az első argumentum szerint indexel)

Redukciós modell — előnyök és hátrányok

- Előnyök
  - (viszonylag) egyszerű és (viszonylag) precíz definíció
  - a keresési tér megjeleníthető, grafikusan szemléltethető
- Hátrányok
  - az eljárásokból való kilépést elfedi, pl.

```
p :- q, r.                    G0:   p ?
q :- s, t.                    G1:   q, r ?
s.                            G2:   s, t, r ?
t.                            G3:   t, r ?
r.                            G4:   r ?        ⇐ q-ból való kilépés
                              G5:   [] ?
```

  - nem jól illeszkedik a Prolog megvalósítások tényleges végrehajtási mechanizmusához
  - nem alkalmazható „igazi” Prolog programok nyomkövetésére (hosszú célsorozatok)
- Ezért van létjogosultsága egy másik modellnek:
  - eljárás-doboz (procedure box) modell
  - (szokás még 4-kapus doboz ill. Byrd doboz modellnek is nevezni)
  - a Prolog rendszerek nyomkövető szolgáltatása erre a modellre épül

Az eljárás-doboz modell

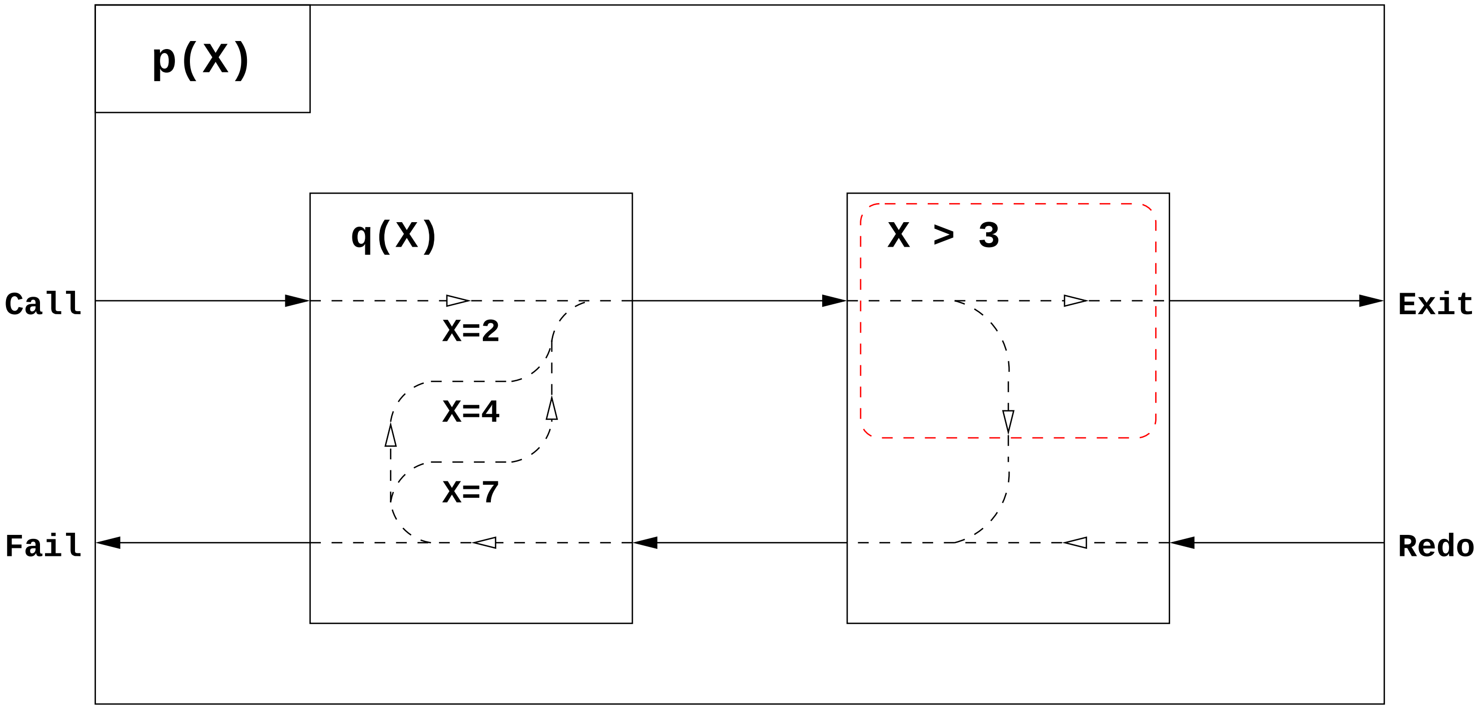
- A Prolog eljárás-végrehajtás két fázisa
  - előre menő végrehajtás: egymásba skatulyázott eljárás-belépések és - kilépések
  - visszafelé menő végrehajtás: újabb megoldás kérése egy már lefutott eljárástól
- Egy egyszerű példa

```
q(2).  q(4).  q(7).                    p(X) :- q(X), X > 3.
```

  - Belépünk a `p/1` eljárásba (Hívási kapu, Call port)
  - Belépünk a `q/1` eljárásba (Call)
  - A `q/1` eljárás sikeresen lefut a `q(2)` eredménnyel (Kilépési kapu, Exit port)
  - A `> /2` eljárásba belépünk a `2>3` hívással (Call)
  - A `> /2` eljárás sikertelenül fut le (Meghiúsulási kapu, Fail port)
  - (visszafelé menő futás): visszatérünk (a már lefutott) `q/1`-be, újabb megoldást kérve (Újra kapu, Redo Port)
  - A `q/1` eljárás sikeresen lefut a `q(4)` eredménnyel (Exit)
  - A `4>3` eljáráshívással a `> /2`-be belépünk majd sikeresen kilépünk (Call, Exit)
  - A `p/1` eljárás sikeresen lefut `p(4)` eredménnyel (Exit)

Eljárás-doboz modell — grafikus szemléltetés

```
q(2).  q(4). q(7).                    p(X) :- q(X), X > 3.
```



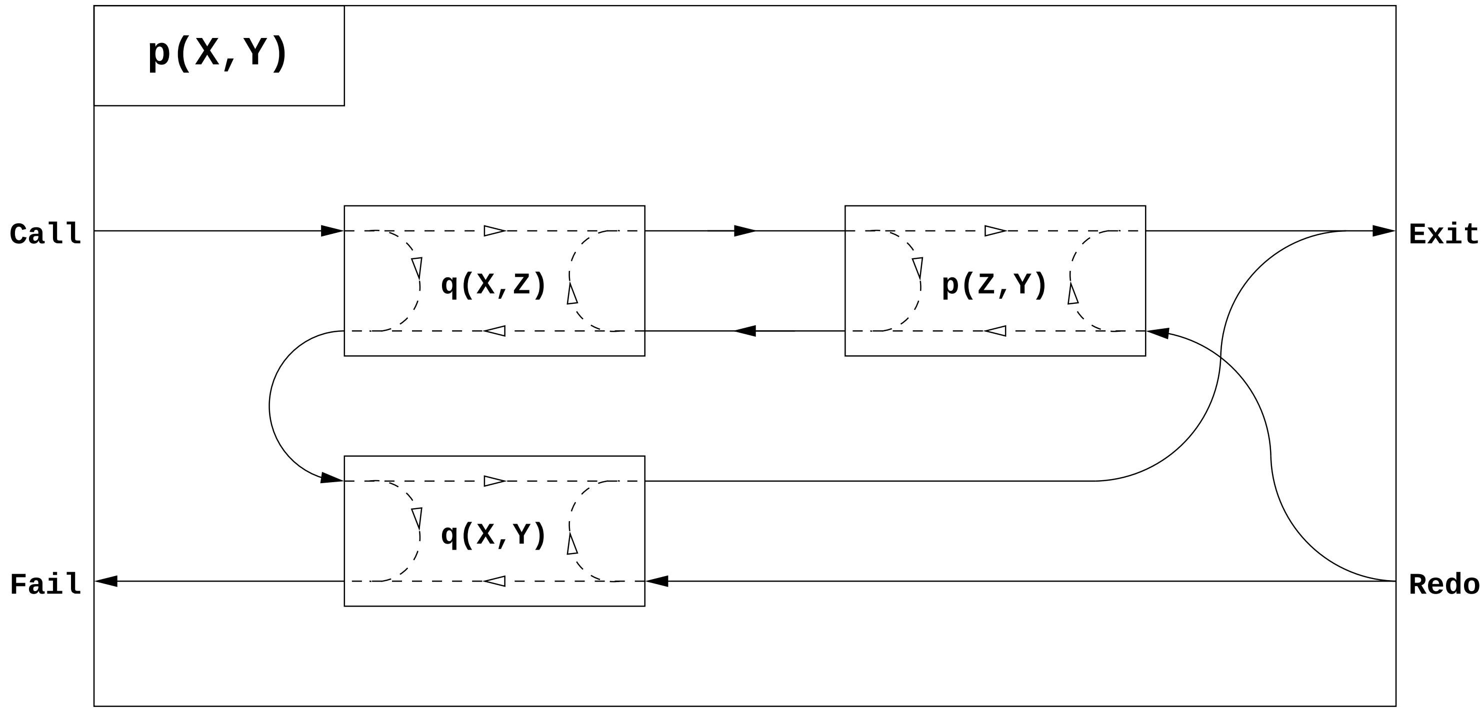
Eljárás-doboz modell — egyszerű nyomkövetési példa

- Az előző példa nyomkövetése SICStus Prologban

```
q(2).  q(4). q(7).

p(X) :- q(X), X > 3.


| ?- trace, p(X).
        1      1 Call: p(_463) ?
        2      2 Call: q(_463) ?
?       2      2 Exit: q(2) ?        % ? ≡ nemdeterminisztikus
kilépés
        3      2 Call: 2>3 ?
        3      2 Fail: 2>3 ?
        2      2 Redo: q(2) ?        % visszafelé menő végrehajtás
?       2      2 Exit: q(4) ?
        4      2 Call: 4>3 ?
        4      2 Exit: 4>3 ?
?       1      1 Exit: p(4) ?
X = 4 ? ;
        1      1 Redo: p(4) ?        % visszafelé menő végrehajtás
        2      2 Redo: q(4) ?        % visszafelé menő végrehajtás
        2      2 Exit: q(7) ?
        5      2 Call: 7>3 ?
        5      2 Exit: 7>3 ?
        1      1 Exit: p(7) ?
X = 7 ? ;
no
```

Eljárás-doboz: egy összetettebb példa

```
p(X,Y) :- q(X,Z), p(Z,Y).
p(X,Y) :- q(X,Y).

q(1,2). q(2,3). q(2,4).
```



Eljárás-doboz modell — „kapcsolási” alapelvek

- Hogyan építhető fel egy „szülő” eljárás doboza a benne hívott eljárások dobozaiból?
- Feltehető, hogy a klózfejekben (különböző) változók vannak, a fej-egyesítéseket hívás(okk)á alakítva
- Előre menő végrehajtás:
  - A szülő Hívás kapuját az első klóz első hívásának Hívás kapujára kötjük.
  - Egy rész-eljárás Kilépési kapuját
    - a következő hívás Hívás kapujára, vagy,
    - ha nincs következő hívás, akkor a szülő Kilépési kapujára kötjük
- Visszafelé menő végrehajtás:
  - Egy rész-eljárás Meghiúsulási kapuját
    - az előző hívás Újra kapujára, vagy,
    - ha nincs előző hívás, akkor a következő klóz első hívásának Hívás kapujára, vagy
    - ha nincs következő klóz, akkor a szülő Meghiúsulási kapujára kötjük
  - A szülő Újra kapuját mindegyik klóz utolsó hívásának Újra kapujára kötjük
    - mindig arra a klózra térünk vissza, amelyben legutoljára volt a vezérlés

Eljárás-doboz modell — OO szemléletben

- Minden eljáráshoz tartozik egy osztály, amelynek van egy konstruktor függvénye (amely megkapja a hívási paramétereket) és egy „adj egy (következő) megoldást” metódusa.
- Az osztály nyilvántartja, hogy hányadik klózban jár a vezérlés
- A metódus első meghívásakor az első klóz első Hívás kapujára adja a vezérlést
- Amikor egy részeljárás Hívás kapuhoz érkezünk, **létrehozunk** egy példányt a meghívandó eljárásból, majd
- meghívjuk az eljáráspéldány „következő megoldás” metódusát (*)
  - Ha ez sikerül, akkor a vezérlés átkerül a következő hívás Hívás kapujára, vagy a szülő Kilépési kapujára
  - Ha ez meghiúsul, akkor **megszüntetjük** az eljáráspéldányt majd ugrunk az előző hívás Újra kapujára, vagy a következő klóz elejére, stb.
- Amikor egy Újra kapuhoz érkezünk, a (*) lépésnél folytatjuk.
- A szülő Újra kapuja (a „következő megoldás” nem első hívása) a tárolt klózsorszámnak megfelelő klózban az utolsó Újra kapura adja a vezérlést.

OO szemléletű dobozok: `p/2` „következő megoldás” metódusának C++ kódja

```
boolean p::next()
{ switch(clno) {
  case 0:                    // entry point for the Call port
    clno = 1;                // enter clause 1:                              p(X,Y) :- q(X,Z), p(Z,Y).
    qaptr = new q(x, &z);    // create a new instance of subgoal q(X,Z)
  redo11:
    if(!qaptr->next()) {     // if q(X,Z) fails
      delete qaptr;          // destroy it,
      goto cl2;              // and continue with clause 2 of p/2
    }
    pptr = new p(z, py);     // otherwise, create a new instance of subgoal p(Z,Y)
  case 1:                    // (enter here for Redo port if clno==1)
    /* redo12: */
    if(!pptr->next()) {      // if p(Z,Y) fails
      delete pptr;           // destroy it,
      goto redo11;           // and continue at redo port of q(X,Z)
    }
    return TRUE;             // otherwise, exit via the Exit port
  cl2:
    clno = 2;                // enter clause 2:                              p(X,Y) :- q(X,Y).
    qbptr = new q(x, py);    // create a new instance of subgoal q(X,Y)
  case 2:                    // (enter here for Redo port if clno==1)
    /* redo21: */
    if(!qbptr->next()) {     // if q(X,Y) fails
      delete qbptr;          // destroy it,
      return FALSE;          // and exit via the Fail port
    }
    return TRUE;             // otherwise, exit via the Exit port
  } }
```

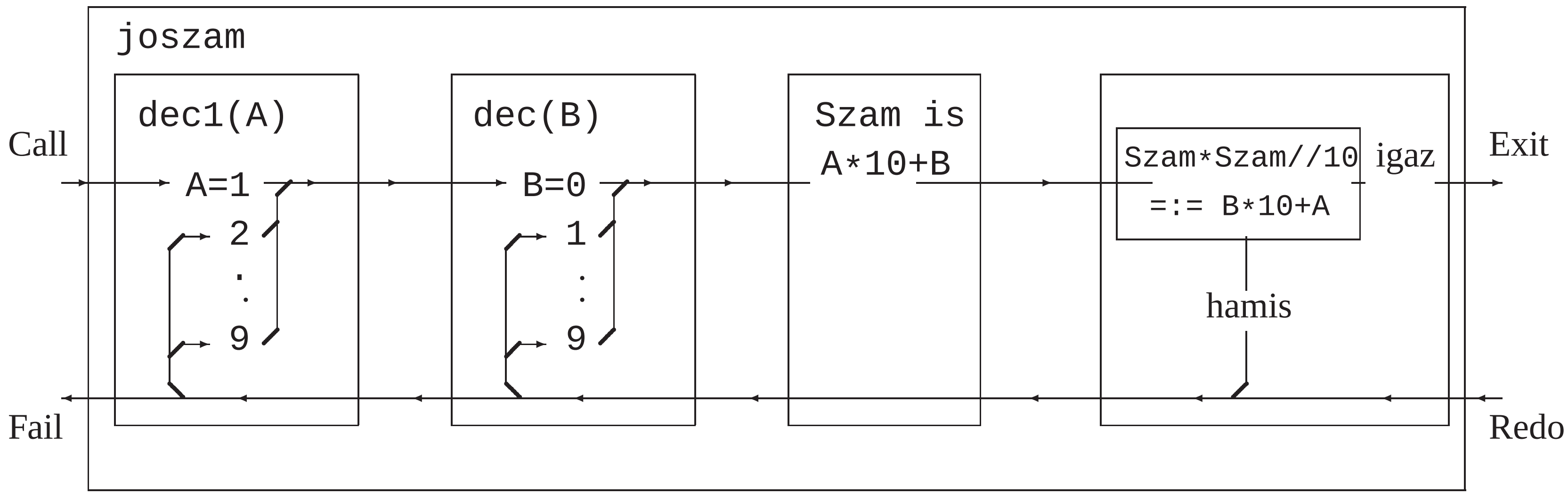
Visszalépéses keresés — egy aritmetikai példa

- Példa: „jó” számok keresése
- A feladat: keressük meg azokat a kétjegyű számokat amelyek négyzete háromjegyű és a szám fordítottjával kezdődik
- A program:

```
% dec1(J): J egy pozitív decimális számjegy.
dec1(1). dec1(2). dec1(3). dec1(4).
dec1(5). dec1(6). dec1(7). dec1(8). dec1(9).

% dec(J): J egy decimális számjegy.
dec(0).
dec(J) :- dec1(J).

% Szam négyzete háromjegyű és a Szam fordítottjával kezdődik.
joszam(Szam):-
        dec1(A), dec(B),
        Szam is A * 10 + B, Szam * Szam // 10 =:= B * 10 + A.
```

Prolog végrehajtás — a 4-kapus doboz modell

```
joszam(Szam):-
        dec1(A), dec(B),
        Szam is A * 10 + B, Szam * Szam // 10 =:= B * 10 + A.
```



Visszalépéses keresés — számintervallum felsorolása

- `dec(J)` felsorolta a 0 és 9 közötti egész számokat
- Általánosítás: soroljuk fel az `N` és `M` közötti egészeket (`N` és `M` maguk is egészek)

```
% between(M, N, I): M =< I =< N, I egész.
between(M, N, M) :-
        M =< N.
between(M, N, I) :-
        M < N,
        M1 is M+1,
        between(M1, N, I).

% dec(X): X egy decimális számjegy
dec(X) :- between(0, 9, X).

| ?- between(1, 2, _X), between(3, 4, _Y), Z is 10*_X+_Y.
Z = 13 ? ;
Z = 14 ? ;
Z = 23 ? ;
Z = 24 ? ;
no
```

A SICStus eljárás-doboz alapú nyomkövetése — legfontosabb parancsok

- Alapvető nyomkövetési parancsok
  - `h <RET>` (help) — parancsok listázása
  - `c <RET>` (creep) vagy `<RET>` — továbblépés minden kapunál megálló nyomkövetéssel
  - `l <RET>` (leap) — csak töréspontnál áll meg, de a dobozokat építi
  - `z <RET>` (zip) — csak töréspontnál áll meg, dobozokat nem épít
  - `+ <RET>` ill. `- <RET>` — töréspont rakása/eltávolítása a kurrens predikátumra
  - `s <RET>` (skip) — eljárástörzs átlépése (Call/Redo ⇒ Exit/Fail)
  - `o <RET>` (out) — kilépés az eljárástörzsből
- A Prolog végrehajtást megváltoztató parancsok
  - `u <RET>` (unify) — a kurrens hívást végrehajtás helyett egyesíti egy beolvasott kifejezéssel.
  - `r <RET>` (retry) — újrakezdi a kurrens hívás végrehajtását (ugrás a Call kapura)
- Információ-megjelenítő és egyéb parancsok
  - `w <RET>` (write) — a hívás kiírása mélység-korlátozás nélkül
  - `b <RET>` (break) — új, beágyazott Prolog interakciós szint létrehozása
  - `n <RET>` (notrace) — nyomkövető kikapcsolása
  - `a <RET>` (abort) — a kurrens futás abbahagyása

TOVÁBBI VEZÉRLÉSI SZERKEZETEK

Diszjunkció, példa: az „őse” predikátum

- Az „őse” reláció a „szülője” reláció tranzitív lezártja: a szülő ős (1), és az ős őse is ős (2), azaz:

```
% ose0(E, Os): E ose Os.
ose0(E, Sz) :- szuloje(E, Sz).                  %  (1)
ose0(E, Os) :- ose0(E, Os0), ose0(Os0, Os).     %  (2)
```

- Az `ose0` definíciója matematikailag helyes, de végtelen Prolog keresési teret ad:

```
szuloje(gyerek,apa). szuloje(gyerek,anya). szuloje(anya,nagyapa).
```

```
| ?- ose0(gyerek, Os).
        Os = apa ? ; Os = anya ? ;  {néhány másodperc után:}
        ! Resource error: insufficient memory
```

- A végtelen rekurzió oka: Az `:- ose0(apa, X).` cél esetén az (1) klóz meghiúsul, (2) pedig egy `:- ose0(apa, Y), ose0(Y, X).` célsorozathoz vezet stb.

- A balrekurziót kiküszöbölve kapjuk:

```
ose1(E, Sz) :- szuloje(E, Sz).                  %  (3)
ose1(E, Os) :- szuloje(E, Sz), ose1(Sz, Os).    %  (4)
```

```
| ?- ose1(gyerek, Os).
Os = apa ? ; Os = anya ? ; Os = nagyapa ? ; no
```

- Ez minden `szuloje(X,Y)` részcélt kétszer hajt végre: (3)-ban és (4)-ben.

A diszjunkció

- Az `ose1` predikátum hatékonyabbá tehető klózai összevonásával:

```
ose2(E, Os) :- szuloje(E, Sz), maga_vagy_ose(Sz, Os).

maga_vagy_ose(E, E).                          (1)
maga_vagy_ose(E, Os) :- ose2(E, Os).
```

- A `maga_vagy_ose` predikátum egy ún. **diszjunkció** bevezetésével kiküszöbölhető:

```
ose3(E, Os) :-
        szuloje(E, Sz),
        (   Os = Sz
        ;   ose3(Sz, Os)
        ).
```

- A SICStus Prolog ténylegesen úgy implementálja a fenti diszjunkciót, hogy bevezet egy `maga_vagy_ose`-vel azonos segéd-predikátumot és az `ose3` klózt `ose2`-vé alakítja.
- (Ismétlés:) Az `X=Y` beépített predikátum a két argumentumát egyesíti.
- Az `= /2` eljárás egy tényállítással definiálható: `U = U.` $\equiv$ `=(U, U)`, vö. `(1)`.

A diszjunkció mint szintaktikus édesítőszer

- A diszjunkció akárhány tagú lehet. A ‘;’ művelet gyengébben köt mint a ‘,’, ezért a diszjunkciót mindig zárójelbe tesszük, mig az ágait nem kell zárójelezni. Példa, „szabványos” formázással:

```
a(X, Y, Z) :-
        p(X, U), q(Y, V),
        (   r(U, T), s(T, Z)
        ;   t(V, Z)
        ;   t(U, Z)
        ),
        u(X, Z).
```

- A diszjunkció egy segéd-predikátummal mindig kiküszöbölhető
  - Megkeressük azokat a változókat, amelyek a diszjunkcióban és azon kívül is előfordulnak
  - A segéd-predikátumnak ezek a változók lesznek az argumentumai
  - A segéd-predikátum minden klóza megfelel a diszjunkció egy ágának

```
seged(U, V, Z) :- r(U, T), s(T, Z).
seged(U, V, Z) :- t(V, Z).
seged(U, V, Z) :- t(U, Z).

a(X, Y, Z) :-
        p(X, U), q(Y, V),
        seged(U, V, Z),
        u(X, Z).
```

- A diszjunkció szemantikáját ezzel a segéd-predikátumos átalakítással definiáljuk.

Diszjunkció — megjegyzések

- Az egyes klózok ‘ÉS’ vagy ‘VAGY’ kapcsolatban vannak?
  - A program klózai **ÉS** kapcsolatban vannak, pl.

    ```
    szuloje('Imre', 'István').            szuloje('Imre', 'Gizella').
    ```

    jelentése: Imre szülője István **ÉS** Imre szülője Gizella.
  - Az ÉS kapcsolatban levő klózok alternatív (VAGY kapcsolatban levő) válaszokhoz vezetnek:

    ```
    :- szuloje('Imre' Sz). ⇒ Sz = 'István' ? ; Sz = 'Gizella' ? ; no
    ```

    A „Ki Imre szülője?” kérdésre a válasz: István vagy Gizella.
- A fenti két klózos predikátum átalakítható egyetlen klózzá, diszjunkció segítségével:

  ```
  szuloje('Imre', Sz) :-
          (   Sz = 'István'          (*)
          ;   Sz = 'Gizella'         (*)
          ).
  ```

  A konjunkció ezáltal diszjunkcióvá alakult (vö. De Morgan azonosságok).
- Általánosan: tetszőleges predikátum egyklózossá alakítható:
  - a klózokat átalakítjuk azonos fejűvé, új változók és egyenlőségek bevezetésével:

    ```
    szuloje('Imre', Sz) :- Sz = 'István'.
    szuloje('Imre', Sz) :- Sz = 'Gizella'.
    ```

  - a klóztörzseket egy diszjunkcióvá fogjuk össze, amely az új predikátum törzse (lásd `(*)`).

Negáció

- Feladat: Keressünk (adatbázisunkban) egy olyan szülőt, aki **nem** nagyszülő!
- Ehhez negációra van szükségünk:
  - Meghiúsulásos negáció: a `\+ Hívás` szerkezet lefuttatja `Hívást`, és pontosan akkor sikerül, ha a `Hívás` meghiúsult.
- Egy megoldás:

```
| ?- szülője(_, X), \+ nagyszülője(_, X).
X = 'István' ? ;
X = 'Gizella' ? ;
no
```

- Mi történik ha a két hívást megcseréljük?

```
| ?- \+ nagyszülője(_, X), szülője(_, X).
no
```

A meghiúsulásos negáció (NF — Negation by Failure)

- A `\+ Hívás` beépített meta-eljárás (vö. $\not\vdash$ — nem bizonyítható)
  - végrehajtja a `Hívás` hívást,
  - ha `Hívás` sikeresen lefutott, akkor meghiúsul,
  - egyébként (azaz ha `Hívás` meghiúsult) sikerül.
- `\+ Hívás` futása során `Hívás` legfeljebb egy megoldása áll elő
- `\+ Hívás` sohasem helyettesít be változót
- Gondok a meghiúsulásos negációval:
  - „zárt világ feltételezése” (CWA) — ami nem bizonyítható, az nem igaz.

```
| ?- \+ szuloje('Imre', X).                    ----> no
| ?- \+ szuloje('Géza', X).                    ----> true ?
```

  - $\backslash + H$ deklaratív szemantikája: $\neg\exists X(H)$, ahol X a H-ban a *hívás pillanatában* behelyettesítetlen változókat jelöli.

```
| ?- \+ X = 1, X = 2.                          ----> no
| ?- X = 2, \+ X = 1.                          ----> X = 2 ?
```

Példa: együttható meghatározása lineáris kifejezésben

- Formula: számokból és az ‘x’ névkonstansból ‘+’ és ‘*’ operátorokkal épül fel.
- `% :- type kif == {x} \/ number \/ {kif+kif} \/ {kif*kif}.`
- Lineáris formula: a ‘*’ operátor legalább egyik oldalán szám áll.

```
% egyhat(Kif, E): A Kif lineáris formulában az x együtthatója E.
egyhat(x, 1).
egyhat(Kif, E) :-
        number(Kif), E = 0.
egyhat(K1+K2, E) :-
        egyhat(K1, E1),
        egyhat(K2, E2),
        E is E1+E2.
egyhat(K1*K2, E) :-
        number(K1),
        egyhat(K2, E0),
        E is K1*E0.
egyhat(K1*K2, E) :-
        number(K2),
        egyhat(K1, E0),
        E is K2*E0.
```

```
| ?- egyhat(((x+1)*3)+x+2*(x+x+3), E).
E = 8 ? ;
no
```

```
| ?- egyhat(2*3+x, E).
E = 1 ? ;
E = 1 ? ; no
```

Együttható meghatározása: többszörös megoldások kiküszöbölése

- negáció alkalmazásával:

```
(...)
egyhat(K1*K2, E) :-
        number(K1), egyhat(K2, E0), E is K1*E0.
egyhat(K1*K2, E) :-
        \+ number(K1),
        number(K2), egyhat(K1, E0), E is K2*E0.
```

- hatékonyabban, feltételes kifejezéssel:

```
(...)
egyhat(K1*K2, E) :-
        (   number(K1) -> egyhat(K2, E0), E is K1*E0
        ;   number(K2), egyhat(K1, E0), E is K2*E0
        ).
```

Feltételes kifejezések

- Szintaxis (`felt`, `akkor`, `egyébként` tetszőleges célsorozatok):

```
(...) :-
        (...),
        (   felt -> akkor
        ;   egyébként
        ),
        (...).
```

- Deklaratív szemantika: a fenti alak jelentése megegyezik az alábbival, ha a `felt` egy egyszerű feltétel (nem oldható meg többféleképpen):

```
(...) :-
        (...),
        (   felt, akkor
        ;   \+ felt, egyébként
        ),
        (...).
```

Feltételes kifejezések (folyt.)

- Procedurális szemantika
  A `(felt->akkor;egyébként),folytatás` célsorozat végrehajtása:
  - Végrehajtjuk a `felt` hívást.
  - Ha `felt` sikeres, akkor az `akkor,folytatás` célsorozatra redukáljuk a fenti célsorozatot, a `felt` *első* megoldása által eredményezett behelyettesítésekkel. A `felt` cél többi megoldását nem keressük meg.
  - Ha `felt` sikertelen, akkor az `egyébként,folytatás` célsorozatra redukáljuk, behelyettesítés nélkül.
- Többszörös elágaztatás skatulyázott feltételes kifejezésekkel:

```
(   felt1 -> akkor1
;   felt2 -> akkor2
;   ...
)
```

```
(   felt1 -> akkor1
;  (felt2 -> akkor2
;   ...
...))
```

- Az `egyébként` rész elhagyható, alapértelmezése: `fail`.
- A `\+ felt` negáció kiváltható a `( felt -> fail ; true )` feltételes kifejezéssel.

Feltételes kifejezés — példák

- Faktoriális

```
% fakt(+N, ?F): N! = F.
fakt(N, F) :-
        (   N = 0 -> F = 1                              % N = 0,  F = 1
        ;   N > 0, N1 is N-1, fakt(N1, F1), F is N*F1
        ).
```

- Jelentése azonos a sima diszjunkciós alakkal (lásd komment), de annál hatékonyabb, mert nem hagy maga után választási pontot.
- Szám előjele

```
% Sign = sign(Num)
sign(Num, Sign) :-
        (   Num > 0 -> Sign = 1
        ;   Num < 0 -> Sign = -1
        ;   Sign = 0
        ).
```

A PROLOG SZINTAXIS

A Prolog szintaxis összefoglalása

- A Prolog szintaxis alapelvei
  - Minden programelem kifejezés!
  - A szükséges összekötő jelek (`','`, `;`, `:-` `-->`): szabványos operátorok.
  - A beolvasott kifejezést funktora alapján osztályozzuk:
    - *kérdés:* `?- Cél.`
      `Cél`t lefuttatja, és a változó-behelyettesítéseket kiírja (ez az alapértelmezés az ún. top-level interaktív felületen).
    - *parancs:* `:- Cél.`
      A `Cél`t csendben lefuttatja. Pl. deklaráció (operátor, . . .) elhelyezésére.
    - *szabály:* `Fej :- Törzs.`
      A szabályt felveszi a programba.
    - *nyelvtani szabály:* `Fej --> Törzs.`
      Prolog szabállyá alakítja és felveszi (lásd a DCG nyelvtan).
    - *tényállítás:* `Minden egyéb kifejezés.`
      Üres törzsű szabályként felveszi a programba.

A Prolog nyelv-változatok

- A SICStus rendszer két üzemmódja
  - `iso` Az ISO Prolog szabványnak megfelelő.
  - `sicstus` Korábbi változatokkal kompatibilis.
  - Állítása: `set_prolog_flag(language, `*`Mód`*`)`.
  - Különbségek:
    - szintaxis-részletek, pl. a `0x1ff` szám-alak csak ISO módban,
    - beépített eljárások viselkedésének kisebb eltérései.
  - az eddig ismertetett eljárások hatása lényegében nem változik.

Szintaktikus édesítőszerek — összefoglalás, gyakorlati tanácsok

- Operátoros kifejezések alapstruktúra alakra hozása
  - Zárójelezzük be a kifejezést, az operátorok prioritása és fajtája alapján, például `-a+b*2` ⇒ `((-a)+(b*2))`.
  - Hozzuk az operátoros kifejezéseket alapstruktúra alakra:
    `(A Inf B)` ⇒ `Inf(A,B)`, `(Pref A)` ⇒ `Pref(A)`, `(A Postf)` ⇒ `Postf(A)`
    Példa: `((-a)+(b*2))` ⇒ `(-(a)+ *(b,2))` ⇒ `+(-(a),*(b,2))`.
  - Trükkös esetek:
    - A vesszőt névként idézni kell: pl. `(pp,(qq;rr))` ⇒ `','(pp,;(qq,rr))`.
    - `-` *`Szám`* ⇒ negatív számkonstans, de `-` *`Egyéb`* ⇒ prefix alak.
      Példa: `-1+2` ⇒ `+(-1,2)`, de `-a+b` ⇒ `+(-(a),b)`.
    - *`Név`*`(...)` ⇒ struktúrakifejezés;
      `Név` `(...)` ⇒ prefix operátoros kifejezés. Példák:
      `-(1,2)` ⇒ `-(1,2)` (változatlan), de
      `- (1,2)` ⇒ `-(','(1,2))`.

Szintaktikus édesítőszerek — listák, egyebek

- Listák alapstruktúra alakra hozása
  - Farok-megadás betoldása.
    `[1,2]` ⇒ `[1,2|[]]`. `[[X|Y]]` ⇒ `[[X|Y]|[]]`
  - Vessző (ismételt) kiküszöbölése `[Elem1,Elem2...]` ⇒ `[Elem1|[Elem2...]]`.
    `[1,2|[]]` ⇒ `[1|[2|[]]]`
    `[1,2,3|[]]` ⇒ `[1|[2,3|[]]]` ⇒ `[1|[2|[3|[]]]]`
  - Struktúrakifejezéssé alakítás: `[Fej|Farok]` ⇒ `.(Fej,Farok)`.
    `[1|[2|[]]]` ⇒ `.(1,.(2,[]))`, `[[X|Y]|[]]` ⇒ `.(.(X,Y),[])`
- Egyéb szintaktikus édesítőszerek:
  - Karakterkód-jelölés: `0'Kar`.
    `0'a` ⇒ `97`, `0'b` ⇒ `98`, `0'c` ⇒ `99`, `0'd` ⇒ `100`, `0'e` ⇒ `101`
  - Füzér (string): `"xyz..."` ⇒ az `xyz...` karakterek kódját tartalmazó lista
    `"abc"` ⇒ `[97,98,99]`, `""` ⇒ `[]`, `"e"` ⇒ `[101]`
  - Kapcsos zárójelezés: `{Kif}` ⇒ `{}(Kif)` (egy `{}` nevű, egyargumentumú struktúra — a `{}` jelpár egy önálló lexikai elem, egy névkonstans).
  - Bináris, hexa stb. alak (csak `iso` módban), pl. `0b101010`, `0x1a`.

Kifejezések szintaxisa — kétszintű nyelvtanok

- Egy részlet egy „hagyományos” nyelv kifejezés-szintaxisából:

$$
\begin{array}{lcl}
\langle\,\text{kifejezés}\,\rangle ::= & & \langle\,\text{tag}\,\rangle \\
& | & \langle\,\text{kifejezés}\,\rangle\ \langle\,\text{additív művelet}\,\rangle\ \langle\,\text{tag}\,\rangle \\
\langle\,\text{tag}\,\rangle ::= & & \langle\,\text{tényező}\,\rangle \\
& | & \langle\,\text{tag}\,\rangle\ \langle\,\text{multiplikatív művelet}\,\rangle\ \langle\,\text{tényező}\,\rangle \\
\langle\,\text{tényező}\,\rangle ::= & & \langle\,\text{szám}\,\rangle\ \mathbf{|}\ \langle\,\text{azonosító}\,\rangle\ \mathbf{|}\ \ \mathbf{(}\ \langle\,\text{kifejezés}\,\rangle\ \mathbf{)}
\end{array}
$$

- Ugyanez kétszintű nyelvtannal:

$$
\begin{array}{lcl}
\langle\,\text{kifejezés}\,\rangle ::= & & \langle\,\text{kif } \mathit{2}\,\rangle \\
\langle\,\text{kif } N\,\rangle ::= & & \langle\,\text{kif } N\text{-}\mathit{1}\,\rangle \\
& | & \langle\,\text{kif } N\,\rangle\ \langle\,N \text{ prioritású művelet}\,\rangle\ \langle\,\text{kif } N\text{-}\mathit{1}\,\rangle \\
\langle\,\text{kif } \mathit{0}\,\rangle ::= & & \langle\,\text{szám}\,\rangle\ \mathbf{|}\ \langle\,\text{azonosító}\,\rangle\ \mathbf{|}\ \ \mathbf{(}\ \langle\,\text{kif } \mathit{2}\,\rangle\ \mathbf{)}
\end{array}
$$

{az additív ill. multiplikatív műveletek prioritása *2* ill. *1* }

Prolog kifejezések szintaxisa

⟨ programelem ⟩ ::=		⟨ kifejezés 1200 ⟩ ⟨ záró-pont ⟩
⟨ kifejezés *N* ⟩ ::=		⟨ op *N* fx ⟩ ⟨ köz ⟩ ⟨ kifejezés *N-1* ⟩
	|	⟨ op *N* fy ⟩ ⟨ köz ⟩ ⟨ kifejezés *N* ⟩
	|	⟨ kifejezés *N-1* ⟩ ⟨ op *N* xfx ⟩ ⟨ kifejezés *N-1* ⟩
	|	⟨ kifejezés *N-1* ⟩ ⟨ op *N* xfy ⟩ ⟨ kifejezés *N* ⟩
	|	⟨ kifejezés *N* ⟩ ⟨ op *N* yfx ⟩ ⟨ kifejezés *N-1* ⟩
	|	⟨ kifejezés *N-1* ⟩ ⟨ op *N* xf ⟩
	|	⟨ kifejezés *N* ⟩ ⟨ op *N* yf ⟩
	|	⟨ kifejezés *N-1* ⟩
⟨ kifejezés 1000 ⟩ ::=		⟨ kifejezés 999 ⟩ **,** ⟨ kifejezés 1000 ⟩
⟨ kifejezés 0 ⟩ ::=		⟨ név ⟩ **(** ⟨ argumentumok ⟩ **)**
		{ A ⟨ név ⟩ és a **(** közvetlenül egymás után áll!}
	|	**(** ⟨ kifejezés 1200 ⟩ **)** | **{** ⟨ kifejezés 1200 ⟩ **}**
	|	⟨ lista ⟩ | ⟨ füzér ⟩
	|	⟨ név ⟩ | ⟨ szám ⟩ | ⟨ változó ⟩

Kifejezések szintaxisa — folytatás

⟨ op N T ⟩ ::=		⟨ név ⟩ {feltéve, hogy ⟨ név ⟩ N prioritású és T típusú operátornak lett deklarálva}
⟨ argumentumok ⟩ ::=		⟨ kifejezés 999 ⟩
	|	⟨ kifejezés 999 ⟩ , ⟨ argumentumok ⟩
⟨ lista ⟩ ::=		[]
	|	[⟨ listakif ⟩]
⟨ listakif ⟩ ::=		⟨ kifejezés 999 ⟩
	|	⟨ kifejezés 999 ⟩ , ⟨ listakif ⟩
	|	⟨ kifejezés 999 ⟩ | ⟨ kifejezés 999 ⟩
⟨ szám ⟩ ::=		⟨ előjeltelen szám ⟩
	|	+ ⟨ előjeltelen szám ⟩
	|	- ⟨ előjeltelen szám ⟩
⟨ előjeltelen szám ⟩ ::=		⟨ természetes szám ⟩
	|	⟨ lebegőpontos szám ⟩

Kifejezések szintaxisa — megjegyzések

- A ⟨ kifejezés N ⟩-ben ⟨ köz ⟩ csak akkor kell ha az őt követő kifejezés nyitó-zárójellel kezdődik.

```
| ?- op(500, fx, succ).
yes
| ?- write_canonical(succ (1,2)), nl, write_canonical(succ(1,2)).
succ(’,’(1,2))
succ(1,2)
```

- A `{` ⟨ kifejezés ⟩ `}` azonos a `{}(`⟨ kifejezés ⟩`)` struktúrával, ez pl. a DCG nyelvtanoknál hasznos.

```
| ?- write_canonical({a}).
{}(a)
```

- Egy ⟨ füzér ⟩ `"` jelek közé zárt karaktersorozat, általában a karakterek kódjainak listájával azonos.

```
| ?- write("baba").
[98,97,98,97]
```

A Prolog lexikai elemei 1. (ismétlés)

- ⟨ név ⟩
  - kisbetűvel kezdődő alfanumerikus jelsorozat (ebben megengedve kis- és nagybetűt, számjegyeket és aláhúzásjelet);
  - egy vagy több ún. speciális jelből (`+-*/\$^<>=‘~:.?@#&`) álló jelsorozat;
  - az önmagában álló `!` vagy `;` jel;
  - a `[]` `{}` jelpárok;
  - idézőjelek (`'`) közé zárt tetszőleges jelsorozat, amelyben `\` jellel kezdődő escape-szekvenciákat is elhelyezhetünk.
- ⟨ változó ⟩
  - nagybetűvel vagy aláhúzással kezdődő alfanumerikus jelsorozat.
  - az azonos jelsorozattal jelölt változók egy klózon belül azonosaknak, különböző klózokban különbözőeknek tekintődnek;
  - kivétel: a semmis változók (_) minden előfordulása különböző.

A Prolog lexikai elemei 2.

- ⟨ természetes szám ⟩
  - (decimális) számjegysorozat;
  - 2, 8 ill. 16 alapú számrendszerben felírt szám, ilyenkor a számjegyeket rendre a `0b`, `0o`, `0x` karakterekkel kell prefixálni (csak `iso` módban)
  - karakterkód-konstans `0'`*`c`* alakban, ahol *`c`* egyetlen karakter (vagy egy ilyet jelölő escape-szekvencia)
- ⟨ lebegőpontos szám ⟩
  - mindenképpen tartalmaz tizedespontot
  - mindkét oldalán legalább egy (decimális) számjeggyel
  - `e` vagy `E` betűvel jelzett esetleges exponens

Megjegyzések és formázó-karakterek

- Megjegyzések (comment)
  - A `%` százalékjeltől a sor végéig
  - A `/*` jelpártól a legközelebbi `*/` jelpárig.
- Formázó elemek
  - szóköz, újsor, tabulátor stb. (nem látható karakterek)
  - megjegyzés
- A programszöveg formázása
  - formázó elemek (szóköz, újsor stb.) szabadon elhelyezhetők;
  - kivétel: struktúrakifejezés neve után nem szabad formázó elemet tenni;
  - prefix operátor és `(` közé kötelező formázó elemet tenni;
  - $\langle$ záró-pont $\rangle$: egy `.` karakter amit egy formázó elem követ.

PROLOG PÉLDÁK

A régi jegyzet bevezető példája: útvonalkeresés

- A feladat:
  - Tekintsük (autóbusz)járatok egy halmazát.
  - Mindegyik járathoz a két végpont és az útvonal hossza van megadva.
  - Írjunk Prolog eljárást, amellyel megállapítható, hogy két pont összeköthető-e pontosan N csatlakozó járattal!
- Átfogalmazás: egy súlyozott irányítatlan gráfban két pont közötti utat keresünk. Élek:

```
% járat(A, B, H): Az A és B városok között van járat, és hossza H km.
járat('Budapest', 'Prága', 515).
járat('Budapest', 'Bécs', 245).
járat('Bécs', 'Berlin', 635).
járat('Bécs', 'Párizs', 1265).
```

- Irányított élek:

```
% útszakasz(A, B, H): A-ból B-be eljuthatunk egy H úthosszú járattal.
útszakasz(Kezdet, Cél, H) :-
     (   járat(Kezdet, Cél, H)
     ;   járat(Cél, Kezdet, H)
     ).
```

Az útvonalkeresési feladat — folytatás

- Adott lépésszámú útvonal (él-sorozat) és hossza:

```
% útvonal(N, A, B, H): A és B között van (pontosan)
% N szakaszból álló útvonal, amelynek összhossza H.
útvonal(0, Hová, Hová, 0).
útvonal(N, Honnan, Hová, H) :-
    N > 0,
    N1 is N-1,
    útszakasz(Honnan, Közben, H1),
    útvonal(N1, Közben, Hová, H2),
    H is H1+H2.
```

- Futási példa:

```
| ?- útvonal(2, 'Párizs', Hová, H).
        H = 1900, Hová = 'Berlin' ? ;
        H = 2530, Hová = 'Párizs' ? ;
        H = 1510, Hová = 'Budapest' ? ;
        no
```

Körmentes út keresése

- Könyvtár betöltése, adott funktorú eljárások importálásával:

```
:- use_module(library(lists), [member/2]).
```

- Segéd-argumentum: az érintett városok listája, fordított sorrendben

```
% útvonal_2(N, A, B, H): A és B között van (pontosan)
% N szakaszból álló körmentes útvonal, amelynek összhossza H.
útvonal_2(N, Honnan, Hová, H) :-
    útvonal_2(N, Honnan, Hová, [Honnan], H).

% útvonal_2(N, A, B, Kizártak, H): A és B között van pontosan
% N szakaszból álló körmentes, Kizártak elemein át nem menő H hosszú út.
útvonal_2(0, Hová, Hová, Kizártak, 0).
útvonal_2(N, Honnan, Hová, Kizártak, H) :-
    N > 0, N1 is N-1, útszakasz(Honnan, Közben, H1),
    \+ member(Közben, Kizártak),
    útvonal_2(N1, Közben, Hová, [Közben|Kizártak], H2), H is H1+H2.
```

- Példa-futás:

```
| ?- útvonal_2(2, 'Párizs', Hová, H).
        H = 1900, Hová = 'Berlin' ? ;
        H = 1510, Hová = 'Budapest' ? ; no
```

Továbbfejlesztés: körmentes út keresése, útvonal-gyűjtéssel

- Az alapötlet: a `Kizártak` listában gyűlik a (fordított) útvonal.
- A rekurzív eljárásban szükséges egy **új argumentum**, hogy az útvonalat kiadjuk!

```
:- use_module(library(lists), [member/2, reverse/2]).

% útvonal_3(N, A, B, Út, H): A és B között van (pontosan)
% N szakaszból álló körmentes Út útvonal, amelynek összhossza H.
útvonal_3(N, Honnan, Hová, Út, H) :-
    útvonal_3(N, Honnan, Hová, [Honnan], FÚt, H),
    reverse(FÚt, Út).

% útvonal_3(N, A, B, FÚt0, FÚt, H): A és B között van pontosan
% N szakaszból álló körmentes, FÚt0 elemein át nem menő H hosszú út.
% FÚt = (az A → B útvonal megfordítása) ⊕ FÚt0.
útvonal_3(0, Hová, Hová, FordÚt, FordÚt, 0).
útvonal_3(N, Honnan, Hová, FordÚt0, FordÚt, H) :-
    N > 0, N1 is N-1, útszakasz(Honnan, Közben, H1),
    \+ member(Közben, FordÚt0),
    útvonal_3(N1, Közben, Hová, [Közben|FordÚt0], FordÚt, H2), H is H1+H2.

| ?- útvonal_3(2, 'Párizs', _, Út, H).
        H = 1900, Út = ['Párizs','Bécs','Berlin'] ? ;
        H = 1510, Út = ['Párizs','Bécs','Budapest'] ? ; no
```

Súlyozott gráf ábrázolása éllistával

- A gráf ábrázolása
  - a gráf élek listája,
  - az él egy három-argumentumú struktúra,
  - argumentumai: a két végpont és a súly.
- Típus-definíció

```
% :- type él ---> él(pont, pont, súly).
% :- type pont == atom.
% :- type súly == int.
% :- type gráf == list(él).
```

- Példa

```
hálózat([él('Budapest','Bécs',245),
         él('Budapest','Prága',515),
         él('Bécs','Berlin',635),
         él('Bécs','Párizs',1265)]).
```

Ismétlődésmentes útvonal keresése listával ábrázolt gráfban

```
:- use_module(library(lists), [select/3]).

% útvonal_4(N, G, A, B, L, H): A G gráfban van egy  A-ból
% B-be menő N szakaszból álló L út, melynek összhossza H.
útvonal_4(0, _Gráf, Hová, Hová, [Hová], 0).
útvonal_4(N, Gráf, Honnan, Hová, [Honnan|Út], H) :-
        N > 0, N1 is N-1,
        select(Él, Gráf, Gráf1),
        él_végpontok_hossz(Él, Honnan, Közben, H1),
        útvonal_4(N1, Gráf1, Közben, Hová, Út, H2),
        H is H1+H2.

% él_végpontok_hossz(Él, A, B, H): Az Él irányítatlan él
% végpontjai A és B, hossza H.
él_végpontok_hossz(él(A,B,H), A, B, H).
él_végpontok_hossz(él(A,B,H), B, A, H).

| ?- hálózat(_Gráf), útvonal_4(2, _Gráf, 'Budapest', _, Út, H).
        H = 880, Út = ['Budapest','Bécs','Berlin'] ? ;
        H = 1510, Út = ['Budapest','Bécs','Párizs'] ? ;
        no
```

Bináris fákra vonatkozó példasor — fa levele

- Ismétlés: egészekből álló bináris fa:

```
:- type itree ==  {node(itree, itree)} \/ {leaf(int)}.
:- type itree --->  node(itree, itree) | leaf(int).
```

- Írjunk egy predikátumot annak eldöntésére, hogy egy adott érték szerepel-e egy fa levelében (vö. `member/2`)!

-
```
% fa_levele(Fa, Ertek): A Fa bináris fa levelében szerepel az Ertek szám.
fa_levele(leaf(V), V).      % ha a fa egyetlen levélből áll és a levélbeli
                            % érték megegyezik a keresettel, akkor ``siker''
fa_levele(node(L,_), V) :-
        fa_levele(L, V).    % ha  a bal részfában van, akkor az egészben is
fa_levele(node(_,R), V) :-
        fa_levele(R, V).    % ha a jobb részfában van, akkor az egészben is
```

- Az aláhúzásjel egy ún. semmis (void) változó, ennek minden előfordulása különböző változó!

- Példák: ellenőrzés (1), adott fa leveleinek felsorolása (2), adott levelű fák felsorolása, (3) (∞ keresési tér).

```
| ?- fa_levele(node(node(leaf(1),leaf(2)),leaf(7)), 2). ⟹ yes              (1)
| ?- fa_levele(node(node(leaf(1),leaf(2)),leaf(7)), 3). ⟹ no               (1)
| ?- fa_levele(node(leaf(1),leaf(7)), E). ⟹ E = 1 ? ; E = 7 ? ; no          (2)
| ?- fa_levele(Fa, 3). ⟹ Fa = leaf(3) ? ; Fa = node(leaf(3),_A) ? ;  ...(3)
```

Összetett adatstruktúrák konjunktív és diszjunktív bejárása

- Prologban egy összetett adatstruktúrát kétféleképpen lehet bejárni:
  - konjunktívan: a részek bejárása ÉS kapcsolatban van, általában egy eredményt ad
    - pl. fa összegzése (`sum_tree`), fa ellenőrzése (`itree`), fa kiírása:

```
% faki(Fa): Fa kiírható (mindig teljesül :-). Mellékhatásként kiírja a Fa fát.
faki(leaf(V)) :-
        write(@), write(V).    % A write(X) beépített pred. kiírja az X kifejezést.
faki(node(L,R)) :-
        write('('), faki(L), write(' -- '), faki(R), write(')').

| ?- faki(node(node(leaf(1),leaf(8)),leaf(7))).      ⇒ ((@1 -- @8) -- @7)
yes
```

  - diszjunktívan: a részek bejárása VAGY kapcsolatban van, visszalépéskor új eredmény
    - pl. fa leveleinek felsorolása (`fa_levele`)
- A diszjunktív, felsoroló bejárás könnyen kiegészíthető további feltételekkel
  - Keressük egy fának az `(5,10)` intervallumba eső leveleit:

```
| ?- _Fa = node(node(leaf(1),leaf(8)),leaf(7)), fa_levele(_Fa, E), 5 < E, E < 10.
      ⟹ E = 8 ? ; E = 7 ? ; no
| ?- _Fa = (...),  fa_levele(_Fa, E), 5 < E, E < 10, write(E), write(' '), fail.
      ⇒ 8 7   ⟹ no
```

- A `fail` beépített predikátum mindig meghiúsul, pl. ún. visszalépéses ciklus szervezésére jó.

Levél elhagyása bináris fából

- Írjunk egy predikátumot annak eldöntésére, hogy egy adott érték szerepel-e egy összetett fa levelében! A predikátum adja vissza a levél elhagyása után fennmaradó fát!

```
% flm(Fa, Ertek, Marad): A Fa összetett bináris fa egy Ertek értékű
% levelének elhagyása után marad a Marad fa. (flm = fa_level_maradek)
flm(node(leaf(V),T), V, T).    % ha a bal részfa a keresett levél
                               % akkor a jobb részfa a maradék
flm(node(T,leaf(V)), V, T).    % ugyanez jobboldali levél esetére
flm(node(L0,R), V, node(L,R)) :-
        flm(L0, V, L).         % ha a bal részfából elhagyható a levél
                               % akkor ennek maradéka, kiegészítve
                               % a jobb részfával, lesz a teljes fa maradéka
flm(node(L,R0), V, node(L,R1)) :-
        flm(R0, V, R1).        % ugyanez jobb részfa esetére
```

- Az `flm/3` predikátum használható ellenőrzése, de fa szétbontására is:

```
| ?- flm(node(leaf(1),node(leaf(2),leaf(3))), 2, T).  ⟹
   T = node(leaf(1),leaf(3)) ? ; no
| ?- flm(node(leaf(1),node(leaf(2),leaf(3))), 7, T).  ⟹ no
| ?- flm(node(leaf(1),node(leaf(2),leaf(3))), X,  T). ⟹
   T = node(leaf(2),leaf(3)), X = 1 ? ;
   T = node(leaf(1),leaf(3)), X = 2 ? ;
   T = node(leaf(1),leaf(2)), X = 3 ? ; no
```

Levél beszúrása bináris fába

- Írjunk egy predikátumot arra, hogy egy adott értékű levelet egy fába minden lehetséges módon beszúrjon!
- Nem kell irnunk, már megírtuk! Az `flm` predikátum erre is jó:

```
% flm(Fa, Ertek, Marad): A Fa összetett bináris fa egy Ertek értékű
% levelének elhagyása után marad a Marad fa. Röviden: Fa - Ertek = Marad.

% flm(Fa, Ertek, Marad): A Fa (összetett) bináris fa úgy áll elő, hogy
% a Marad fába beszúrunk egy E értékű levelet. Fa = Marad + Ertek.
flm(node(leaf(V),T), V, T).   % Egy T fába beszúrhatunk egy levelet
(...)                         % úgy, hogy az egylevelű fát T elé tesszük
```

- Példák:

```
| ?- flm(Fa, 2, leaf(1)), faki(Fa), write(' '), fail.
(@2 -- @1) (@1 -- @2)                                  ⟹ no
| ?- flm(Fa0, 2, leaf(1)), flm(Fa, 3, Fa0), faki(Fa), write(' '), fail.
(@3 -- (@2 -- @1)) ((@2 -- @1) -- @3) ((@3 -- @2) -- @1) ((@2 -- @3) -- @1)
(@2 -- (@3 -- @1)) (@2 -- (@1 -- @3)) (@3 -- (@1 -- @2)) ((@1 -- @2) -- @3)
((@3 -- @1) -- @2) ((@1 -- @3) -- @2) (@1 -- (@3 -- @2)) (@1 -- (@2 -- @3))  ⟹ no

negylevelu(X, Y, Z, U, Fa) :-  % Fa az X, Y, Z, U levelekből áll
     flm(Fa0, Y, leaf(X)), flm(Fa1, Z, Fa0), flm(Fa, U, Fa1).

| ?- findall(Fa, negylevelu(1,3,4,6,Fa), Fak), length(Fak,Db). ⟹  Db = 120, Fak = (...)
```

Példa: adott értékű kifejezés előállítása

- A feladat: írjunk Prolog programot a következő feladvány megoldására:
  - Az 1, 3, 4, 6 számokból a négy alapművelet felhasználásával állítsuk elő a 24 számértéket!
  - Mind a négy számot fel kell használni, tetszőleges sorrendben.
  - Tetszőleges alapműveletek használhatók, tetszőleges zárójelezéssel.
- Már van egy predikátumunk (`negylevelu/5`), amely adott számokból tetszőleges fát épít.
- Definiáljunk egy predikátumot, amely egy fának megfelelő aritmetikai kifejezéseket készít!

```
% fa_kif(Fa, Kif): Kif a Fa fával azonos alakú, azonos számokból álló
% aritmetikai kifejezés, amelyben a négy alapművelet fordulhat elő.
fa_kif(leaf(V), V).
fa_kif(node(L,R), Exp) :-
        fa_kif(L, E1),
        fa_kif(R, E2),
        alap4(E1, E2, Exp).

% alap4(X, Y, Kif): Kif az X és Y kifejezésekből a négy alapművelet egyikével áll elő.
alap4(X, Y, X+Y).                       alap4(X, Y, X-Y).
alap4(X, Y, X*Y).                       alap4(X, Y, X/Y).

| ?- fa_kif(node(leaf(1),node(leaf(2),leaf(3))), Kif).
Kif = 1+(2+3) ? ; Kif = 1-(2+3) ? ; Kif = 1*(2+3) ? ; Kif = 1/(2+3) ? ;
(...)
Kif = 1+2/3 ?   ; Kif = 1-2/3 ?   ; Kif = 1*(2/3) ? ; Kif = 1/(2/3) ? ; no
```

Példa: adott értékű kifejezés előállítása (folyt.)

- Korábban elkészített predikátumok:
  - adott számokból álló fákat felsoroló `negylevelu/5`
  - adott fával azonos szerkezetű aritmetikai kifejezéseket felsoroló `fa_kif/2`
- Ezekre építve könnyen megírható a feladvány megoldására használható predikátum:

```
% Kif egy a négy alapművelettel az X, Y, Z, U számokból
% felépített kifejezés, amelynek értéke Ertek.
negylevelu_erteke(X, Y, Z, U, Ertek, Kif) :-
        negylevelu(X, Y, Z, U, Fa),
        fa_kif(Fa, Kif),
        Kif =:= Ertek.

| ?- negylevelu_erteke(1,3,4,6,24,Kif).
...
```

- Megjegyzések
  - Az aritmetikai eljárásokban a változók nem csak számokra, hanem tömör aritmetikai kifejezésekre is be lehetnek helyettesítve.
  - A `negylevelu_erteke` eljárás utolsó hívása helyett **nem** lenne jó: `Ertek is Kif`. Miért?