

# ABSZTRAKCIÓ ADATOKKAL



## Adatabsztrakció modulokkal: racionális számok (folyt.)

---

- A `Rat` struktúrában definiált értékekre teljes nevükkel kell hivatkozni:

```
Rat.printRat (Rat.mulRat (Rat.oneHalf, Rat.oneThird));
Rat.printRat (Rat.addRat (Rat.oneThird, Rat.oneThird));
```

- `open-nel` – a szignatúra által korlátozott mértékben – láthatóvá tehetjük a struktúra tartalmát:

```
open Rat;
equRat (addRat (oneThird, oneThird), twoThird);
addRat (oneThird, oneThird) = twoThird;
```

- A láthatóvá tétel lehet lokális (deklaráció, ill. kifejezés lokális deklarációval):

```
local open Rat
  val q1 = addRat (oneThird, oneThird); val q2 = twoThird
in val ratPair = (q1, q2)
end;

let open Rat
in printRat (addRat (oneThird, oneThird));
end;
```

## Adatabsztrakció modulokkal: racionális számok (folyt.)

---

- Válasszunk a matematikában megszokotthoz közelebb álló neveket a függvényeknek:

```
signature Rat = sig
    eqtype rat
    val rat : int * int -> rat
    val num : rat -> int
    val den : rat -> int
    val ++ : rat * rat -> rat
    val -- : rat * rat -> rat
    val ** : rat * rat -> rat
    val // : rat * rat -> rat
    val == : rat * rat -> bool
    val toString : rat -> string
    val one : rat
    val oneHalf : rat
    val oneThird : rat
    val twoThird : rat
    val zero : rat
end;
```

## Adatabsztrakció modulokkal: racionális számok (folyt.)

---

```

structure Rat :> Rat =
struct
  type rat = int * int;
  fun rat (n, d) =
      let val g = Gcd.gcd(n, d) in (n div g, d div g) : rat end
  fun num (q : rat) = #1 q
  fun den q = #2 (q : rat)
  fun op++(x, y) = rat(num x * den y + num y * den x, den x * den y)
  fun op--(x, y) = rat(num x * den y - num y * den x, den x * den y)
  fun op**(x, y) = rat(num x * num y, den x * den y)
  fun op//(x, y) = rat(num x * den y, den x * num y)
  fun op==(x, y) = num x * den y = den x * num y
  fun toString r = makestring(num r) ^ "/" ^ makestring(den r)
  val one      = rat(1,1)
  val zero     = rat(0,1)
  val oneHalf  = rat(1,2)
  val oneThird = rat(1,3)
  val twoThird = rat(2,3) end;

```

## Adatabsztrakció modulokkal: racionális számok (folyt.)

---

- Az új műveleti jelek prefix pozícióban használhatók:

```
let open Rat
in
  print(toString(++( *(oneThird, oneHalf), oneThird) ) ^ "\n");
  ++(oneThird, oneThird) = twoThird
end;
```

A ( és a \*\* közé legalább egy szóköz kell, különben az mosml *megjegyzés* kezdetének veszi!

- Vagy akár infix pozíciójúvá alakíthatók:

```
let open Rat
  infix 6 ++ --
  infix 7 ** //
in
  print(toString(oneThird ** oneHalf ++ oneThird) ^ "\n");
  oneThird ++ oneThird = twoThird
end;
```

## Adatabsztrakció modulokkal: racionális számok (folyt.)

---

- A szokásos alapl műveleti jeleket is újradefiniálhatjuk.
- Eredeti jelentésük nem vész el, de a műveletek teljes nevét kell használnunk *prefix* pozícióban:

```
load "Int";
let open Rat
    val op+ = ++
    val op- = --
    val op* = **
    val op/ = //
in
    print(toString oneHalf ^ "\n");
    print(toString(oneHalf + oneThird) ^ "\n");
    print(toString(oneHalf * oneThird) ^ "\n");
    print(toString(oneThird - oneThird) ^ "\n");
    print(toString(twoThird / oneThird) ^ "\n");
    oneThird + oneThird = twoThird;
    Int.+(1,2);
    1 Int.+ 2    (* hibás! *)
end;
```

## Adatabsztrakció modulokkal: racionális számok (folyt.)

- *Új típust és konstruktorokat* hozhatunk létre a datatype deklarációval:

```

structure Rat :> Rat =
struct
  datatype rat = Rat of int * int
  fun rat (n, d) = let val g = Gcd.gcd(n, d) in Rat(n div g, d div g)
  fun num (Rat q) = #1 q
  fun den (Rat q) = #2 q
  fun op++(x, y) = rat(num x * den y + num y * den x, den x * den y)
  fun op--(x, y) = rat(num x * den y - num y * den x, den x * den y)
  fun op**(x, y) = rat(num x * num y, den x * den y)
  fun op//(x, y) = rat(num x * den y, den x * num y)
  fun op==(x, y) = num x * den y = den x * num y
  fun toString r = makestring(num r) ^ "/" ^ makestring(den r);
  val one      = rat(1,1)
  val zero     = rat(0,1)
  val oneHalf  = rat(1,2)
  val oneThird = rat(1,3)
  val twoThird = rat(2,3)  end;

```

## Adatabsztrakció modulokkal: racionális számok (folyt.)

---

- Az adatkonstruktor mintaillesztésre *szelektorként* is felhasználható (és használni is kell):

```

structure Rat :> Rat =
struct
  datatype rat = Rat of int * int;
  fun rat (n, d) = let val g = Gcd.gcd(n, d) in Rat(n div g, d div g)
fun num (Rat (n, _)) = n
fun den (Rat (_, d)) = d
  fun op++(x, y) = rat(num x * den y + num y * den x, den x * den y)
  fun op--(x, y) = rat(num x * den y - num y * den x, den x * den y)
  fun op**(x, y) = rat(num x * num y, den x * den y)
  fun op//(x, y) = rat(num x * den y, den x * num y)
  fun op==(x, y) = num x * den y = den x * num y
  fun toString r = makestring(num r) ^ "/" ^ makestring(den r);
  val one      = rat(1,1)
  val zero     = rat(0,1)
  val oneHalf  = rat(1,2)
  val oneThird = rat(1,3)
  val twoThird = rat(2,3) end;

```



## Adatabsztrakció modulokkal: racionális számok (folyt.)

- Az adatkonstruktorfüggvény *valóban* használható új érték létrehozására:

```

structure Rat :> Rat =
struct
  datatype rat = Rat of int * int;
  val rat = Rat;
  fun num (Rat(n, _)) = n
  fun den (Rat(_, d)) = d
  fun op++(x, y) = rat(num x * den y + num y * den x, den x * den y)
  fun op--(x, y) = rat(num x * den y - num y * den x, den x * den y)
  fun op**(x, y) = rat(num x * num y, den x * den y)
  fun op//(x, y) = rat(num x * den y, den x * num y)
  fun op==(x, y) = num x * den y = den x * num y
  fun toString r = makestring(num r) ^ "/" ^ makestring(den r);
  val one      = rat(1,1)
  val zero     = rat(0,1)
  val oneHalf  = rat(1,2)
  val oneThird = rat(1,3)
  val twoThird = rat(2,3)  end;

```

# GYENGE ÉS ERŐS ABSZTRAKCIÓ



## Összefoglalás: gyenge és erős adatabsztrakció

---

- Gyenge absztrakció: a név szinonima, az adatszerkezet részei továbbra is hozzáférhetők.
- Erős absztrakció: a név új dolgot (entitást, objektumot) jelöl, az adatszerkezet részeihez csak korlátok között lehet hozzáférni.
- `type`: gyenge absztrakció; pl. `type rat = {num : int, den : int}`
  - Új nevet ad egy típuskifejezésnek (vö. értékdeklaráció).
  - Segíti a programszöveg megértését.
- `abstype`: erős absztrakció
  - Új típust hoz létre: név, műveletek, ábrázolás, jelölés.
  - Túlhaladott, van helyette jobb: `datatype` + modulok
- `datatype`: modulok nélkül gyenge, modulokkal erős absztrakció;
  - pl. `datatype 'a esetleg = Semmi | Valami of 'a`
  - Belső változata az SML-ben: `datatype 'a option = NONE | SOME of 'a`
  - Új entitást hoz létre.
  - Rekurzív és polimorf is lehet.

## Összefoglalás: gyenge és erős adatabsztrakció (folyt.)

- `datatype logi = Igen | Nem` Felsorolásos típus.  
`datatype logi3 = igen | nem | talan` Felsorolásos típus.  
`datatype 'a esetleg = Semmi | 'a Valami` Polimorf típus.
- *Adatkonstruktor*nak nevezzük a létrehozott `Igen`, `Nem`, `igen`, `nem`, `talan`, `Semmi` és `Valami` értékeket. `Valami` ún. *adatkonstruktorfüggvény*, az összes többi ún. *adatkonstruktorállandó*. Az adatkonstruktorok a többi értéknévvel azonos névtérben vannak.
- *Típuskonstruktor*nak nevezzük a létrehozott `logi`, `logi3` és `esetleg` neveket; `esetleg` ún. postfix *típuskonstruktorfüggvény* (vagy típusoperátor), a másik kettő ún. *típuskonstruktorállandó* (röviden típusállandó). Típusnévként használható a típusállandó (pl. `logi`), valamint a típusállandóra vagy típusváltozóra alkalmazott típuskonstruktorfüggvény (pl. `int list` vagy `'a esetleg`). A típuskonstruktorok más névtérben vannak, mint az értéknevek.
- Természetesen az adatkonstruktoroknak is van típusuk, pl.
 

<code>Igen</code>	<code>:</code>	<code>logi</code>	<code>Semmi</code>	<code>:</code>	<code>'a esetleg</code>
<code>Nem</code>	<code>:</code>	<code>logi</code>	<code>Valami</code>	<code>:</code>	<code>'a -&gt; 'a esetleg</code>
- Példa `datatype` deklarációval létrehozott adattípust kezelő függvényre
 

```
fun inverz Nem = Igen | Igen = Nem
```

## Deklaráció lokális érvényű deklarációval: local-deklaráció

- Ún. local-deklarációt használunk, ha egyes deklarációkat fel akarunk használni más deklarációkban, miközben *el akarjuk rejtetni* őket a program többi része előtt.

- Szintaxisa:
 

```
local d1      ahol d1 egy nemüres deklarációsorozat,
in d2                d2 egy másik nemüres deklarációsorozat.
end
```

- Példa:

```
(* length : 'a list -> int
   length zs = a zs lista hossza
*)
local
  (* len : 'a list * int -> int
     len (zs, n) = az n és a zs lista hosszának összege
  *)
  fun len ([], n)      = n
    | len (_::zs, n) = len(zs, n+1)
in
  fun length zs = len(zs, 0)
end
```

# OPCIONÁLIS ÉRTÉK



## Opcionális érték kezelése ('a option)

---

```
datatype 'a option = NONE | SOME of 'a
```

### Függvények az Option könyvtárból:

```
val getOpt          : 'a option * 'a -> 'a
val isSome         : 'a option -> bool
val valOf          : 'a option -> 'a
val filter         : ('a -> bool) -> 'a -> 'a option
val map            : ('a -> 'b) -> 'a option -> 'b option
val mapPartial    : ('a -> 'b option) -> ('a option -> 'b option)
```

*getOpt* (*xopt*, *d*) = *x* if *xopt* is SOME *x*, *d* otherwise.

*isSome* *xopt* = true if *xopt* is SOME *x*, false otherwise.

*valOf* *xopt* = *x* if *xopt* is SOME *x*, raises Option otherwise.

*filter* *p* *x* = SOME *x* if *p* *x* is true, NONE otherwise.

*map* *f* *xopt* = SOME(*f* *x*) if *xopt* is SOME *x*, NONE otherwise.

*mapPartial* *f* *xopt* = *f* *x* if *xopt* is SOME *x*, NONE otherwise.

## Példák opcionális értékek kezelésére

---

- Egészlista legnagyobb elemének kiválasztása

Üres listának nincs legnagyobb eleme; egyelemű lista egyetlen eleme a „legnagyobb”; legalább kételemű lista legnagyobb eleme az első elem és a maradéklista elemei közül a legnagyobb.

```
(* maxl : int list -> int option
   maxl ns = az ns egészlista legnagyobb eleme *)
fun maxl []      = NONE      (* üres *)
  | maxl [n]     = SOME n    (* egyelemű *)
  | maxl (n::ns) =          (* legalább kételemű *)
    SOME(Int.max(n, valOf(maxl ns)))
```

- Füzér elején álló karaktersorozat átalakítása egész számmá

```
val Int.fromString : string -> int option (* Overflow *)
```

```
Int.fromString s = SOME i if a decimal integer numeral can be scanned
from a prefix of string s, ignoring any initial whitespace;
NONE otherwise. A decimal integer numeral, after any initial
whitespace, must have the form: [+~-]?[0-9]+
```

```
Int.fromString "1234"; Int.fromString "-1234"; Int.fromString "~1234";
Int.fromString "+1234"; Int.fromString "+007"; Int.fromString "alma"
```



# KIVÉTELKEZELÉS



# Kivételkezelés

---

- Kivételt az `exception` kulcsszóval deklarálunk, a `raise` kulcsszóval jelzünk, a `handle` kulcsszóval bevezetett kifejezésben kezelünk.
- A kivételt általában hibák jelzésére használjuk, de használhatjuk visszalépés kezelésére is (az utóbbira példa a `valtas` függvényben látható a következő fóliák egyikén).
- A kivételdeklaráció az adattípus-deklarációra (`datatype`-deklarációra) emélkeztet:  
`exception name; exception name of ty.`
- Példák kivétel deklarálására: `exception Valt; exception Hiba of char * int.`
- A kivételkonstruktor állandó vagy függvény lehet. Példák: `Valt : exn, Hiba : char * int -> exn.`
- A kivételdeklaráció speciális adattípus-deklaráció, ui. az utóbbival ellentétben dinamikusan *bővíti* a kivételkonstruktorok halmazát.
- Kivétel jelzésére a `raise` kulcsszóval kezdődő speciális kifejezést kell használnunk.
- Példák kivétel jelzésére: `raise Valt, raise Hiba("#N", 4).`
- `raise` (hipotetikus) típusa: `exn -> 'a.`

## Kivételkezelés (folyt.)

---

- `raise` alkalmazásának eredménye az ún. *kivételcsomag*. Mivel a kivételcsomag polimorf típusú, bármely más típusal kompatibilis.
- A kivétel kezelése a `case`-szerkezetre emlékeztet:  $E \text{ handle } P_1 \Rightarrow E_1 \mid \dots \mid P_n \Rightarrow E_n$
- Ha  $E$  „közönséges” értéket ad eredményül, a kivételkezelő egyszerűen továbbadja az eredményt.
- Ha  $E$  eredménye *kivételcsomag*, az SML megpróbálja illeszteni a  $P_1, \dots, P_n$  mintákra.
  - Ha  $P_i$  ( $1 \leq i \leq n$ ) az első illeszkedő minta, akkor  $E_i$  a kivételkezelő eredménye.
  - Ha egyetlen minta sem illeszkedik a kivételcsomagra, a kivételkezelő továbbpasszolja.
- Példák kivétel kezelésére:
  - `erme :: váltas (erme::ermelista) (osszeg-erme)`  
`handle Valt => váltas ermelista osszeg`
  - `(fn i => kivKez i handle Hiba(c, i) => (print(str c); i-1)) 0`
- `handle` (hipotetikus) típusa:  $exn \rightarrow 'a$ .
- Legyen  $Ex$   $exn$  típusú kivétel,  $e$  pedig tetszőleges kifejezés; ekkor az  $e \text{ handle } Ex \Rightarrow c$  (kivételkezelőt tartalmazó) kifejezésben  $c$ -nek  $e$ -vel azonos típusúnak kell lennie.

## Kivételkezelés (folyt.)

---

- A következő programrészlet példa kivétel deklarálására, jelzésére és kezelésére

```
exception Hiba of char * int;
```

```
fun kivKez 0 = raise Hiba("#N", 4)  
  | kivKez ~9 = raise Hiba("#M", 9)  
  | kivKez n = n;
```

```
fun kivKezel i =  
    kivKez i handle Hiba("#N", i) => (print "N"; i)  
                | Hiba("#M", i) => (print "M"; i-1);
```

```
kivKezel 0 = 4;  
kivKezel ~9 = 8;  
kivKezel 7 = 7;
```

## Kivételkezelés (folyt.)

---

### ● Példa visszalépés programozására kivételkezeléssel

```

exception Valt;

(* váltás : int list -> int -> int list
   váltás ermelista osszeg = a lehető legkevesebb érmét tartalmazó olyan
                           érmelista, amely elemeinek összege osszeg
   PRE : ermelista = a váltásra használható érmék csökkenő értéksorrendben
        osszeg >= 0
*)
fun váltás _ 0 = []
  | váltás [] _ = raise Valt
  | váltás (erme::ermelista) osszeg =
    if (* ha az adott érme túl nagy, a következővel próbálkozunk *)
       erme > osszeg then váltás ermelista osszeg
    (* ha az adott érmétől kezdve sikerül felváltani, az jó;
       ha nem, a következő érmével kezdjük újra az adott ponttól *)
    else erme :: váltás (erme::ermelista) (osszeg-erme)
        handle Valt => váltás ermelista osszeg;

váltás [50, 20, 10, 5, 2] 197 = [50, 50, 50, 20, 20, 5, 2];

```

## Kivételkezelés (folyt.)

### • A leggyakoribb belső kivételek

Név	Művelet, amely a kivételt kiválthatja
Bind	Értékdeklarációban a jobb oldali kifejezés nem illeszkedik a bal oldali mintára.
Chr	<code>chr pred succ</code>
Div	<code>/ div mod</code>
Domain	Az érték kilóg az értelmezési tartományból.
Empty	<code>hd tl last</code>
Fail	<code>compile load loadOne</code> <code>Fail : string -&gt; exn</code>
Interrupt	Megszakítás <code>ctrl/c</code> -vel.
Io	Ki/beviteli hiba. <code>Io : {cause : exn, function : string, name : string}</code>
Match	Mintaillesztési hiba <code>case</code> és <code>handle</code> kifejezésben, vagy függvényalkalmazásban.
Option	Hiba egy <code>Option</code> könyvtárbeli függvény alkalmazásakor.
Overflow	<code>~ + - * / div mod abs ceil floor round trunc</code>
Size	<code>^ array concat fromList implode tabulate translate vector</code>
Subscript	<code>copy drop extract nth sub substring take update</code>

- `Fail` és `Io` kivételkonstruktorfüggvények, a többi `exn` típusú kivételkonstruktorállandó.
- `Option` csak `Option.Option` néven használható, ha nem nyitjuk meg az `Option` könyvtárat.

TÖBB MEGOLDÁS ELŐÁLLÍTÁSA VISSZALÉPÉSEL

---

## $n$ vezér a sakktáblán

- Hányféleképpen rakható  $n$  vezér a sakktáblára úgy, hogy ne üssék egymást?

- A vezéreket tartalmazó mezők sorának  $j$  sorszámát az egyes oszlopokon belül egy  $n$  hosszú sorvektor adott oszlophoz rendelt mezőjébe írt szám adja meg, ahol  $j \leq s < n$ .

Példa  $n=4$  esetén:

```

+---+---+---+---+
| 3 | 1 | 4 | 2 |
+---+---+---+---+

      0      <--->  n-1
+---+---+---+---+
0 |   | q |   |   |
+---+---+---+---+
| |   |   |   | q |
| +---+---+---+---+
V | q |   |   |   |
+---+---+---+---+
n-1 |   |   | q |   |
+---+---+---+---+

```

- A sorvektort (egy egyre bővülő) listával valósítjuk meg. Egy listához balról könnyű új elemeket fűzni, ezért a táblát és a vezérek helyzetét leíró listát hossz tengelye mentén tükrözzük.

```

...-+---+---+---+
      | 4 | 1 | 3 |
...-+---+---+---+

n-1 <----- 0
...-+---+---+---+
0 |   | q |   |   |
...-+---+---+---+
| |   |   |   | |
| ...-+---+---+---+
V |   |   |   | q |
...-+---+---+---+
n-1 | q |   |   |   |
...-+---+---+---+

```



## *n* vezér a sakktáblán (folyt.)

Azt, hogy az új vezért üti-e egy korábban a táblára rakott másik vezér, a sorvektor vizsgálatával dönthetjük el: a sorvektor azt adja meg, hogy a listaelem indexe által meghatározott oszlopban és a listaelem értéke által meghatározott sorban vezér van.

1. Az új vezér sorának sorszáma, azaz az új listaelem értéke nem fordulhat elő a lista már felépített részében.
2. Az új vezér átlós irányban sem lehet egy vonalban más vezérrel a táblán. Ez azt jelenti, hogy ha a sorvektort jelentő lista elejére az  $s$  sorindexet akarjuk rakni, akkor az  $i$ -edik elemének az értéke, ha van ilyen eleme, nem lehet  $s - (i + 1)$ , ill.  $s + (i + 1)$ .
3. A következő példa segít megvilágítani az esetet.

Ha a 2-es oszlopba és az  $s=1$ -es sorba akarjuk lerakni az új vezért, akkor az  $x$ -szel jelölt mezőket kell megvizsgálnunk. Az eddig létrehozott listának (sorvektornak) két eleme van, ahol a lista fejének az indexe 0. A listafej értéke nem lehet  $s-1$ , sem  $s+1$ . A lista rekurzív algoritmussal dolgozható fel.

```

      . . . - + - - - + - - - +
            s |       |       |
      . . . - + - - - + - - - +

      n-1 <--- 1   0
      . . . - + - - - + - - - +
0      |       | x |       |
      . . . - + - - - + - - - +
1      | q |       |       |
      . . . - + - - - + - - - +
      |       |       | x |       |
V      . . . - + - - - + - - - +
n-1      |       |       | x |
      . . . - + - - - + - - - +

```

## *n* vezér a sakktáblán: „ütésben van”-vizsgálat

---

```

(* utesbenVan : int list -> bool
    utesbenVan zs = igaz, ha a (hd zs) vezért legalább egy
        (tl zs)-beli vezér üti
*)
fun utesbenVan [] = false
  | utesbenVan (z::zs) =
    let (* uV : int -> int -> int list -> bool
        uV s1 s2 rs = igaz, ha a z vezért s1, s2 vagy r, vagy
            egy másik rs-beli vezér közül legalább egy üti
        *)
        fun uV _ _ [] = false
          | uV s1 s2 (r::rs) = z = r orelse
                                s1 = r orelse
                                s2 = r orelse
                                uV (s1-1) (s2+1) rs

        in
            uV (z-1) (z+1) zs
        end
    end

```

## *n* vezér a sakktáblán: egy megoldás előállítása

---

```
exception Zsakutca
```

```
(* vezerek0 : int -> int list
```

```
vezerek0 n = a feladvány egy megoldása n vezér esetén
```

```
*)
```

```
fun vezerek0 n =
```

```
let (* vez: int -> int list -> int list
```

```
vez z zs: egy megoldás n vezér esetén
```

```
*)
```

```
fun vez z zs =
```

```
if z = 0 andalso utesbenVan zs orelse z = n
```

```
then raise Zsakutca
```

```
else if length zs = n
```

```
then rev zs
```

```
else vez 0 (z::zs) handle Zsakutca => vez (z+1) zs
```

```
in
```

```
vez 0 []
```

```
end
```

## *n* vezér a sakktáblán: több megoldás előállítása visszalépéssel

---

```

(* vezerek1 : int -> int list list
   vezerek1 n = a feladvány összes megoldásának listája
                 n vezér esetén
*)
fun vezerek1 n =
  let (* vez: int -> int list -> int list list
       vez z zs: az összes megoldás listája n vezér esetén
       *)
      fun vez z zs =
          if z = 0 andalso utesbenVan zs orelse z = n
          then raise Zsakutca
          else if length zs = n
          then [rev zs]
          else (vez 0 (z::zs) handle Zsakutca => []) @
               (vez (z+1) zs handle Zsakutca => [])

      in
          vez 0 []
      end
  end

```

## *n* vezér a sakktáblán: több megoldás előállítása listák listájával

---

```

(* vezerek2 : int -> int list list
   vezerek2 n = a feladvány összes megoldásának listája
                 n vezér esetén
*)
fun vezerek2 n =
  let (* vez: int -> int list -> int list list
       vez z zs: az összes megoldás listája n vezér esetén
   *)
      fun vez z zs =
          if z = 0 andalso utesbenVan zs orelse z = n
          then []
          else if length zs = n
               then [rev zs]
               else vez 0 (z::zs) @ vez (z+1) zs
      in
          vez 0 []
      end

```

## *n* vezér a sakktáblán: több megoldás előállítása listák listájával (folyt.)

---

Akkumulátor alkalmazásával:

```

(* vezerek3 : int -> int list list
   vezerek3 n = a feladvány összes megoldásának listája
                 n vezér esetén
*)
fun vezerek3 n =
  let (* vez: int -> int list -> int list list -> int list list
       vez z zs: az összes megoldás listája n vezér esetén
       *)
      fun vez z zs zss =
          if z = 0 andalso utesbenVan zs orelse z = n
          then zss
          else if length zs = n
               then rev zs :: zss
               else vez 0 (z::zs) (vez (z+1) zs zss)
      in
        vez 0 [] []
      end
  end

```