BEVEZETÉS A LOGIKAI PROGRAMOZÁSBA

A logikai programozás alapgondolata

- Logikai programozás (LP):
  - Programozás a matematikai logika segítségével
    - egy logikai program nem más mint **logikai állítások halmaza**
    - egy logikai **program futása** nem más mint **következtetési folyamat**
  - De: a logikai következtetés óriási keresési tér bejárását jelenti
    - szorítsuk meg a logika nyelvét
    - válasszunk egyszerű, ember által is követhető következtetési algoritmusokat
  - Az LP máig legelterjedtebb megvalósítása a **Prolog** = **Pro**gramozás **log**ikában (**Pro**gramming in **log**ic)
    - az elsőrendű logika egy erősen megszorított résznyelve az ún. **definit-** vagy **Horn-klóz**ok nyelve,
    - végrehajtási mechanizmusa: **mintaillesztés**es eljáráshíváson alapuló **visszalépés**es keresés.

Az előadás LP részének áttekintése

- **1. blokk:** A Prolog nyelv alapjai (6 előadás)
  - Logikai háttér
  - Szintaxis
  - Végrehajtási mechanizmus
- **2. blokk:** Prolog programozási módszerek (6 előadás)
  - A legfontosabb beépített eljárások
  - Fejlettebb nyelvi és rendszerelemek
- Kitekintés: Új irányzatok a logikai programozásban (1 előadás)

A Prolog/LP rövid történeti áttekintése

1960-as évek	Első tételbizonyító programok
1970-72	A logikai programozás elméleti alapjai (R A Kowalski)
1972	Az első Prolog interpreter (A Colmerauer)
1975	A második Prolog interpreter (Szeredi P)
1977	Az első Prolog fordítóprogram (D H D Warren)
1977–79	Számos kísérleti Prolog alkalmazás Magyarországon
1981	A japán 5. generációs projekt a logikai programozást választja
1982	A magyar MProlog az egyik első kereskedelmi forgalomba kerülő Prolog megvalósítás
1983	Egy új fordítási modell és absztrakt Prolog gép (WAM) megjelenése (D H D Warren)
1986	Prolog szabványosítás kezdete
1987–89	Új logikai programozási nyelvek (CLP, Gödel stb.)
1990–. . .	Prolog megjelenése párhuzamos számítógépeken Nagyhatékonyságú Prolog fordítóprogramok .....

Információk a logikai programozásról

- Prolog megvalósítások:
  - SWI Prolog: `http://www.swi-prolog.org/`
  - SICStus Prolog: `http://www.sics.se/sicstus`
  - GNU Prolog: `http://pauillac.inria.fr/~diaz/gnu- prolog/`
- Hálózati információforrások:
  - The WWW Virtual Library: Logic Programming:
    `http://www.afm.sbu.ac.uk/logic-prog`
  - CMU Prolog Repository:
    (a `http://www.cs.cmu.edu/afs/cs/project/ai-repository/ai/lang/prolog/` címen belül)
    - Főlap: `0.html`
    - Prolog FAQ: `faq/prolog.faq`
    - Prolog Resource Guide: `faq/prg_1.faq`, `faq/prg_2.faq`

Magyar nyelvű Prolog irodalom

Farkas Zsuzsa, Futó Iván, Langer Tamás, Szeredi Péter:
Az MProlog programozási nyelv.
Műszaki Könyvkiadó, 1989
jó bevezetés, sajnos az MProlog beépített eljárásai nem szabványosak.

Márkusz Zsuzsa: Prologban programozni könnyű.
Novotrade, 1988
mint fent

Futó Iván (szerk.): Mesterséges intelligencia. (9.2 fejezet, Szeredi Péter)
Aula Kiadó, 1999
csak egy rövid fejezet a Prologról

Peter Flach: Logikai Programozás. Az intelligens következtetés példákon keresztül.
Panem — John Wiley & Sons, 2001
jó áttekintés, inkább elméleti érdeklődésű olvasók számára

English Textbooks on Prolog

- Logic, Programming and Prolog, 2nd Ed., by Ulf Nilsson and Jan Maluszynski, Previously published by John Wiley & Sons Ltd. (1995)

  Downloadable as a pdf file from `http://www.ida.liu.se/~ulfni/lpp`
- Prolog Programming for Artificial Intelligence, 3rd Ed., Ivan Bratko, Longman, Paperback - March 2000
- The Art of PROLOG: Advanced Programming Techniques, Leon Sterling, Ehud Shapiro, The MIT Press, Paperback - April 1994
- Programming in PROLOG: Using the ISO Standard, C.S. Mellish, W.F. Clocksin, Springer-Verlag Berlin, Paperback - July 2003

Első Prolog programunk: hatványellenőrzés

- Egy egyszerű példa

```
/* ispow(a,b) = 1 <=> exits i, such that b^i = a. Precondition: a,b > 0 */
```

```
int ispow(int num, int base) {
  if (num == 1)
    return 1;
  else if (num%base == 0)
    return ispow(num/base, base);
  else
    return 0;
}
```

```
ispow(Num, Base) :-
    (   Num =:= 1
    ->  true
    ;   Num rem Base =:= 0,
        Num1 is Num//Base,
        ispow(Num1, Base)
    ).
```

- `ispow` egy Prolog **predikátum**, azaz Boole értékű eljárás.
- Az eljárás egyetlen klózból áll, amely *Fej*`:-`*Törzs* alakú.
- Az eljárásfejben a paraméterek a `Num` és `Base` változók (**nagybetűsek**!)
- A törzs egyetlen célt tartalmaz, amely egy **feltételes szerkezet**:

  `if Felt then Akkor else Egyébként` ≡ `( Felt -> Akkor ; Egyébként )`
- A „`true`”, „`A =:= B`” és „`A is B`” szerkezetek beépített predikátumok hívásai.

Néhány beépített predikátum

- Egyesítés: `X = Y`: az `X` és `Y` **szimbolikus** kifejezések változók behelyettesítésével azonos alakra hozhatók (és el is végzi a behelyettesítéseket).
- Aritmetikai predikátumok
  - `X is Kif`: A `Kif` **aritmetikai** kifejezést kiértékeli és **értékét** egyesíti `X`-szel.
  - `Kif1<Kif2, Kif1=<Kif2, Kif1>Kif2, Kif1>=Kif2, Kif1=:=Kif2, Kif1=\=Kif2`: A `Kif1` és `Kif2` aritmetikai kifejezések értéke a megadott relációban van egymással (`=:=` jelentése: aritmetikai egyenlőség, `=\=` jelentése aritmetikai nem-egyenlőség).
  - Ha `Kif, Kif1, Kif2` valamelyike nem **tömör** (változómentes) aritmetikai kifejezés ⇒hiba.
  - Legfontosabb aritmetikai operátorok: `+, -, *, /, rem, //` (egész-osztás)
- Kiíró predikátumok
  - `write(X)`: Az `X` Prolog kifejezést kiírja.
  - `nl`: Kiír egy újsort.
- Egyéb predikátumok
  - `true, fail`: Mindig sikerül ill. mindig meghiúsul.
  - `trace, notrace`: A (teljes) nyomkövetést be- ill. kikapcsolja.

Programfejlesztési beépített predikátumok

- `consult(File)` vagy `[File]`: A `File` állományban levő programot beolvassa és értelmezendő alakban eltárolja. (`File = user` ⇒ terminálról olvas.)
- `listing` vagy `listing(Predikátum)`: Az értelmezendő alakban eltárolt összes ill. adott nevű predikátumokat kilistázza.
- `compile(File)`: A `File` állományban levő programot beolvassa, lefordítja.
- A lefordított alak gyorsabb, de nem listázható, **kicsit** kevésbe pontosan nyomkövethető.
- `halt`: A Prolog rendszer befejezi működését.

```
> sicstus
SICStus 3.11.0 (x86-linux-glibc2.3): Mon Oct 20 15:59:37 CEST 2003
| ?- consult(ispow).
% consulted /home/user/ispow.pl in module user, 0 msec 376 bytes
yes
| ?- ispow(8, 3).
no
| ?- ispow(8, 2).
yes
| ?- listing(ispow).
(...)
yes
| ?- halt.
>
```

Általános (nem Boole-értékű) függvények Prologban

- Példa: Természetes számok hatványozása

```
/* powd(a,n) = a^n */
int powd(int a, int n) {
  if (n > 0)
    return a*powd(a,n-1);


  else
    return 1;
}
```

```
/* powd(A, N, P): A^N = P. */
powd(A, N, P) :-
        (   N > 0
        ->  N1 is N-1,
            powd(A, N1, P1),
            P is A*P1
        ;   P = 1
        ).

| ?- powd(2, 8, P).
P = 256 ?
```

- A 2-argumentumú `powd` függvénynek a 3-argumentumú `powd` predikátum felel meg.
- A függvény két argumentumának a predikátum első két, **bemenő**, azaz behelyettesített argumentuma felel meg.
- A függvény eredménye a predikátum utolsó, kimenő argumentuma, amely általában behelyettesítetlen változó.

Predikátum definiálása több klózzal

- A feltételes szerkezet nem alap-építőeleme a Prolog nyelvnek (az első Prologokban nem is volt)
- Helyette több **egymást kizáró** klózt is lehet alkalmazni:

```
/* powd(A, N, P): A^N = P. */
powd(A, N, P) :-
        (   N > 0
        ->  N1 is N-1,
            powd(A, N1, P1),
            P is A*P1
        ;   P = 1
        ).
```

```
powd2(A, N, P) :-
        N > 0,
        N1 is N-1,
        powd2(A, N1, P1),
        P is A*P1.
powd2(A, N, 1) :-     N =< 0.
```

- Ha egy predikátum több klózból áll, a Prolog **mindegyiket** megkisérli felhasználni a futásban:
  - ha `powd2` második paramétere (`N`) pozitív, akkor az első klózt használja,
  - egyébként (azaz ha `N =< 0`) a második klózt.
- Ha `powd2` második klózaként `powd(A, 0, 1)` állna akkor negatív kitevő esetén a hívás meghiúsulna (egyik klóz sem lenne alkalmazható).
- Általában nem kell kizáró feltételeket alkalmazni, így egy kérdésre több választ is kaphatunk!

```
gyöke(A, B, C, X) :- X is (-B + sqrt(B*B-4*A*C))/(2*A).
gyöke(A, B, C, X) :- X is (-B - sqrt(B*B-4*A*C))/(2*A).
```

Több választ adó predikátumok — a családi kapcsolatok példája

- Adatok

  Egy gyerek–szülő kapcsolat, pl.

gyerek	szülő
Imre	István
Imre	Gizella
István	Géza
István	Sarolta
Gizella	Civakodó Henrik
Gizella	Burgundi Gizella

- A feladat:

  Definiálandó az unoka–nagyszülő kapcsolat, pl. keressük egy adott személy nagyszüleit.

A nagyszülő feladat — Prolog megoldás

```
% szuloje(Gy, Sz):Gy szülője Sz.
szuloje('Imre', 'István').
szuloje('Imre', 'Gizella').
szuloje('István', 'Géza').
szuloje('István', 'Sarolt').
szuloje('Gizella',
            'Civakodó Henrik').
szuloje('Gizella',
            'Burgundi Gizella').

%  Gyerek nagyszülője Nagyszulo.
nagyszuloje(Gyerek, Nagyszulo) :-
    szuloje(Gyerek, Szulo),
    szuloje(Szulo, Nagyszulo).
```

```
% Kik Imre nagyszülei?
| ?- nagyszuloje('Imre', NSz).
NSz = 'Géza' ? ;
NSz = 'Sarolt' ? ;
NSz = 'Civakodó Henrik' ? ;
NSz = 'Burgundi Gizella' ? ;
no
% Kik Géza unokái?
| ?- nagyszuloje(U, 'Géza').
U = 'Imre' ? ;
no
```

Adatstruktúrák deklaratív nyelvekben — példa

- A bináris fa adatstruktúra
  - vagy egy csomópont (`node`), amelynek két részfája van mutat (`left,right`)
  - vagy egy levél (`leaf`), amely egy egészt tartalmaz
- Binárisfa-struktúrák különböző nyelveken

```
% Struktúra deklarációk C-ben
enum treetype Node, Leaf;
struct tree {
  enum treetype type;
  union {
    struct { struct tree *left;
             struct tree *right;
           } node;
    struct { int value;
           } leaf;
  } u;
};
```

```
% Adattípus-deklaráció SML-ben

datatype Tree =
         Node of Tree * Tree
       | Leaf of int

% Adattípus-leírás Prologban

 :- type tree --->
        node(tree, tree)
      | leaf(int).
```

Bináris fák összegzése

- Egy bináris fa levélösszegének kiszámítása:
  - csomópont esetén a két részfa levélösszegének összege
  - levél esetén a levélben tárolt egész

```
% C nyelvű (deklaratív) függvény
int sum_tree(struct tree *tree)
{
  switch(tree->type) {
  case Leaf:
   return tree->u.leaf.value;
  case Node:
   return
    sum_tree(tree->u.node.left) +
    sum_tree(tree->u.node.right);
    }
}
```

```
% SML függvény
fun sum_tree( Node(Left,Right) )
         = sum_tree Left +
           sum_tree Right
  | sum_tree( Leaf(Val) ) = Val


% Prolog eljárás (predikátum)
sum_tree(leaf(Value), Value).
sum_tree(node(Left,Right), S) :-
        sum_tree(Left, S1),
        sum_tree(Right, S2),
        S is S1+S2.
```

Bináris fák összegzése

- Prolog példafutás

```
% sicstus -f
SICStus 3.10.0 (x86-linux-glibc2.1): Tue Dec 17 15:12:52 CET 2002
Licensed to BUTE DP course
| ?- consult(tree).
% consulting /home/szeredi/peldak/tree.pl...
% consulted /home/szeredi/peldak/tree.pl in module user, 0 msec 704 bytes
yes
| ?- sum_tree(node(leaf(5),
                  node(leaf(3), leaf(2))), Sum).
Sum = 10 ? ;
no
| ?- sum_tree(Tree, 10).
Tree = leaf(10) ? ;
! Instantiation error in argument 2 of is/2
! goal:  10 is _73+_74
| ?- halt.
%
```

- A hiba oka: a beépített aritmetika egyirányú: a `10 is S1+S2` hívás hibát jelez!

Peano aritmetika — összeadás

- A természetes számok halmazán az összeadást definiálhatjuk a Peano axiómákkal ha a számokat az `s(X)` „rákövetkező” függvény segítségével ábrázoljuk:
  `1 = s(0), 2 = s(s(0)), 3 = s(s(s(0))), ...` (Peano ábrázolás).

```
% plus(X, Y, Z): X és Y összege Z (X, Y, Z Peano ábrázolású).
plus(0, X, X).                    % 0+X = X.
plus(s(X), Y, s(Z)) :-
        plus(X, Y, Z).            % s(X)+Y = s(X+Y).
```

- A `plus` predikátum több irányban is használható:

```
| ?- plus(s(0), s(s(0)), Z).        Z = s(s(s(0))) ? ; no     %  1+2 = 3

| ?- plus(s(0), Y, s(s(s(0)))).     Y = s(s(0)) ? ; no        %  3-1 = 2

| ?- plus(X, Y, s(s(0))).           X = 0, Y = s(s(0)) ? ;    %  2 = 0+2
                                    X = s(0), Y = s(0) ? ;    %  2 = 1+1
                                    X = s(s(0)), Y = 0 ? ;    %  2 = 2+0
                                    no
| ?-
```

Adott összegű fák építése

- Adott összegű fát építő eljárás Peano aritmetikával:

```
sum_tree(leaf(Value), Value).
sum_tree(node(Left, Right), S) :-
        plus(S1, S2, S),
        S1 \= 0, S2 \= 0,      % X \= Y beépített eljárás, jelentése:
                               % X  és Y nem egyesíthető
                               % A 0-t kizárjuk, mert különben ∞ sok megoldás van.
        sum_tree(Left, S1),
        sum_tree(Right, S2).
```

- Az eljárás futása:

```
| ?- sum_tree(Tree, s(s(s(0)))).
Tree = leaf(s(s(s(0)))) ? ;                                  % 3
Tree = node(leaf(s(0)),leaf(s(s(0)))) ? ;                    % (1+2)
Tree = node(leaf(s(0)),node(leaf(s(0)),leaf(s(0)))) ? ;      % (1+(1+1))
Tree = node(leaf(s(s(0))),leaf(s(0))) ? ;                    % (2+1)
Tree = node(node(leaf(s(0)),leaf(s(0))),leaf(s(0))) ? ;      % ((1+1)+1)
no
```

A Prolog adatfogalma, a Prolog kifejezés

- konstans (*atomic*)
  - számkonstans (*number*) — egész vagy lebegőpontos, pl. `1, -2.3, 3.0e10`
  - névkonstans (*atom*), pl. `'István', ispow, +, -, <, sum_tree`
- összetett- vagy struktúra-kifejezés (*compound*)
  - ún. kanonikus alak: $\langle$ struktúranév $\rangle$ `(`$\langle$ arg_1 $\rangle$, ... `)`
    - a $\langle$ struktúranév $\rangle$ egy névkonstans, az $\langle$ arg_i $\rangle$ argumentumok tetszőleges Prolog kifejezések
    - példák: `leaf(1), person(william,smith,2003,1,22), <(X,Y), is(X, +(Y,1))`
  - szintaktikus „édesítőszerek”, pl. operátorok: `X is Y+1` $\equiv$ `is(X, +(Y,1))`
- változó (*var*)
  - pl. `X, Szulo, X2, _valt, _, _123`
  - a változó alaphelyzetben behelyettesítetlen, értékkel nem bír, az egyesítés (mintaillesztés) művelete során egy tetszőleges Prolog kifejezést vehet fel értékül (akár egy másik változót)

A PROLOG NYELV KÖZELÍTŐ SZINTAXISA

Predikátumok, klózok

- Példa:

```
% két klózból álló predikátum definíciója, funktora: sum_tree/2
sum_tree(leaf(Val), Val).              %                    1. klóz, tényállítás
sum_tree(node(Left,Right), S) :-       %             fej   \
        sum_tree(Left, S1),            % cél        \       |
        sum_tree(Right, S2),           % cél        | törzs | 2. klóz, szabály
        S is S1+S2.                    % cél        /       /
```

- Szintaxis:

⟨ Prolog program ⟩	::=	⟨ predikátum ⟩ ...	
⟨ predikátum ⟩	::=	⟨ klóz ⟩ ...	{azonos funktorú}
⟨ klóz ⟩	::=	⟨ tényállítás ⟩.␣ |	
		⟨ szabály ⟩.␣	{klóz funktora = fej funktora}
⟨ tényállítás ⟩	::=	⟨ fej ⟩	
⟨ szabály ⟩	::=	⟨ fej ⟩ :- ⟨ törzs ⟩	
⟨ törzs ⟩	::=	⟨ cél ⟩, ...	
⟨ cél ⟩	::=	⟨ kifejezés ⟩	
⟨ fej ⟩	::=	⟨ kifejezés ⟩	

Prolog programok formázása

- Programok javasolt formázása:
  - Az egy predikátumhoz tartozó klózok legyenek egymás mellett a programban, közéjük ne tegyünk üres sort. A predikátumokat válasszuk el üres sorokkal.
  - A klózfejet írjuk sor elejére, minden célt lehetőleg külön sorba, néhány szóközzel beljebb kezdve

Prolog kifejezések

- Példa — egy klózfej mint kifejezés:

```
%     sum_tree(node(Left,Right), S)    % összetett kif., funktora sum_tree/2
%     ________ _________________  _
%        |         |              |
% struktúranév     |              argumentum, változó
%                  \- argumentum, összetett kif.
```

- Szintaxis:

⟨ kifejezés ⟩	::=	⟨ változó ⟩ |	{Nincs funktora}
		⟨ konstans ⟩ |	{Funktora: ⟨ konstans ⟩ / 0}
		⟨ összetett kifejezés ⟩ |	{Funktora: ⟨ struktúranév ⟩ / ⟨ arg.szám ⟩}
		(⟨ kifejezés ⟩)	{Operátorok miatt, ld. később}
⟨ konstans ⟩	::=	⟨ névkonstans ⟩ |	
		⟨ számkonstans ⟩	
⟨ számkonstans ⟩	::=	⟨ egész szám ⟩ |	
		⟨ lebegőpontos szám ⟩	
⟨ összetett kifejezés ⟩	::=	⟨ struktúranév ⟩ (⟨ argumentum ⟩, . . .)	
⟨ struktúranév ⟩	::=	⟨ névkonstans ⟩	
⟨ argumentum ⟩	::=	⟨ kifejezés ⟩	

Lexikai elemek

- Példák:

```
% változó:            Fakt FAKT _fakt X2 _2 _
% névkonstans:        fakt ≡ 'fakt' 'István' [] ; ',' += ** \= ≡ '\\='
% számkonstans:       0 -123 10.0 -12.1e8
% nem névkonstans:    !=, Istvan
% nem számkonstans:   1e8 1.e2
```

- Szintaxis:

⟨ változó ⟩ ::= ⟨ nagybetű ⟩⟨ alfanumerikus jel ⟩... |
_ ⟨ alfanumerikus jel ⟩...

⟨ névkonstans ⟩ ::= ' ⟨ idézett karakter kar ⟩... ' |
⟨ kisbetű ⟩⟨ alfanumerikus jel ⟩... |
⟨ tapadó jel ⟩... | ! | ; | [] | {}

⟨ egész szám ⟩ ::= {előjeles vagy előjeltelen számjegysorozat}

⟨ lebegőpontos szám ⟩ ::= {belsejében tizedespontot tartalmazó
számjegysorozat esetleges exponenssel}

⟨ idézett karakter ⟩ ::= {tetszőleges nem ' és nem \ karakter} | \ ⟨ escape szekvencia ⟩

⟨ alfanumerikus jel ⟩ ::= ⟨ kisbetű ⟩ | ⟨ nagybetű ⟩ | ⟨ számjegy ⟩ | _

⟨ tapadó jel ⟩ ::= + | − | * | / | \ | $ | ^ | < | > | = | ` | ~ | : | . | ? | @ | # | &

Szintaktikus édesítőszer: operátorok

- Példa:

```
% S is -S1+S2 ekvivalens az is(S, +(-(S1),S2)) kifejezéssel
```

- Operátoros kifejezések

⟨ összetett kifejezés ⟩ ::=	
⟨ struktúranév ⟩ (⟨ argumentum ⟩, . . .)	{eddig csak ez volt}
| ⟨ argumentum ⟩ ⟨ operátornév ⟩ ⟨ argumentum ⟩	{infix kifejezés}
| ⟨ operátornév ⟩ ⟨ argumentum ⟩	{prefix kifejezés}
| ⟨ argumentum ⟩ ⟨ operátornév ⟩	{posztfix kifejezés}
⟨ operátornév ⟩ ::= ⟨ struktúranév ⟩	{ha operátorként lett definiálva}

- Operátor-kezelő beépített predikátumok:
  - `op(Prioritás, Fajta, OpNév)` vagy `op(Prioritás, Fajta, [OpNév`$_1$`,OpNév`$_2$`,...])`:
    - `Prioritás`: 0–1200 közötti egész
    - `Fajta`: az `yfx`, `xfy`, `xfx`, `fy`, `fx`, `yf`, `xf` névkonstansok egyike
    - `OpNév`: tetszőleges névkonstans
    - pozitív prioritás esetén definiálja az operátor(oka)t, 0 prioritás esetén megszünteti azokat.
  - `current_op(Prioritás, Fajta, OpNév)`: felsorolja a definiált operátorokat.

Szabványos, beépített operátorok

Szabványos operátorok

```
1200  xfx  :- -->
1200   fx  :- ?-
1100  xfy  ;
1050  xfy  ->
1000  xfy  ','
 900   fy  \+
 700  xfx  < = \= =..
           =:= =< == \==
           =\= > >= is
           @< @=< @> @>=
 500  yfx  + - /\ \/
 400  yfx  * / // rem
           mod << >>
 200  xfx  **
 200  xfy  ^
 200   fy  - \
```

Egyéb beépített operátorok SICStus Prologban

```
1150   fx  dynamic multifile
           block meta_predicate
 900   fy  spy nospy
 550  xfy  :
 500  yfx  #
 500   fx  +
```

Operátorok jellemzői

- Egy operátort jellemez a fajtája és prioritása
- A fajta meghatározza az operátor-osztályt (írásmódot) és az asszociatívitást:

Fajta			Osztály	Értelmezés
bal-asszoc.	jobb-asszoc.	nem-asszoc.		
`yfx`	`xfy`	`xfx`	infix	`X f Y` ≡ `f(X, Y)`
	`fy`	`fx`	prefix	`f X` ≡ `f(X)`
`yf`		`xf`	posztfix	`X f` ≡ `f(X)`

- Több-operátoros kifejezésben a zárójelezést a prioritás és az asszociatívitás határozza meg, pl.
  - `a/b+c*d` ≡ `(a/b)+(c*d)` mert `/` és `*` prioritása 400, ami **kisebb** mint a `+` prioritása (500) (kisebb prioritás = **erősebb** kötés).
  - `a+b+c` ≡ `(a+b)+c` mert a `+` operátor fajtája `yfx`, azaz bal-asszociatív — balra köt, balról jobbra zárójelez (a fajtanévben az `y` betű mutatja az asszociatívitás irányát)
  - `a^b^c` ≡ `a^(b^c)` mert a `^` operátor fajtája `xfy`, azaz jobb-asszociatív (jobbra köt, jobbról balra zárójelez)
  - `a=b=c` szintaktikusan hibás, mert az `=` operátor fajtája `xfx`, azaz nem-asszociatív

Operátorok: zárójelezés

- Induljunk ki egy teljesen zárójelezett, több operátort tartalmazó kifejezésből!
- Egy részkifejezés prioritása a (legkülső) operátorának a prioritása.
- Egy op prioritású operátor ap prioritású argumentumát körülvevő zárójelpár elhagyható ha:
  - $ap < op$ pl. `a+(b*c)` $\equiv$ `a+b*c` ($ap = 400, op = 500$)
  - $ap = op$, jobb-asszociatív operátor jobboldali argumentuma esetén, pl. `a^(b^c)` $\equiv$ `a^b^c` ($ap = 200, op = 200$)
  - $ap = op$, bal-asszociatív operátor baloldali argumentuma esetén, pl. `(1+2)+3` $\equiv$ `1+2+3`. Kivétel: ha a baloldali argumentum operátora jobb-asszociatív, azaz az előző feltétel alkalmazható.
- Példa a kivétel esetére:
  - ```
    :- op(500, xfy, +^).
    | ?- :- write((1 +^ 2) + 3), nl.  ⇒ (1+^2)+3
    | ?- :- write(1 +^ (2 + 3)), nl.  ⇒ 1+^2+3
    ```
  - tehát: konfliktus esetén az első operátor asszociativitása „győz”.
    ```

Operátorok — kiegészítő megjegyzések

- Azonos nevű, azonos osztályba tartozó operátorok egyidejűleg nem megengedettek.
- Egy program szövegében direktívákkal definiálhatunk operátorokat, pl.

```
:- op(500, xfx, --).                :- op(450, fx, @).

sum_tree(@V, V).                    (...)
```

- A „vessző” kettős szerepe
  - struktúra-kifejezés argumentumait választja el
  - 1000 prioritású `xfy` operátorként működik pl.: `(p :- a,b,c) = :-(p,',',(a,',',(b,c)))`
  - a „pucér” vessző `(,)` nem névkonstans, de operátorként aposztrofok nélkül is írható.
  - struktúra-argumentumban 999-nél nagyobb prioritású kifejezést zárójelezni kell:

```
| ?- write_canonical((a,b,c)).   ⇒ ',',(a,',',(b,c))
| ?- write_canonical(a,b,c).     ⇒ ! procedure write_canonical/3 does not exist
```

- Az egyértelmű elemezhetőség érdekében a Prolog szabvány kiköti, hogy
  - operandusként előforduló operátort zárójelbe kell tenni, pl. `Comp = (>)`
  - nem létezhet azonos nevű infix és posztfix operátor.
- Sok Prolog rendszerben nem kötelező betartani ezeket a megszorításokat.

Operátorok felhasználása

- Mire jók az operátorok?
  - aritmetikai eljárások kényelmes irására, pl. `X is (Y+3) mod 4`
  - aritmetikai kifejezések szimbolikus feldolgozására (pl. szimbolikus deriválás)
  - klózok leírására (`:-` és `','` is operátor)
  - klózok átadhatók meta-eljárásoknak, pl `asserta( (p(X):-q(X),r(X)) )`
  - eljárásfejek, eljáráshívások olvashatóbbá tételére:

```
:- op(800, xfx, [nagyszülője, szülője]).

Gy nagyszülője N :-  Gy szülője Sz, Sz szülője N.
```

  - adatstruktúrák olvashatóbbá tételére, pl.

```
:- op(100, xfx, [.]).

sav(kén, h.2-s-o.4).
```

- Miért rosszak az operátorok?
  - egyetlen globális erőforrás, ez nagyobb projektben gondot okozhat.

Aritmetika Prologban

- Az operátorok teszik lehetővé azt is, hogy a matematikában ill. más programozási nyelvekben megszokott módon írhassunk le aritmetikai kifejezéseket.
- Az `is` beépített predikátum egy aritmetikai kifejezést vár a jobboldalán (2. argumentumában), azt kiértékeli, és az eredményt egyesíti a baloldali argumentummal
- Az `=:=` beépített predikátum mindkét oldalán aritmetikai kifejezést vár, azokat kiértékeli, és csakkor sikerül, ha az értékek megegyeznek.
- Példák:

```
| ?- X = 1+2, write(X), write('  '), write_canonical(X), Y is X.
⇒            1+2                        +(1,2)    ⟹ X = 1+2, Y = 3 ? ; no
| ?- X = 4, Y is X/2, Y =:= 2.    ⟹ X = 4, Y = 2.0 ? ; no
| ?- X = 4, Y is X/2, Y = 2.      ⟹ no
```

- **Fontos**: az aritmetikai operátorokkal (+,-,...) képzett kifejezések **összetett Prolog kifejezés**t jelentenek. Csak az aritmetikai beépített predikátumok értékelik ki ezeket!
- A Prolog kifejezések alapvetően szimbolikusak, az aritmetikai kiértékelés a „kivétel”.

Klasszikus szimbolikus kifejezés-feldolgozás: deriválás

- Írjunk olyan Prolog predikátumot, amely számokból és az `x` névkonstansból a `+, -, *` műveletekkel képzett kifejezések deriválását elvégzi!

```
% deriv(Kif, D):  Kif-nek az x szerinti deriváltja D.
deriv(x, 1).
deriv(C, 0) :-                      number(C).
deriv(U+V, DU+DV) :-                deriv(U, DU), deriv(V, DV).
deriv(U-V, DU-DV) :-                deriv(U, DU), deriv(V, DV).
deriv(U*V, DU*V + U*DV) :-          deriv(U, DU), deriv(V, DV).

| ?- deriv(x*x+x, D).
  ⟹  D = 1*x+x*1+1 ? ; no

| ?- deriv((x+1)*(x+1), D).
  ⟹  D = (1+0)*(x+1)+(x+1)*(1+0) ? ; no

| ?- deriv(I, 1*x+x*1+1).
  ⟹  I = x*x+x ? ; no

| ?- deriv(I, 0).
  ⟹  no
```

Operátoros példa: polinom behelyettesítési értéke

- Formula: számokból és az ‘`x`’ névkonstansból ‘`+`’ és ‘`*`’ operátorokkal felépülő kifejezés.
- A feladat: Egy formula értékének kiszámolása egy adott `x` érték esetén.

```
% erteke(Kif, X, E): A Kif formula értéke E, az x=X behelyettesítéssel.
erteke(x, X, E) :-
        E = X.
erteke(Kif, _, E) :-
        number(Kif), E = Kif.
erteke(K1+K2, X, E) :-
        erteke(K1, X, E1),
        erteke(K2, X, E2),
        E is E1+E2.
erteke(K1*K2, X, E) :-
        erteke(K1, X, E1),
        erteke(K2, X, E2),
        E is E1*E2.

| ?- erteke((x+1)*x+x+2*(x+x+3), 2, E).
E = 22 ? ;
no
```

LISTÁK PROLOGBAN

A Prolog lista-fogalma

- A Prolog lista
  - Az üres lista a `[]` névkonstans. A nem-üres lista `'.'(Fej,Farok)` struktúra ahol
    - `Fej` a lista feje (első eleme), míg
    - `Farok` a lista farka, azaz a fennmaradó elemekből álló lista.
  - A listák írhatók egyszerűsített alakban („szintaktikus édesítés”).
  - Megvalósításuk optimalizált, időben és helyben is hatékonyabb, mint a „közönséges” struktúráké.
- Példa

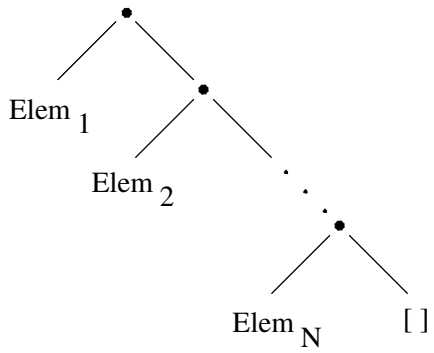
```
számlista(.(E,L)) :-
    number(E), számlista(L).
számlista([]).

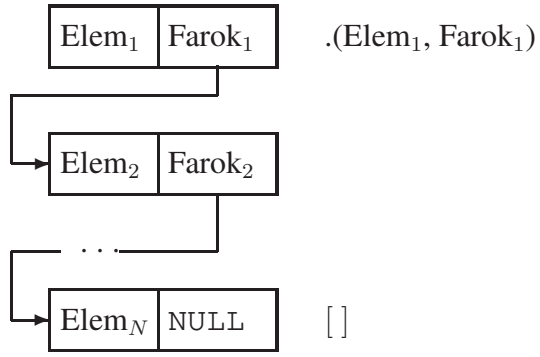
| ?- listing(számlista).
számlista([A|B]) :-
    number(A),
    számlista(B).
számlista([]).

| ?- számlista([1,2]).    %  [1,2] == .(1,.(2,[])) == [1|[2|[]]]
     yes
| ?- számlista([1,a,f(2)]).
     no
```

Listák írásmódjai

- Egy N elemű lista lehetséges írásmódjai:
  - alapstruktúra-alak: `.(Elem`$_1$`,.(Elem`$_2$`,...,.(Elem`$_N$`,[])...))`
  - ekvivalens lista-alak: `[Elem`$_1$`,Elem`$_2$`,...,Elem`$_N$`]`
  - kevésbe kényelmes ekvivalens alak: `[Elem`$_1$`|[Elem`$_2$`|...|[ Elem`$_N$`|[] ] ...]]`
- A listák fastruktúra alakja és megvalósítása





Listák jelölése — szintaktikus édesítőszerek

- az alapvető édesítés: `[Fej|Farok]` $\equiv$ `.(Fej, Farok)`
- N-szeri alkalmazás kevesebb zárójellel:
  `[Elem`$_1$`,Elem`$_2$`,...,Elem`$_N$`|Farok]` $\equiv$
  `[Elem`$_1$`|[Elem`$_2$`|...|[Elem`$_N$`|Farok]...]]`
- Ha a farok `[]`: `[Elem`$_1$`,Elem`$_2$`,...,Elem`$_N$`]` $\equiv$ `[Elem`$_1$`,Elem`$_2$`,...,Elem`$_N$`|[]]`

```
| ?- [1,2] = [X|Y].                  ⇒ X = 1, Y = [2] ?
| ?- [1,2] = [X,Y].                  ⇒ X = 1, Y = 2 ?
| ?- [1,2,3] = [X|Y].                ⇒ X = 1, Y = [2,3] ?
| ?- [1,2,3] = [X,Y].                ⇒ no
| ?- [1,2,3,4] = [X,Y|Z].            ⇒ X = 1, Y = 2, Z = [3,4] ?
| ?- L = [1|_], L = [_,2|_].         ⇒ L = [1,2|_A] ? % nyílt végű
| ?- L = .(1,[2,3|[]]).              ⇒ L = [1,2,3] ?
| ?- L = [1,2|.(3,[])].              ⇒ L = [1,2,3] ?
| ?- [X|[3-Y/X|Y]]= .(A, [A-B,6]).  ⇒ A=3, B=[6]/3, X=3, Y=[6] ?
```

Tömör és minta-kifejezések, lista-minták, nyílt végű listák

- (Ismétlés:) Tömör (ground) kifejezés: változót nem tartalmazó kifejezés
- Minta: egy általában nem nem tömör kifejezés, mindazon kifejezéseket „képviseli”, amelyek belőle változó-behelyettesítéssel előállnak.
- Lista-minta: listát (is) képviselő minta.
- Nyílt végű lista: olyan lista-minta, amely bármilyen hosszú listát is képvisel.
- Zárt végű lista: olyan lista(-minta), amely egyféle hosszú listát képvisel.

Zárt végű	Milyen listákat képvisel
`[X]`	egyelemű
`[X,Y]`	kételemű
`[X,X]`	két egyforma elemből álló
`[X,1,Y]`	3 elemből áll, 2. eleme `1`

Nyílt végű	Milyen listákat képvisel
`X`	tetszőleges
`[X|Y]`	nem üres (legalább 1 elemű)
`[X,Y|Z]`	legalább 2 elemű
`[a,b|Z]`	legalább 2 elemű, elemei: `a, b, ...`

A logikai változó

- A logikai változó fogalma:
  - kifejezésként, kifejezésben egyaránt előfordulhat, vö. a változókat a (lista) mintákban.
  - két változó azonossá tehető (azaz egyesíthető): pl. két azonos változó egy kifejezésben.
  - a változó „teljes jogú” állampolgár a (rész)kifejezések világában
- SML-ben is van mintaillesztés, de a minta csak szétszedésre használható, összerakásra nem; a mintabeli változók mindig (tömör) értéket kapnak.
- (Egyes újabb funkcionális nyelvek, pl. az Oz nyelv, támogatják a logikai változókat.)
- Példa: Az alábbi célsorozat egy két **azonos** elemből álló listát épít fel az `L` változóban. Az elemek értéke **azonos** lesz a célsorozatbeli `X` változóval:

```
első_eleme([E|_], E).
második_eleme([_,E|_], E).
```

```
| ?- első_eleme(L, X), második_eleme(L, X). ⟹ L = [X,X|_A] ? ; no
```

- Ha az egyesített változók bármelyike értéket kap, a többi is erre az értékre helyettesítődik:

```
| ?- első_eleme(L, X), második_eleme(L, X), X = alma.
                                ⟹ X = alma, L = [alma,alma|_A] ? ; no
| ?- első_eleme(L, X), második_eleme(L, X), második_eleme(L, bor)
                                ⟹ X = bor, L = [bor,bor|_A] ? ; no
```

Listák összefűzése: az `append/3` eljárás

- `append(L1, L2, L3)`: Az `L3` lista az `L1` és `L2` listák elemeinek egymás után fűzésével áll elő (jelöljük: `L3` = `L1`⊕`L2`) — két megoldás:

```
append0([], L2, L) :- L = L2.
append0([X|L1], L2, L) :-
    append0(L1, L2, L3), L = [X|L3].
```

```
append([], L, L).
append([X|L1], L2, [X|L3]) :-
    append(L1, L2, L3).
```

```
    > append0([1,2,3],[4],A)
(2) > append0([2,3],[4],B), A=[1|B]
(2) > append0([3],[4],C), B=[2|C], A=[1|B]
(2) > append0([],[4],D),C=[3|D],B=[2|C],A=[1|B]
(1) > D=[4], C=[3|D], B=[2|C], A=[1|B]
BIP > C=[3,4], B=[2|C], A=[1|B]
BIP > B=[2,3,4], A=[1|B]
BIP > A=[1,2,3,4]
BIP > []
L = [1,2,3,4] ?
```

```
    > append([1,2,3],[4],A), write(A)
(2) > append([2,3],[4],B), write([1|B])
(2) > append([3],[4],C), write([1,2|C])
(2) > append([],[4],D), write([1,2,3|D])
(1) > write([1,2,3,4])
[1,2,3,4]
BIP > []
L = [1,2,3,4] ?
```

- Az `append0/append(L1, ...)` komplexitása: futási ideje arányos `L1` hosszával.
- Miért jobb az `append/3` mint az `append0/3`?
  - `append/3` **jobbrekurzív**, ciklussal ekvivalens (nem fogyaszt vermet)
  - `append([1,...,1000],[0],[2,...])` azonnal, `append0(...)` 1000 lépésben hiúsul meg
  - `append/3` használható szétszedésre is (lásd később), míg `append0/3` nem.

Lista építése *elölről* — nyílt végű listákkal

- Az append eljárás már az első redukciónál felépíti az eredmény fejét!
  (az eredményparaméter egy lista-minta lesz, a farok még ismeretlen, vö. logikai változó)

```
append([], L, L).
append([X|L1], L2, [X|L3]) :-     append(L1, L2, L3).
| ?- append([1,2,3], [4], Ered) ⟹  Ered = [1|A], append([2,3], [4], A)
```

- Haladó nyomkövetési lehetőségek ennek demonstrálására
  - `library(debugger_examples)` — példák a nyomkövető programozására, új parancsokra
  - új parancs: ‘`N` ⟨ név ⟩’ — fókuszált argumentum elnevezése
  - szabványos parancs: ‘`^` ⟨ argszám ⟩’ — adott argumentumra fókuszálás
  - új parancs: ‘`P` [⟨ név ⟩]’ — adott nevű (ill összes) kifejezés kiiratása

```
| ?- use_module(library(debugger_examples)).
| ?- trace, append([1,2,3],[4,5,6],A).
        1      1 Call: append([1,2,3],[4,5,6],_543) ? ^ 3
        1      1 Call: ^3 _543 ? N Ered
        1      1 Call: ^3 _543 ? P                      ⇒  Ered = _543
        2      2 Call: append([2,3],[4,5,6],_2700) ? P  ⇒  Ered = [1|_2700]
        3      3 Call: append([3],[4,5,6],_3625) ? P    ⇒  Ered = [1,2|_3625]
        4      4 Call: append([],[4,5,6],_4550) ? P     ⇒  Ered = [1,2,3|_4550]
        4      4 Exit: append([],[4,5,6],[4,5,6]) ? P   ⇒  Ered = [1,2,3,4,5,6]
        3      3 Exit: append([3],[4,5,6],[3,4,5,6]) ?
        2      2 Exit: append([2,3],[4,5,6],[2,3,4,5,6]) ?
        1      1 Exit: append([1,2,3],[4,5,6],[1,2,3,4,5,6]) ?
⇒  A = [1,2,3,4,5,6] ? ; no
```

Listák megfordítása

- Naív (négyzetes lépésszámú) megoldás

```
% nrev(L, R): Az R lista az L megfordítása.
nrev([], []).
nrev([X|L], R) :-
    nrev(L, RL),
    append(RL, [X], R).
```

- Lineáris lépésszámú megoldás

```
% reverse(R, L): Az R lista az L megfordítása.
reverse(R, L) :-  revapp(L, [], R).

% revapp(L1, L2, R): L1 megfordítását L2 elé fűzve kapjuk R-t.
revapp([], R, R).
revapp([X|L1], L2, R) :-
    revapp(L1, [X|L2], R).
```

- A `lists` könyvtár tartalmazza az `append/3` és `reverse/2` eljárások definícióját.
- A könyvtár betöltése:

```
:- use_module(library(lists)).
```

append és revapp — listák gyűjtési iránya

- Prolog megvalósítás

```
append([], L, L).
append([X|L1], L2, [X|L3]) :-
    append(L1, L2, L3).
```

```
revapp([], L, L).
revapp([X|L1], L2, L3) :-
    revapp(L1, [X|L2], L3).
```

- C++ megvalósítás

```
struct link   { link *next;
                char elem;
                link(char e): elem(e) {}
              };
typedef link *list;
```

```
list append(list list1, list list2)
{ list list3, *lp = &list3;
  for (list p=list1; p; p=p->next)
  { list newl = new link(p->elem);
    *lp = newl; lp = &newl->next;
  }
  *lp = list2;
  return list3;
}
```

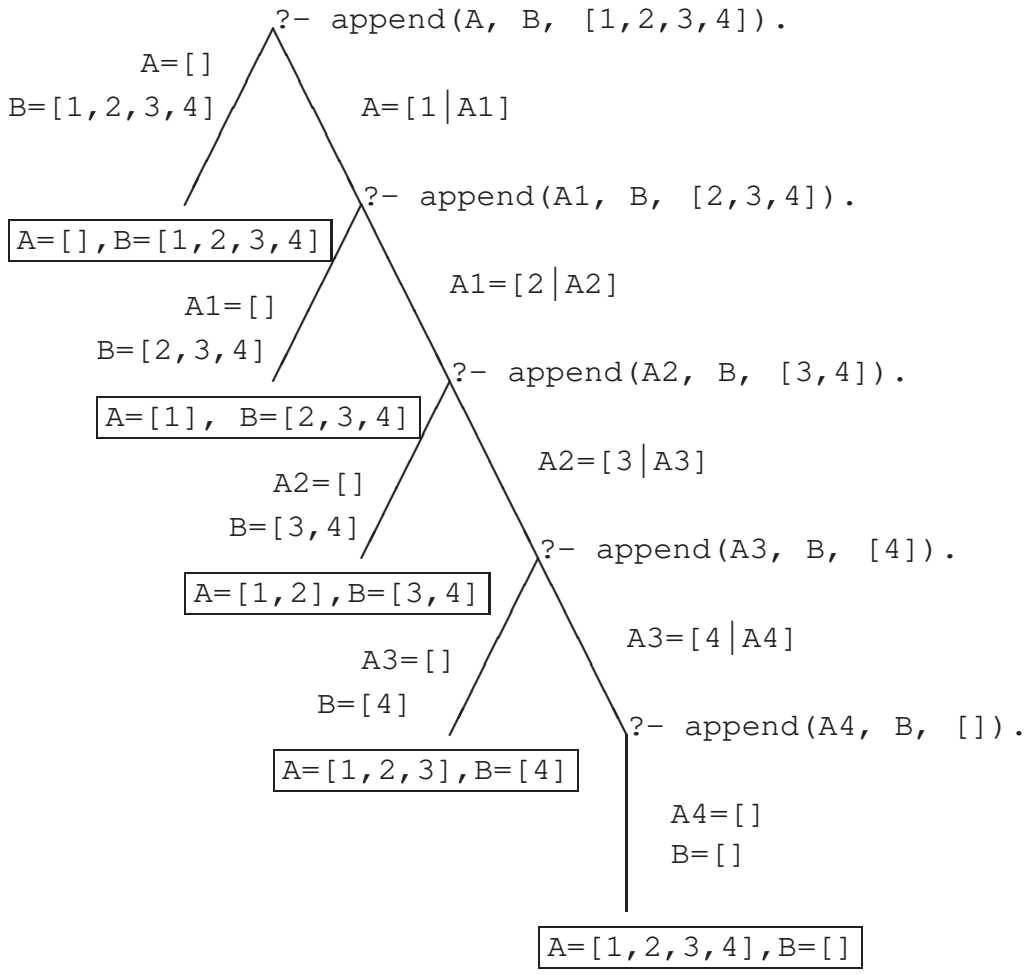
```
list revapp(list list1, list list2)
{ list l = list2;
  for (list p=list1; p; p=p->next)
  { list newl = new link(p->elem);
    newl->next = l; l = newl;
  }

  return l;
}
```

Listák szétbontása az `append/3` segítségével

```
% append(L1, L2, L3):
% Az L3 lista az L1 és L2
% listák elemeinek egymás
% után fűzésével áll elő.
append([], L, L).
append([X|L1], L2, [X|L3]) :-
    append(L1, L2, L3).

| ?- append(A, B, [1,2,3,4]).
A = [], B = [1,2,3,4] ? ;
A = [1], B = [2,3,4] ? ;
A = [1,2], B = [3,4] ? ;
A = [1,2,3], B = [4] ? ;
A = [1,2,3,4], B = [] ? ;
no
```



Variációk `appendre` 1. — Három lista összefűzése

- Az `append/3` keresési tere **véges**, ha első és harmadik argumentuma közül legalább az egyik zárt végű lista.
- `append(L1,L2,L3,L123)`: `L1` ⊕ `L2` ⊕ `L3` = `L123`

```
append(L1, L2, L3, L123) :-
        append(L1, L2, L12), append(L12, L3, L123).
```

  - Nem hatékony, pl.: `append([1,...,100],[1,2,3],[1], L)` 103 helyett 203 lépés!
  - Szétszedésre nem alkalmas — végtelen választási pontot hoz létre
- Szétszedésre is alkalmas, hatékony változat

```
% L1 ⊕ L2 ⊕ L3 = L123, ahol vagy L1 és L2, vagy L123 adott (zárt végű).
append(L1, L2, L3, L123) :-
        append(L1, L23, L123), append(L2, L3, L23).
```

  - Az első `append/3` hívás nyílt végű listát állít elő:

    `| ?- append([1,2], L23, L).` ⇒ `L = [1,2|L23] ?`
  - Az `L3` argumentum behelyettesítettsége (nyílt vagy zárt végű lista-e) nem számít.

Mintakeresés append/3-mal

- Párban előforduló elemek

```
% párban(Lista, Elem): A Lista számlistának Elem olyan
% eleme, amelyet egy ugyanilyen elem követ.
párban(L, E) :-
    append(_, [E,E|_], L).

| ?- párban([1,8,8,3,4,4], E).
        E = 8 ? ; E = 4 ? ; no
```

- Dadogó részek

```
% dadogó(L, D): D olyan nem üres részlistája L-nek,
% amelyet egy vele megegyező részlista követ.
dadogó(L, D) :-
        append(_, Farok, L),
        D = [_|_],
        append(D, Vég, Farok),
        append(D, _, Vég).

| ?- dadogó([2,2,1,2,2,1], D).
        D = [2] ? ; D = [2,2,1] ? ; D = [2] ? ; no
```

Keresés listában

- `member(E, L)`: `E` az `L` lista eleme

```
member(Elem, [Elem|_]).
member(Elem, [_|Farok]) :-
        member(Elem, Farok).
```

```
member(Elem, [Fej|Farok]) :-
        (   Elem = Fej
        ;   member(Elem, Farok)
        ).
```

- A `member/2` felhasználási lehetőségei
  - Eldöntendő (igen-nem) kérdés:

    `| ?- member(2, [1,2,3]).` ⇒ `yes`
  - Lista elemeinek felsorolása:

    `| ?- member(X, [1,2,3]).` ⇒ `X = 1 ? ; X = 2 ? ; X = 3 ? ; no`

    `| ?- member(X, [1,2,1]).` ⇒ `X = 1 ? ; X = 2 ? ; X = 1 ? ; no`
  - Listák közös elemeinek felsorolása – mindkét fenti hívásmintát használja:

    `| ?- member(X, [1,2,3]), member(X, [5,4,3,2,3]).` ⇒ `X = 2 ? ; X = 3 ? ; X = 3 ? ; no`
  - Egy értéket egy (nyílt végű) lista elemévé tesz, végtelen választás!

    `| ?- member(1, L).` ⇒ `L = [1|_A] ? ; L = [_A,1|_B] ? ; L = [_A,_B,1|_C] ? ; ...`
- A `member/2` keresési tere **véges**, ha második argumentuma zárt végű lista.

member/2 általánosítása: select/3

- `select(Elem, Lista, Marad)`: `Elem`et a `Lista`ból elhagyva marad `Marad`.

```
select(Elem, [Elem|Marad], Marad).      % Elhagyjuk a fejet, marad a farok.
select(Elem, [X|Farok], [X|Marad0]) :-  % Marad a fej,
        select(Elem, Farok, Marad0).    %    a farokból hagyunk el elemet.
```

- Felhasználási lehetőségek:

```
| ?- select(1, [2,1,3], L).             % Adott elem elhagyása
        L = [2,3] ? ; no
| ?- select(X, [1,2,3], L).             % Akármelyik elem elhagyása
        L=[2,3], X=1 ? ;  L=[1,3], X=2 ? ;   L=[1,2], X=3 ? ; no
| ?- select(3, L, [1,2]).               % Adott elem beszúrása!
        L = [3,1,2] ? ; L = [1,3,2] ? ; L = [1,2,3] ? ; no
| ?- select(3, [2|L], [1,2,7,3,2,1,8,9,4]).
                                        % Beszúrható-e 3 az [1,...]-ba
        no                              % úgy, hogy [2,...]-t kapjunk?
| ?- select(1, [X,2,X,3], L).
        L = [2,1,3], X = 1 ? ; L = [1,2,3], X = 1 ? ; no
```

- A `lists` könyvtár tartalmazza a `member/2` és `select/3` eljárások definícióját is.
- A `select/3` keresési tere **véges**, ha 2. és 3. argumentuma közül legalább az egyik zárt végű.

Listák permutációja

- `permutation(Lista, Perm)`: `Lista` permutációja a `Perm` lista.
  (Az alábbi definíció a `library(lists)` könyvtárból származik:)

```
permutation([], []).
permutation(Lista, [Elso|Perm]) :-
        select(Elso, Lista, Maradek),
        permutation(Maradek, Perm).
```

- Felhasználási példák:

```
| ?- permutation([1,2], L).
        L = [1,2] ? ; L = [2,1] ? ; no
| ?- permutation([a,b,c], L).
        L = [a,b,c] ? ; L = [a,c,b] ? ; L = [b,a,c] ? ;
        L = [b,c,a] ? ; L = [c,a,b] ? ; L = [c,b,a] ? ;
        no
| ?- permutation(L, [1,2]).
        L = [1,2] ? ;
        végtelen keresési tér
```

- Ha `permutation/2`-ben az első argumentum ismeretlen, akkor a `select` hívás keresési tere végtelen!

AZ EGYESÍTÉSI ALGORITMUS

A Prolog alapvető adatkezelő művelete: az egyesítés

- Egyesítés (*unification*): két Prolog kifejezés (pl. egy eljáráshívás és egy klózfej) azonos alakra hozása, változók esetleges behelyettesítésével.
- Példák
  - Bemenő paraméterátadás — a fej változóit helyettesíti be:
    hívás: `nagyszuloje('Imre', Nsz),`
    fej: `nagyszuloje(Gy, N),`
    behelyettesítés: `Gy = 'Imre', N = Nsz`
  - Kimenő paraméterátadás — a hívás változóit helyettesíti be:
    hívás: `szuloje('Imre', Sz),`
    fej: `szuloje('Imre', 'István'),`
    behelyettesítés: `Sz = 'István'`
  - Bemenő/kimenő paraméterátadás — a fej és a hívás változóit is behelyettesíti:
    hívás: `sum_tree(leaf(5), Sum)`
    fej: `sum_tree(leaf(V), V)`
    behelyettesítés: `V = 5, Sum = 5`

Egyesítés: változók behelyettesítése

- A behelyettesítés fogalma
  - A behelyettesítés egy olyan függvény, amely bizonyos változókhoz kifejezéseket rendel.
    - Példa: $\sigma = \{$`X`$\leftarrow$`a`, `Y`$\leftarrow$`s(b,B)`, `Z`$\leftarrow$`C`$\}$. Itt $Dom(\sigma) = \{X, Y, Z\}$
    - A σ behelyettesítés `X`-hez `a`-t, `Y`-hoz `s(b,B)`-t `Z`-hez `C`-t rendeli. Jelölés: $X\sigma = a$ stb.
  - A behelyettesítés-függvény természetes módon kiterjeszthető az összes kifejezésre:
    - $K\sigma$: σ alkalmazása K kifejezésre: σ behelyettesítéseit *egyidejűleg* elvégezzük K-ban.
    - Példa: `f(g(Z,h),A,Y)`$\sigma =$ `f(g(C,h),A,s(b,B))`
  - A σ és θ behelyettesítések kompozíciója ($\sigma \otimes \theta$) — egymás utáni alkalmazásuk
    - A $\sigma \otimes \theta$ behelyettesítés az $x \in Dom(\sigma)$ változókhoz az $(x\sigma)\theta$ kifejezést, a többi $y \in Dom(\theta) \backslash Dom(\sigma)$ változóhoz $y\theta$-t rendeli ($Dom(\sigma \otimes \theta) = Dom(\sigma) \cup Dom(\theta)$):

$$\sigma \otimes \theta = \{\, x \leftarrow (x\sigma)\theta \mid x \in Dom(\sigma)\} \bigcup \{\, y \leftarrow y\theta \mid y \in Dom(\theta) \backslash Dom(\sigma)\,\}$$

    - Pl. $\theta = \{$`X`$\leftarrow$`b`, `B`$\leftarrow$`d`$\}$ esetén $\sigma \otimes \theta = \{$`X`$\leftarrow$`a`, `Y`$\leftarrow$`s(b,d)`, `Z`$\leftarrow$`C`, `B`$\leftarrow$`d`$\}$
- Egy G kifejezés **általánosabb** mint egy S, ha létezik olyan ρ behelyettesítés, hogy $S = G\rho$
  - Példa: $G =$`f(A,Y)` általánosabb mint $S =$`f(1,s(Z))`, mert $\rho = \{$`A`$\leftarrow 1$, `Y`$\leftarrow$`s(Z)`$\}$ esetén $S = G\rho$.

Egyesítés: legáltalánosabb egyesítő

- A és B kifejezések egyesíthetőek ha létezik egy olyan σ behelyettesítés, hogy $A\sigma = B\sigma$. Ezt az $A\sigma = B\sigma$ kifejezést A és B egyesített alakjának nevezzük.
- Két kifejezésnek általában több egyesített alakja lehet.
  - Példa: $A =$`f(X, Y)` és $B =$`f(s(U), U)` egyesített alakja pl.
    - $K_1 =$`f(s(a),a)` a $\sigma_1 = \{$`X`$\leftarrow$`s(a)`, `Y`$\leftarrow$`a`, `U`$\leftarrow$`a`$\}$ behelyettesítéssel
    - $K_2 =$`f(s(U),U)` a $\sigma_2 = \{$`X`$\leftarrow$`s(U)`, `Y`$\leftarrow$`U`$\}$ behelyettesítéssel
    - $K_3 =$`f(s(Y),Y)` a $\sigma_3 = \{$`X`$\leftarrow$`s(Y)`, `U`$\leftarrow$`Y`$\}$ behelyettesítéssel
- A és B legáltalánosabb egyesített alakja egy olyan C kifejezés, amely A és B minden egyesített alakjánál általánosabb
  - A fenti példában K_2 és K_3 legáltalánosabb egyesített alakok
- **Tétel**: A legáltalánosabb egyesített alak, változó-átnevezéstől eltekintve egyértelmű.
- A és B legáltalánosabb egyesítője egy olyan $\sigma = mgu(A, B)$ behelyettesítés, amelyre $A\sigma$ és $B\sigma$ a két kifejezés legáltalánosabb egyesített alakja.
  - A fenti példában σ_2 és σ_3 legáltalánosabb egyesítő.
- **Tétel**: A legáltalánosabb egyesítő, változó-átnevezéstől eltekintve egyértelmű.

Az egyesítési algoritmus

- Az egyesítési algoritmus
  - bemenete: két Prolog kifejezés: A és B
  - feladata: a két kifejezés egyesíthetőségének eldöntése
  - eredménye: sikeresség esetén a legáltalánosabb egyesítő ($mgu(A, B)$) előállítása.
- Az egyesítési algoritmus, $\sigma = mgu(A, B)$ előállítása

1. Ha A és B azonos változók vagy konstansok, akkor $\sigma = \{\}$ (üres behelyettesítés).
2. Egyébként, ha A változó, akkor $\sigma = \{A \leftarrow B\}$.
3. Egyébként, ha B változó, akkor $\sigma = \{B \leftarrow A\}$.
4. Egyébként, ha A és B azonos nevű és argumentumszámú összetett kifejezések és argumentum-listáik $A_1,\ldots,A_N$ ill. $B_1,\ldots,B_N$, és
   a. A_1 és B_1 legáltalánosabb egyesítője σ_1,
   b. $A_2\sigma_1$ és $B_2\sigma_1$ legáltalánosabb egyesítője σ_2,
   c. $A_3\sigma_1\sigma_2$ és $B_3\sigma_1\sigma_2$ legáltalánosabb egyesítője σ_3,
   d. ...

   akkor $\sigma = \sigma_1 \otimes \sigma_2 \otimes \sigma_3 \otimes \ldots$.
5. Minden más esetben a A és B nem egyesíthető.

Egyesítési példák

- A = `sum_tree(leaf(V), V)`, B = `sum_tree(leaf(5), S)`
  - (4.) A és B neve és argumentumszáma megegyezik
    - (a.) `mgu(leaf(V), leaf(5))` (4., majd 2. szerint) $= \{\texttt{V} \leftarrow \texttt{5}\} = \sigma_1$
    - (b.) `mgu(V`σ_1`, S)` = `mgu(5, S)` (3. szerint) = $\{\texttt{S} \leftarrow \texttt{5}\} = \sigma_2$
  - tehát $mgu(A, B) = \sigma_1 \otimes \sigma_2 = \{\texttt{V} \leftarrow \texttt{5}, \texttt{S} \leftarrow \texttt{5}\}$
- A = `node(leaf(X), T)`, B = `node(T, leaf(3))`
  - (4.) A és B neve és argumentumszáma megegyezik
    - (a.) `mgu(leaf(X), T)` (3. szerint) $= \{\texttt{T} \leftarrow \texttt{leaf(X)}\} = \sigma_1$
    - (b.) `mgu(T`σ_1`, leaf(3))` = `mgu(leaf(X), leaf(3))` (4, majd 2. szerint) = $\{\texttt{X} \leftarrow \texttt{3}\} = \sigma_2$
  - tehát $mgu(A, B) = \sigma_1 \otimes \sigma_2 = \{\texttt{T} \leftarrow \texttt{leaf(3)}, \texttt{X} \leftarrow \texttt{3}\}$

Egyesítési példák a gyakorlatban

- Az egyesítéssel kapcsolatos beépített eljárások:
  - `X = Y` egyesíti a két argumentumát, meghiúsul, ha ez nem lehetséges.
  - `X \= Y` sikerül, ha két argumentuma nem egyesíthető, egyébként meghiúsul.
- Példák:

```
| ?- 3+(4+5) = Left+Right.
        Left = 3, Right = 4+5 ?
| ?- node(leaf(X), T) = node(T, leaf(3)).
        T = leaf(3), X = 3 ?
| ?- X*Y = 1+2*3.                    % mert 1+2*3 ≡ 1+(2*3)
        no
| ?- X*Y = (1+2)*3.
        X = 1+2, Y = 3 ?
| ?- f(X, 3/Y-X, Y) = f(U, B-a, 3).
        B = 3/3, U = a, X = a, Y = 3 ?
| ?- f(f(X), U+2*2) = f(U, f(3)+Z).
        U = f(3), X = 3, Z = 2*2 ?
```

Az egyesítés kiegészítése: előfordulás-ellenőrzés (*occurs check*)

- Kérdés: `X` és `s(X)` egyesíthető-e?
  - A matematikai válasz: *nem*, egy változó nem egyesíthető egy olyan struktúrával, amelyben előfordul (ez az előfordulás-ellenőrzés).
  - Az ellenőrzés költséges, ezért alaphelyzetben nem alkalmazzák, így ciklikus kifejezések keletkezhetnek.
  - Szabványos eljárásként rendelkezésre áll: `unify_with_occurs_check/2`
  - Kiterjesztés (pl. SICStus): az előfordulás-ellenőrzés elhagyása miatt keletkező ciklikus kifejezések tisztességes kezelése.
- Példák:

```
| ?- X = s(1,X).
        X = s(1,s(1,s(1,s(1,s(...))))) ?
| ?- unify_with_occurs_check(X, s(1,X)).
        no
| ?- X = s(X), Y = s(s(Y)), X = Y.
        X = s(s(s(s(s(...))))), Y = s(s(s(s(s(...))))) ?
```

A PROLOG VÉGREHAJTÁSI MECHANIZMUSA

A Prolog végrehajtás eljárásos modelljei

- Az azonos funktorú klózok alkotnak egy eljárást
- Egy eljárás meghívása a hívás és klózfej mintaillesztésével (egyesítésével) történik
- A végrehajtás lépéseinek modellezése:
  - Eljárás-redukciós modell
    - Az alaplépés: egy hívás-sorozat (azaz célsorozat) redukálása egy klóz segítségével (ez a már ismert redukciós lépés).
    - Visszalépés: visszatérünk egy korábbi célsorozathoz, és újabb klózzal próbálkozunk.
    - A modell előnyei: pontosan definiálható, a keresési tér szemléltethető
  - Eljárás-doboz modell
    - Az alapgondolat: egymásba skatulyázott eljárás-dobozok kapuin lépünk be és ki.
    - Egy eljárás-doboz kapui: hívás (belépés), sikeres kilépés, sikertelen kilépés.
    - Visszalépés: új megoldást kérünk egy már lefutott eljárástól (újra kapu).
    - A modell előnyei: közel van a hagyományos rekurzív eljárásmodellhez, a Prolog beépített nyomkövetője is ezen alapul.

A eljárás-redukciós végrehajtási modell

- A redukciós végrehajtási modell alapgondolata
  - A végrehajtás egy állapota: egy célsorozat
  - A végrehajtás kétféle lépésből áll:
    - redukciós lépés: egy célsorozat + klóz → új célsorozat
    - zsákutca esetén visszalépés: visszatérés a legutolsó választási ponthoz
  - Választási pont:
    - létrehozása: olyan redukciós lépés amely nem a legutolsó klózzal illesztett
    - aktiválása: visszalépéskor visszatérünk a választási pont célsorozatához és a **további** klózok között keresünk illeszthetőt
      (Emiatt a választási pontban a célsorozat mellett az illesztett klóz sorszámát is tárolni kell.)
    - az ún. indexelés segít a választási pontok számának csökkentésében
- A redukciós modell keresési fával szemléltethető
  - A végrehajtás során a fa csomópontjait járjuk be mélységi kereséssel
  - A fa gyökerétől egy adott pontig terjedő szakaszon kell a választási pontokat megjegyezni — ez a választási verem (choice point stack)

A redukciós modell alapeleme: redukciós lépés

- Redukciós lépés: egy célsorozat redukálása egy újabb célsorozattá
  - egy programklóz segítségével (az első cél felhasználói eljárást hív):
    - A klózt **lemásoljuk**, minden változót szisztematikusan új változóra cserélve.
    - A célsorozatot szétbontjuk az első hívásra és a maradékra.
    - Az első hívást **egyesítjük** a klózfejjel
    - A szükséges behelyettesítéseket elvégezzük a klóz **törzs**én és a **célsorozat** maradékán is
    - Az új célsorozat: a klóztörzs és utána a maradék célsorozat
    - Ha a hívás és a klózfej nem egyesíthető, akkor a redukciós lépés meghiúsul.
  - egy beépített eljárás segítségével (az első cél beépített eljárást hív):
    - A célsorozatot szétbontjuk az első hívásra és a maradékra.
    - A beépített eljáráshívást végrehajtjuk.
    - Ez lehet sikeres (változó-behelyettesítésekkel), vagy lehet sikertelen.
    - Siker esetén a behelyettesítéseket elvégezzük a célsorozat maradékán.
    - Az új célsorozat: az (első hívás elhagyása után fennmaradó) maradék célsorozat.
    - Ha a beépített eljárás hívása sikertelen, akkor a redukciós lépés meghiúsul.

A Prolog végrehajtási algoritmusa

1. *(Kezdeti beállítások:)* A verem üres, `CS := célsorozat`
2. *(Beépített eljárások:)* Ha `CS` első hívása beépített akkor hajtsuk végre,
   a. Ha sikertelen ⇒ 6. lépés.
   b. Ha sikeres, `CS :=` a redukciós lépés eredménye ⇒ 5. lépés.
3. *(Klózszámláló kezdőértékezése:)* `I = 1.`
4. *(Redukciós lépés:)* Tekintsük `CS` első hívására vonatkoztatható klózok listáját. Ez indexelés nélkül a predikátum összes klóza lesz, indexelés esetén ennek egy megszűrt részsorozata. Tegyük fel, hogy ez a lista `N` elemű.
   a. Ha `I > N` ⇒ 6. lépés.
   b. Redukciós lépés a lista `I`-edik klóza és a `CS` célsorozat között.
   c. Ha sikertelen, akkor `I := I+1` ⇒ 4. lépés.
   d. Ha `I < N` (nem utolsó), akkor vermeljük `<CS, I>`-t.
   e. `CS :=` a redukciós lépés eredménye
5. *(Siker:)* Ha `CS` üres, akkor sikeres vég, egyébként ⇒ 2. lépés.
6. *(Sikertelenség:)* Ha a verem üres, akkor sikertelen vég.
7. *(Visszalépés:)* Ha a verem nem üres, akkor leemeljük a veremből `<CS, I>`-t, `I := I+1`, és ⇒ 4. lépés.

Indexelés (előzetes)

- Mi az indexelés?
  - egy hívásra vonatkoztatható (potenciálisan illeszthető) klózok gyors kiválasztása,
  - egy eljárás klózainak **fordítási idejű** csoportosításával.
- A legtöbb Prolog rendszer, így a SICStus Prolog is, az első fej-argumentum alapján indexel (first argument indexing).
- Az indexelés alapja az első fejargumentum külső funktora:
  - `C` szám vagy névkonstans esetén `C/0`;
  - `R` nevű és `N` argumentumú struktúra esetén `R/N`;
  - változó esetén nem értelmezett (minden funktorhoz besoroltatik).
- Az indexelés megvalósítása:
  - Fordítási időben minden funktorhoz elkészítjük az alkalmazható klózok listáját
  - Futáskor lényegében konstans idő alatt elő tudjuk vennie a megfelelő klózlistát
  - *Fontos:* ha egyelemű a részhalmaz, nem hozunk létre választási pontot!
- Például `szuloje('István', X)` kételemű klózlistára szűkít, de `szuloje(X, 'István')` mind a 6 klózt megtartja (mert a SICStus Prolog csak az első argumentum szerint indexel)

Redukciós modell — előnyök és hátrányok

- Előnyök
  - (viszonylag) egyszerű és (viszonylag) precíz definíció
  - a keresési tér megjeleníthető, grafikusan szemléltethető
- Hátrányok
  - az eljárásokból való kilépést elfedi, pl.

```
p :- q, r.                    G0:   p ?
q :- s, t.                    G1:   q, r ?
s.                            G2:   s, t, r ?
t.                            G3:   t, r ?
r.                            G4:   r ?       ⇐ q-ból való kilépés
                              G5:   [] ?
```

  - nem jól illeszkedik a Prolog megvalósítások tényleges végrehajtási mechanizmusához
  - nem alkalmazható „igazi” Prolog programok nyomkövetésére (hosszú célsorozatok)
- Ezért van létjogosultsága egy másik modellnek:
  - eljárás-doboz (procedure box) modell
  - (szokás még 4-kapus doboz ill. Byrd doboz modellnek is nevezni)
  - a Prolog rendszerek nyomkövető szolgáltatása erre a modellre épül

Az eljárás-doboz modell

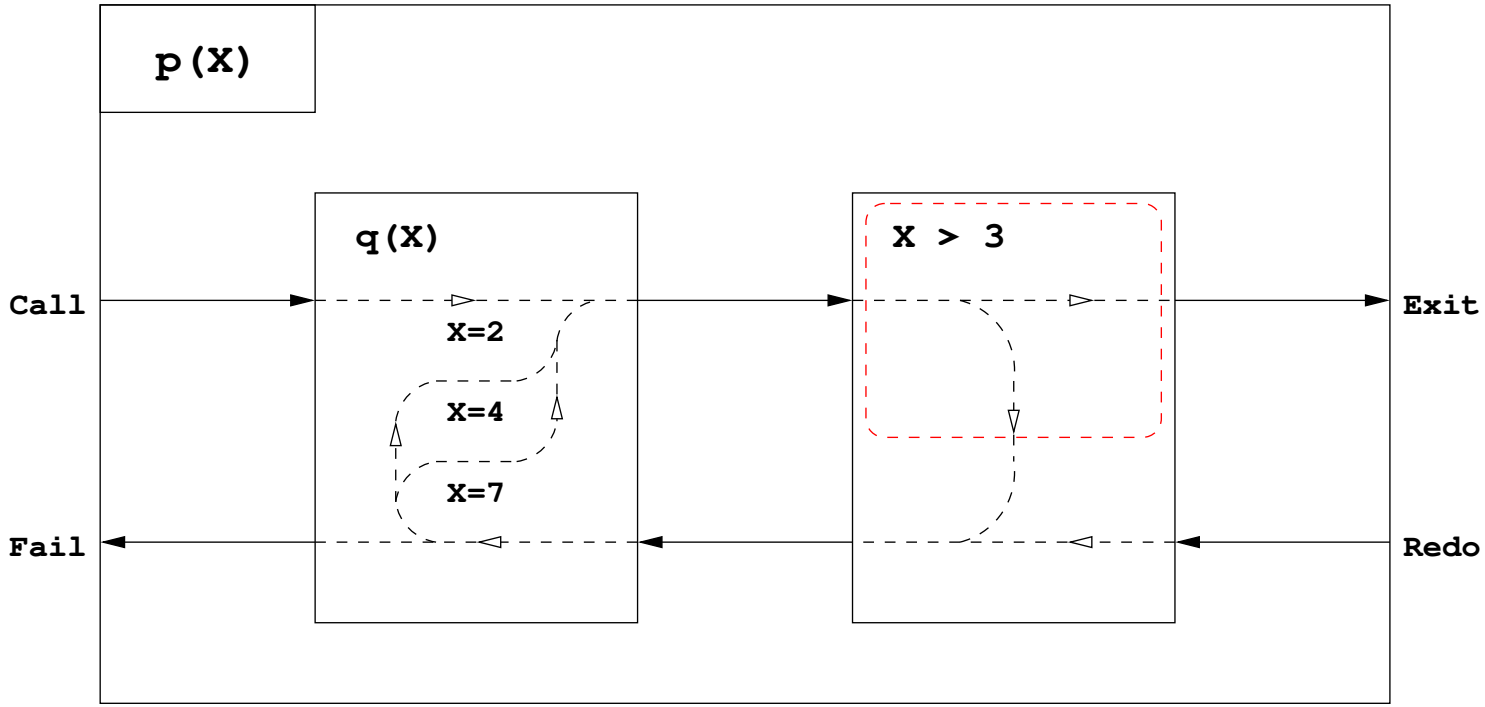
- A Prolog eljárás-végrehajtás két fázisa
  - előre menő végrehajtás: egymásba skatulyázott eljárás-belépések és - kilépések
  - visszafelé menő végrehajtás: újabb megoldás kérése egy már lefutott eljárástól
- Egy egyszerű példa

```
q(2).  q(4).  q(7).                    p(X) :- q(X), X > 3.
```

  - Belépünk a `p/1` eljárásba (Hívási kapu, Call port)
  - Belépünk a `q/1` eljárásba (Call)
  - A `q/1` eljárás sikeresen lefut a `q(2)` eredménnyel (Kilépési kapu, Exit port)
  - A `> /2` eljárásba belépünk a `2>3` hívással (Call)
  - A `> /2` eljárás sikertelenül fut le (Meghiúsulási kapu, Fail port)
  - (visszafelé menő futás): visszatérünk (a már lefutott) `q/1`-be, újabb megoldást kérve (Újra kapu, Redo Port)
  - A `q/1` eljárás sikeresen lefut a `q(4)` eredménnyel (Exit)
  - A `4>3` eljáráshívással a `> /2`-be belépünk majd sikeresen kilépünk (Call, Exit)
  - A `p/1` eljárás sikeresen lefut `p(4)` eredménnyel (Exit)

Eljárás-doboz modell — grafikus szemléltetés

```
q(2).  q(4). q(7).                    p(X) :- q(X), X > 3.
```



Eljárás-doboz modell — egyszerű nyomkövetési példa

- Az előző példa nyomkövetése SICStus Prologban

```
q(2).  q(4). q(7).

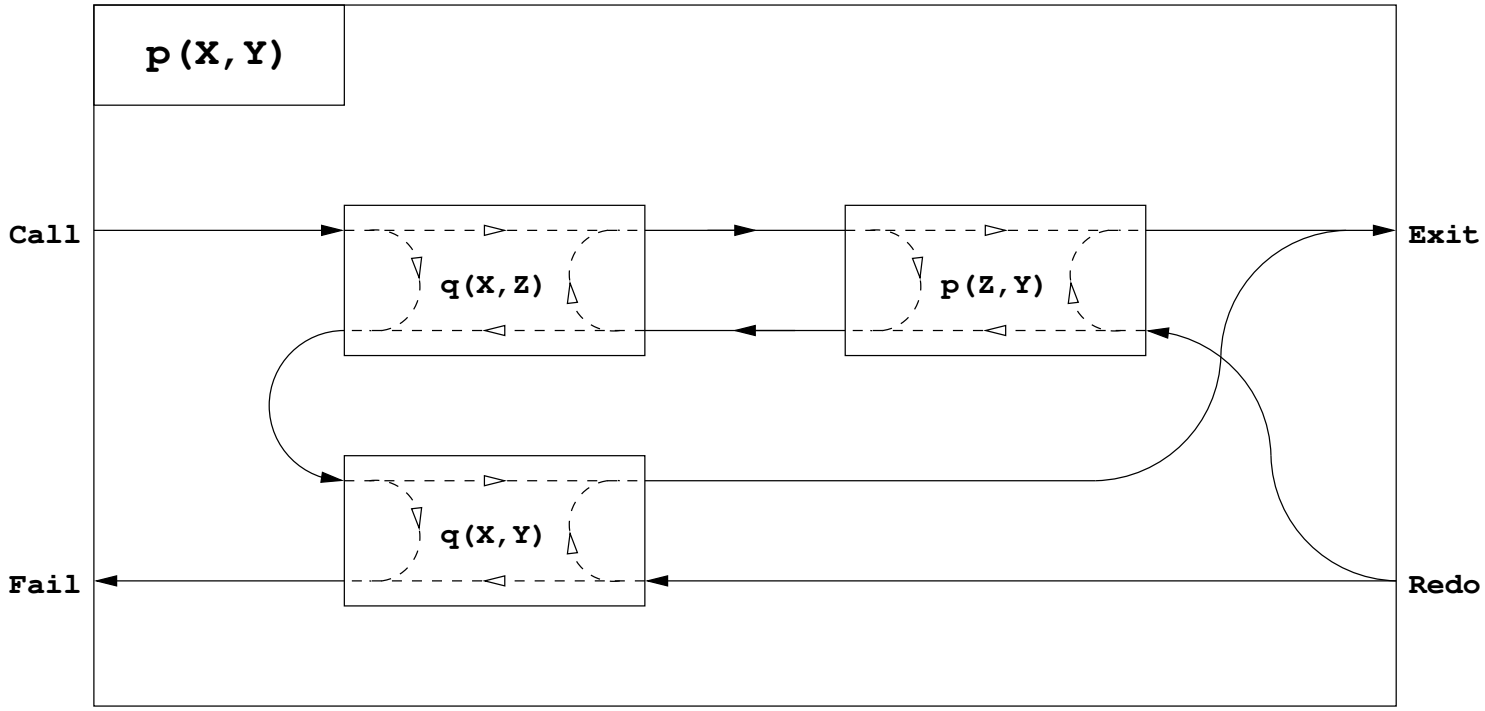
p(X) :- q(X), X > 3.


| ?- trace, p(X).
        1      1 Call: p(_463) ?
        2      2 Call: q(_463) ?
?       2      2 Exit: q(2) ?          % ? ≡ nemdeterminisztikus
kilépés
        3      2 Call: 2>3 ?
        3      2 Fail: 2>3 ?
        2      2 Redo: q(2) ?          % visszafelé menő végrehajtás
?       2      2 Exit: q(4) ?
        4      2 Call: 4>3 ?
        4      2 Exit: 4>3 ?
?       1      1 Exit: p(4) ?
X = 4 ? ;
        1      1 Redo: p(4) ?          % visszafelé menő végrehajtás
        2      2 Redo: q(4) ?          % visszafelé menő végrehajtás
        2      2 Exit: q(7) ?
        5      2 Call: 7>3 ?
        5      2 Exit: 7>3 ?
        1      1 Exit: p(7) ?
X = 7 ? ;
no
```

Eljárás-doboz: egy összetettebb példa

```
p(X,Y) :- q(X,Z), p(Z,Y).
p(X,Y) :- q(X,Y).

q(1,2). q(2,3). q(2,4).
```



Eljárás-doboz modell — „kapcsolási” alapelvek

- Hogyan építhető fel egy „szülő” eljárás doboza a benne hívott eljárások dobozaiból?
- Feltehető, hogy a klózfejekben (különböző) változók vannak, a fej-egyesítéseket hívás(okk)á alakítva
- Előre menő végrehajtás:
  - A szülő Hívás kapuját az első klóz első hívásának Hívás kapujára kötjük.
  - Egy rész-eljárás Kilépési kapuját
    - a következő hívás Hívás kapujára, vagy,
    - ha nincs következő hívás, akkor a szülő Kilépési kapujára kötjük
- Visszafelé menő végrehajtás:
  - Egy rész-eljárás Meghiúsulási kapuját
    - az előző hívás Újra kapujára, vagy,
    - ha nincs előző hívás, akkor a következő klóz első hívásának Hívás kapujára, vagy
    - ha nincs következő klóz, akkor a szülő Meghiúsulási kapujára kötjük
  - A szülő Újra kapuját mindegyik klóz utolsó hívásának Újra kapujára kötjük
    - mindig arra a klózra térünk vissza, amelyben legutoljára volt a vezérlés

Eljárás-doboz modell — OO szemléletben

- Minden eljáráshoz tartozik egy osztály, amelynek van egy konstruktor függvénye (amely megkapja a hívási paramétereket) és egy „adj egy (következő) megoldást” metódusa.
- Az osztály nyilvántartja, hogy hányadik klózban jár a vezérlés
- A metódus első meghívásakor az első klóz első Hívás kapujára adja a vezérlést
- Amikor egy részeljárás Hívás kapuhoz érkezünk, **létrehozunk** egy példányt a meghívandó eljárásból, majd
- meghívjuk az eljáráspéldány „következő megoldás” metódusát (*)
  - Ha ez sikerül, akkor a vezérlés átkerül a következő hívás Hívás kapujára, vagy a szülő Kilépési kapujára
  - Ha ez meghiúsul, akkor **megszüntetjük** az eljáráspéldányt majd ugrunk az előző hívás Újra kapujára, vagy a következő klóz elejére, stb.
- Amikor egy Újra kapuhoz érkezünk, a (*) lépésnél folytatjuk.
- A szülő Újra kapuja (a „következő megoldás” nem első hívása) a tárolt klózsorszámnak megfelelő klózban az utolsó Újra kapura adja a vezérlést.

OO szemléletű dobozok: p/2 „következő megoldás” metódusának C++ kódja

```
boolean p::next()
{ switch(clno) {
  case 0:                    // entry point for the Call port
    clno = 1;                // enter clause 1:                              p(X,Y) :- q(X,Z), p(Z,Y).
    qaptr = new q(x, &z);    // create a new instance of subgoal q(X,Z)
  redo11:
    if(!qaptr->next()) {     // if q(X,Z) fails
      delete qaptr;          // destroy it,
      goto cl2;              // and continue with clause 2 of p/2
    }
    pptr = new p(z, py);     // otherwise, create a new instance of subgoal p(Z,Y)
  case 1:                    // (enter here for Redo port if clno==1)
    /* redo12: */
    if(!pptr->next()) {      // if p(Z,Y) fails
      delete pptr;           // destroy it,
      goto redo11;           // and continue at redo port of q(X,Z)
    }
    return TRUE;             // otherwise, exit via the Exit port
  cl2:
    clno = 2;                // enter clause 2:                              p(X,Y) :- q(X,Y).
    qbptr = new q(x, py);    // create a new instance of subgoal q(X,Y)
  case 2:                    // (enter here for Redo port if clno==1)
    /* redo21: */
    if(!qbptr->next()) {     // if q(X,Y) fails
      delete qbptr;          // destroy it,
      return FALSE;          // and exit via the Fail port
    }
    return TRUE;             // otherwise, exit via the Exit port
  } }
```

Visszalépéses keresés — egy aritmetikai példa

- Példa: „jó” számok keresése
- A feladat: keressük meg azokat a kétjegyű számokat amelyek négyzete háromjegyű és a szám fordítottjával kezdődik
- A program:

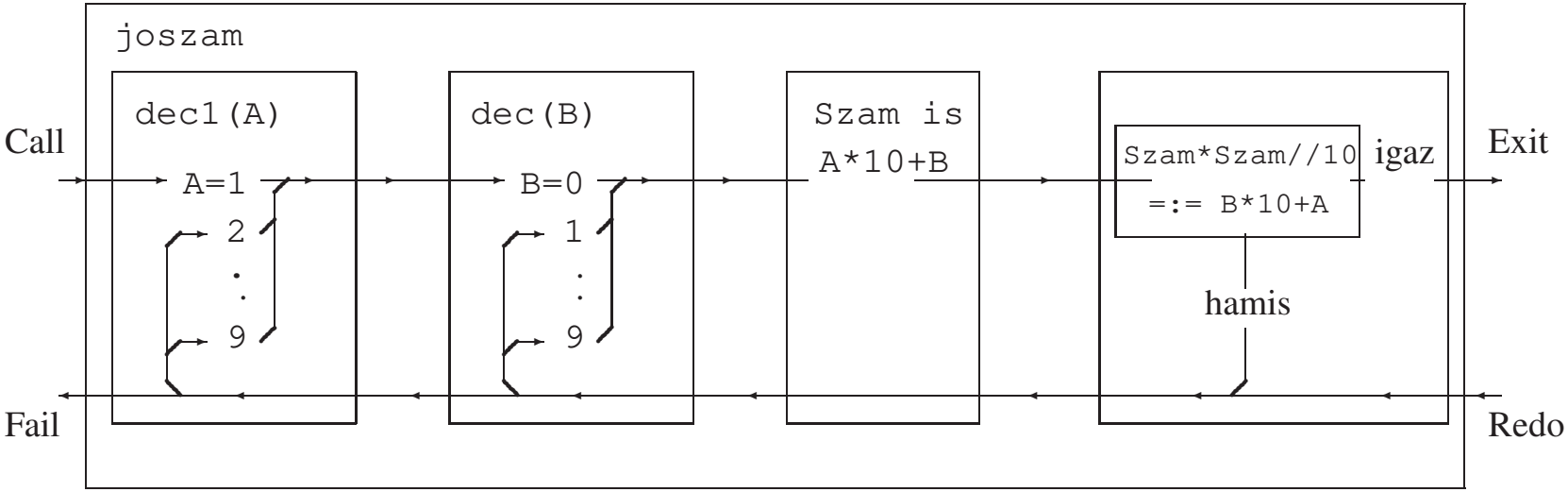
```
% dec1(J): J egy pozitív decimális számjegy.
dec1(1). dec1(2). dec1(3). dec1(4).
dec1(5). dec1(6). dec1(7). dec1(8). dec1(9).

% dec(J): J egy decimális számjegy.
dec(0).
dec(J) :- dec1(J).

% Szam négyzete háromjegyű és a Szam fordítottjával kezdődik.
joszam(Szam):-
        dec1(A), dec(B),
        Szam is A * 10 + B, Szam * Szam // 10 =:= B * 10 + A.
```

Prolog végrehajtás — a 4-kapus doboz modell

```
joszam(Szam):-
        dec1(A), dec(B),
        Szam is A * 10 + B, Szam * Szam // 10 =:= B * 10 + A.
```



Visszalépéses keresés — számintervallum felsorolása

- `dec(J)` felsorolta a 0 és 9 közötti egész számokat
- Általánosítás: soroljuk fel az `N` és `M` közötti egészeket (`N` és `M` maguk is egészek)

```
% between(M, N, I): M =< I =< N, I egész.
between(M, N, M) :-
        M =< N.
between(M, N, I) :-
        M < N,
        M1 is M+1,
        between(M1, N, I).

% dec(X): X egy decimális számjegy
dec(X) :- between(0, 9, X).

| ?- between(1, 2, _X), between(3, 4, _Y), Z is 10*_X+_Y.
Z = 13 ? ;
Z = 14 ? ;
Z = 23 ? ;
Z = 24 ? ;
no
```

A SICStus eljárás-doboz alapú nyomkövetése — legfontosabb parancsok

- Alapvető nyomkövetési parancsok
  - `h` `<RET>` (help) — parancsok listázása
  - `c` `<RET>` (creep) vagy `<RET>` — továbblépés minden kapunál megálló nyomkövetéssel
  - `l` `<RET>` (leap) — csak töréspontnál áll meg, de a dobozokat építi
  - `z` `<RET>` (zip) — csak töréspontnál áll meg, dobozokat nem épít
  - `+` `<RET>` ill. `-` `<RET>` — töréspont rakása/eltávolítása a kurrens predikátumra
  - `s` `<RET>` (skip) — eljárástörzs átlépése (Call/Redo ⇒ Exit/Fail)
  - `o` `<RET>` (out) — kilépés az eljárástörzsből
- A Prolog végrehajtást megváltoztató parancsok
  - `u` `<RET>` (unify) — a kurrens hívást végrehajtás helyett egyesíti egy beolvasott kifejezéssel.
  - `r` `<RET>` (retry) — újrakezdi a kurrens hívás végrehajtását (ugrás a Call kapura)
- Információ-megjelenítő és egyéb parancsok
  - `w` `<RET>` (write) — a hívás kiírása mélység-korlátozás nélkül
  - `b` `<RET>` (break) — új, beágyazott Prolog interakciós szint létrehozása
  - `n` `<RET>` (notrace) — nyomkövető kikapcsolása
  - `a` `<RET>` (abort) — a kurrens futás abbahagyása

TOVÁBBI VEZÉRLÉSI SZERKEZETEK

Diszjunkció, példa: az „őse” predikátum

- Az „őse” reláció a „szülője” reláció tranzitív lezártja: a szülő ős (1), és az ős őse is ős (2), azaz:

```
% ose0(E, Os): E ose Os.
ose0(E, Sz) :- szuloje(E, Sz).                    %  (1)
ose0(E, Os) :- ose0(E, Os0), ose0(Os0, Os).       %  (2)
```

- Az `ose0` definíciója matematikailag helyes, de végtelen Prolog keresési teret ad:

```
szuloje(gyerek,apa). szuloje(gyerek,anya). szuloje(anya,nagyapa).

| ?- ose0(gyerek, Os).
        Os = apa ? ; Os = anya ? ;  {néhány másodperc után:}
        ! Resource error: insufficient memory
```

- A végtelen rekurzió oka: Az `:- ose0(apa, X).` cél esetén az (1) klóz meghiúsul, (2) pedig egy `:- ose0(apa, Y), ose0(Y, X).` célsorozathoz vezet stb.
- A balrekurziót kiküszöbölve kapjuk:

```
ose1(E, Sz) :- szuloje(E, Sz).                    %  (3)
ose1(E, Os) :- szuloje(E, Sz), ose1(Sz, Os).      %  (4)

| ?- ose1(gyerek, Os).
Os = apa ? ; Os = anya ? ; Os = nagyapa ? ; no
```

- Ez minden `szuloje(X,Y)` részcélt kétszer hajt végre: (3)-ban és (4)-ben.

A diszjunkció

- Az `ose1` predikátum hatékonyabbá tehető klózai összevonásával:

```
ose2(E, Os) :- szuloje(E, Sz), maga_vagy_ose(Sz, Os).

maga_vagy_ose(E, E).                          (1)
maga_vagy_ose(E, Os) :- ose2(E, Os).
```

- A `maga_vagy_ose` predikátum egy ún. **diszjunkció** bevezetésével kiküszöbölhető:

```
ose3(E, Os) :-
        szuloje(E, Sz),
        (   Os = Sz
        ;   ose3(Sz, Os)
        ).
```

- A SICStus Prolog ténylegesen úgy implementálja a fenti diszjunkciót, hogy bevezet egy `maga_vagy_ose`-vel azonos segéd-predikátumot és az `ose3` klózt `ose2`-vé alakítja.
- (Ismétlés:) Az `X=Y` beépített predikátum a két argumentumát egyesíti.
- Az `= /2` eljárás egy tényállítással definiálható: `U = U.` ≡ `=(U, U)`, vö. `(1)`.

A diszjunkció mint szintaktikus édesítőszer

- A diszjunkció akárhány tagú lehet. A ‘;’ művelet gyengébben köt mint a ‘,’, ezért a diszjunkciót mindig zárójelbe tesszük, mig az ágait nem kell zárójelezni. Példa, „szabványos” formázással:

```
a(X, Y, Z) :-
        p(X, U), q(Y, V),
        (   r(U, T), s(T, Z)
        ;   t(V, Z)
        ;   t(U, Z)
        ),
        u(X, Z).
```

- A diszjunkció egy segéd-predikátummal mindig kiküszöbölhető
  - Megkeressük azokat a változókat, amelyek a diszjunkcióban és azon kívül is előfordulnak
  - A segéd-predikátumnak ezek a változók lesznek az argumentumai
  - A segéd-predikátum minden klóza megfelel a diszjunkció egy ágának

```
seged(U, V, Z) :- r(U, T), s(T, Z).
seged(U, V, Z) :- t(V, Z).
seged(U, V, Z) :- t(U, Z).

a(X, Y, Z) :-
        p(X, U), q(Y, V),
        seged(U, V, Z),
        u(X, Z).
```

- A diszjunkció szemantikáját ezzel a segéd-predikátumos átalakítással definiáljuk.

Diszjunkció — megjegyzések

- Az egyes klózok ‘ÉS’ vagy ‘VAGY’ kapcsolatban vannak?
  - A program klózai **ÉS** kapcsolatban vannak, pl.

    ```
    szuloje('Imre', 'István').          szuloje('Imre', 'Gizella').
    ```

    jelentése: Imre szülője István **ÉS** Imre szülője Gizella.
  - Az ÉS kapcsolatban levő klózok alternatív (VAGY kapcsolatban levő) válaszokhoz vezetnek:

    ```
    :- szuloje('Imre' Sz). ⇒ Sz = 'István' ? ; Sz = 'Gizella' ? ; no
    ```

    A „Ki Imre szülője?” kérdésre a válasz: István vagy Gizella.
- A fenti két klózos predikátum átalakítható egyetlen klózzá, diszjunkció segítségével:

  ```
  szuloje('Imre', Sz) :-
          (   Sz = 'István'          (*)
          ;   Sz = 'Gizella'         (*)
          ).
  ```

  A konjunkció ezáltal diszjunkcióvá alakult (vö. De Morgan azonosságok).
- Általánosan: tetszőleges predikátum egyklózossá alakítható:
  - a klózokat átalakítjuk azonos fejűvé, új változók és egyenlőségek bevezetésével:

    ```
    szuloje('Imre', Sz) :- Sz = 'István'.
    szuloje('Imre', Sz) :- Sz = 'Gizella'.
    ```
  - a klóztörzseket egy diszjunkcióvá fogjuk össze, amely az új predikátum törzse (lásd `(*)`).

Negáció

- Feladat: Keressünk (adatbázisunkban) egy olyan szülőt, aki **nem** nagyszülő!
- Ehhez negációra van szükségünk:
  - Meghiúsulásos negáció: a `\+ Hívás` szerkezet lefuttatja `Hívás`t, és pontosan akkor sikerül, ha a `Hívás` meghiúsult.
- Egy megoldás:

```
| ?- szülője(_, X), \+ nagyszülője(_, X).
X = 'István' ? ;
X = 'Gizella' ? ;
no
```

- Egy ekvivalens megoldás:

```
| ?- szülője(_Gy, X), \+ szülője(_, _Gy).
X = 'István' ? ;
X = 'Gizella' ? ;
no
```

- Mi történik ha a két hívást megcseréljük?

```
| ?- \+ szülője(_, _Gy), szülője(_Gy, X).
no
```

A meghiúsulásos negáció (NF — Negation by Failure)

- A `\+ Hívás` beépített meta-eljárás (vö. $\nvdash$ — nem bizonyítható)
  - végrehajtja a `Hívás` hívást,
  - ha `Hívás` sikeresen lefutott, akkor meghiúsul,
  - egyébként (azaz ha `Hívás` meghiúsult) sikerül.
- `\+ Hívás` futása során `Hívás` legfeljebb egy megoldása áll elő
- `\+ Hívás` sohasem helyettesít be változót
- Gondok a meghiúsulásos negációval:
  - „zárt világ feltételezése” (CWA) — ami nem bizonyítható, az nem igaz.

```
| ?- \+ szuloje('Imre', X).          ----> no
| ?- \+ szuloje('Géza', X).          ----> true ?
```

  - $\backslash + H$ deklaratív szemantikája: $\neg\exists X(H)$, ahol X a H-ban a *hívás pillanatában* behelyettesítetlen változókat jelöli.

```
| ?- \+ X = 1, X = 2.                ----> no
| ?- X = 2, \+ X = 1.                ----> X = 2 ?
```

Példa: együttható meghatározása lineáris kifejezésben

- Formula: számokból és az ‘x’ névkonstansból ‘+’ és ‘*’ operátorokkal épül fel.
- `% :- type kif == {x} \/ number \/ {kif+kif} \/ {kif*kif}.`
- Lineáris formula: a ‘*’ operátor legalább egyik oldalán szám áll.

```
% egyhat(Kif, E): A Kif lineáris formulában az x együtthatója E.
egyhat(x, 1).
egyhat(Kif, E) :-
        number(Kif), E = 0.
egyhat(K1+K2, E) :-
        egyhat(K1, E1),
        egyhat(K2, E2),
        E is E1+E2.
egyhat(K1*K2, E) :-
        number(K1),
        egyhat(K2, E0),
        E is K1*E0.
egyhat(K1*K2, E) :-
        number(K2),
        egyhat(K1, E0),
        E is K2*E0.
```

```
| ?- egyhat(((x+1)*3)+x+2*(x+x+3), E).
E = 8 ? ;
no
```

```
| ?- egyhat(2*3+x, E).
E = 1 ? ;
E = 1 ? ; no
```

Együttható meghatározása: többszörös megoldások kiküszöbölése

- negáció alkalmazásával:

```
(...)
egyhat(K1*K2, E) :-
        number(K1), egyhat(K2, E0), E is K1*E0.
egyhat(K1*K2, E) :-
        \+ number(K1),
        number(K2), egyhat(K1, E0), E is K2*E0.
```

- hatékonyabban, feltételes kifejezéssel:

```
(...)
egyhat(K1*K2, E) :-
        (   number(K1) -> egyhat(K2, E0), E is K1*E0
        ;   number(K2), egyhat(K1, E0), E is K2*E0
        ).
```

Feltételes kifejezések

- Szintaxis (`felt`, `akkor`, `egyébként` tetszőleges célsorozatok):

```
(...) :-
        (...),
        (   felt -> akkor
        ;   egyébként
        ),
        (...).
```

- Deklaratív szemantika: a fenti alak jelentése megegyezik az alábbival, ha a `felt` egy egyszerű feltétel (nem oldható meg többféleképpen):

```
(...) :-
        (...),
        (   felt, akkor
        ;   \+ felt, egyébként
        ),
        (...).
```

Feltételes kifejezések (folyt.)

- Procedurális szemantika

  A `(felt->akkor;egyébként),folytatás` célsorozat végrehajtása:

  - Végrehajtjuk a `felt` hívást.
  - Ha `felt` sikeres, akkor az `akkor,folytatás` célsorozatra redukáljuk a fenti célsorozatot, a `felt` *első* megoldása által eredményezett behelyettesítésekkel. A `felt` cél többi megoldását nem keressük meg.
  - Ha `felt` sikertelen, akkor az `egyébként,folytatás` célsorozatra redukáljuk, behelyettesítés nélkül.

- Többszörös elágaztatás skatulyázott feltételes kifejezésekkel:

```
(   felt1 -> akkor1
;   felt2 -> akkor2
;   ...
)
```

```
(   felt1 -> akkor1
;  (felt2 -> akkor2
;   ...
...))
```

- Az `egyébként` rész elhagyható, alapértelmezése: `fail`.
- A `\+ felt` negáció kiváltható a `( felt -> fail ; true )` feltételes kifejezéssel.

Feltételes kifejezés — példák

- Faktoriális

```
% fakt(+N, ?F): N! = F.
fakt(N, F) :-
        (   N = 0 -> F = 1                                  % N = 0,  F = 1
        ;   N > 0, N1 is N-1, fakt(N1, F1), F is N*F1
        ).
```

- Jelentése azonos a sima diszjunkciós alakkal (lásd komment), de annál hatékonyabb, mert nem hagy maga után választási pontot.
- Szám előjele

```
% Sign = sign(Num)
sign(Num, Sign) :-
        (   Num > 0 -> Sign = 1
        ;   Num < 0 -> Sign = -1
        ;   Sign = 0
        ).
```

TÍPUSOK PROLOGBAN

Típusok leírása Prologban

- Típusleírás: (tömör) Prolog kifejezések egy halmazának megadása
- Alaptípusok leírása: `int, float, number, atom, any`
- Új típusok felépítése:

  `{ str(T`$_1$`, ..., T`$_n$`) }` $\equiv$ `{ str(`e_1`, ..., `e_n`) | `$e_1 \in$`T`$_1$`, ..., `$e_n \in$`T`$_n$` }`, $n \geq 0$

  Példa: `{személy(atom,atom,int)}` az olyan `személy/3` funktorú struktúrák halmaza, amelyben az első két argumentum atom, a harmadik egész.
- Típusok, mint halmazok úniója képezhető a `\/` operátorral.

  `{személy(atom,atom,int)} \/ {atom-atom} \/ atom`
- Egy típusleírás elnevezhető (kommentben): `:- type` *`tnév`* `==` *`tleírás`*`.`

```
:- type t1 == {atom-atom} \/ atom.,
:- type ember == {ember-atom} \/ {semmi}.
```

- Megkülönböztetett únió: csupa különböző funktorú összetett típus úniója. Ha S_1,..., S_n mind különböző funktorú, alkalmazható az egyszerűsített (Mercury) jelölés:

  `:- type` T `== {` S_1 `} \/ ...\/ {` S_n `}.` $\Rightarrow$ `:- type` T `--->` S_1 `; ...;` S_n`.` Példák:

```
:- type ember ---> ember-atom; semmi.
:- type fa ---> leaf(int) ; node(fa,fa).
```

Típusok leírása Prologban — folytatás

- Paraméteres típusok — példák

```
:- type pair(T1, T2) ---> T1 - T2.      % egy  '-' nevű kétarg.-ú struktúra,
                                        % első arg. T1, a második T2 típusú.
:- type tree(T) ---> leaf(T)            % T típusú elemekből álló
          ; node(tree(T),tree(T)).      % bináris fa
:- type assoc_tree(KeyT, ValueT)        % KeyT és ValueT típusú
          == tree(pair(KeyT, ValueT)). % párokból álló fa
:- type szótár == assoc_tree(szó, szó).
:- type szó == atom.
```

- Típusdeklarációk szintaxisa

⟨ típusdeklaráció ⟩	::=	⟨ típuselnevezés ⟩ | ⟨ típuskonstrukció ⟩
⟨ típuselnevezés ⟩	::=	`:- type` ⟨ típusazonosító ⟩ `==` ⟨ típusleírás ⟩ .
⟨ típuskonstrukció ⟩	::=	`:- type` ⟨ típusazonosító ⟩ `--->` ⟨ megkülönb. únió ⟩ .
⟨ megkülönb. únió ⟩	::=	⟨ konstruktor ⟩ `;` ...
⟨ konstruktor ⟩	::=	⟨ névkonstans ⟩ | ⟨ struktúranév ⟩ `(` ⟨ típusleírás ⟩, ... `)`
⟨ típusleírás ⟩	::=	⟨ típusazonosító ⟩ | ⟨ típusváltozó ⟩ | `{` ⟨ konstruktor ⟩ `}` |
		⟨ típusleírás ⟩ `\/` ⟨ típusleírás ⟩
⟨ típusazonosító ⟩	::=	⟨ típusnév ⟩ | ⟨ típusnév ⟩ `(` ⟨ típusváltozó ⟩, ... `)`
⟨ típusnév ⟩	::=	⟨ névkonstans ⟩
⟨ típusváltozó ⟩	::=	⟨ változó ⟩

Predikátumtípus-deklarációk

- Predikátumtípus-deklaráció
  `:- pred` ⟨eljárásnév⟩`(`⟨típusazonosító⟩, ...`)`
- Példa:

```
:- pred sum_tree(tree(int), int).
```

- Predikátummód-deklaráció (Nem kötelező, több is megadható.)
  `:- mode` ⟨eljárásnév⟩`(`⟨módazonosító⟩, ...`)` ahol ⟨módazonosító⟩ ::= `in` | `out` | `inout`.
  (Mercury-ban az `inout` módazonosító nem megengedett.)
- Példák:

```
:- mode sum_tree(in, in).    % ellenőrzés
:- mode sum_tree(in, out).   % fa-összeg előállítása
:- mode sum_tree(out,in).    % adott összegű fa építése
```

- Vegyes típus- és móddeklaráció
  `:- pred` ⟨eljárásnév⟩`(`⟨típusazonosító⟩`::`⟨módazonosító⟩, ...`)`
- Példa:

```
:- pred between(int::in, int::in, int::out).
```

Móddeklaráció: a SICStus kézikönyv által használt alak

- A SICStus kézikönyv egy másik jelölést használ a bemenő/kimenő argumentumok jelzésére, pl.

```
sum_tree(+T, ?Sum).
```

- Mód-jelölő karakterek:
  - `+` bemenő argumentum (behelyettesített)
  - `-` kimenő argumentum (behelyettesítetlen)
  - `:` eljárás-paraméter (meta-eljárásokban)
  - `?` tetszőleges

A PROLOG SZINTAXIS

A Prolog szintaxis összefoglalása

- A Prolog szintaxis alapelvei
  - Minden programelem kifejezés!
  - A szükséges összekötő jelek (`',', ;, :- -->`): szabványos operátorok.
  - A beolvasott kifejezést funktora alapján osztályozzuk:
    - *kérdés:* `?- Cél.`
      `Cél`t lefuttatja, és a változó-behelyettesítéseket kiírja (ez az alapértelmezés az ún. top-level interaktív felületen).
    - *parancs:* `:- Cél.`
      A `Cél`t csendben lefuttatja. Pl. deklaráció (operátor, ...) elhelyezésére.
    - *szabály:* `Fej :- Törzs.`
      A szabályt felveszi a programba.
    - *nyelvtani szabály:* `Fej --> Törzs.`
      Prolog szabállyá alakítja és felveszi (lásd a DCG nyelvtan).
    - *tényállítás:* `Minden egyéb kifejezés.`
      Üres törzsű szabályként felveszi a programba.

A Prolog nyelv-változatok

- A SICStus rendszer két üzemmódja
  - `iso` Az ISO Prolog szabványnak megfelelő.
  - `sicstus` Korábbi változatokkal kompatibilis.
  - Állítása: `set_prolog_flag(language, Mód).`
  - Különbségek:
    - szintaxis-részletek, pl. a `0x1ff` szám-alak csak ISO módban,
    - beépített eljárások viselkedésének kisebb eltérései.
  - az eddig ismertetett eljárások hatása lényegében nem változik.

Szintaktikus édesítőszerek — összefoglalás, gyakorlati tanácsok

- Operátoros kifejezések alapstruktúra alakra hozása
  - Zárójelezzük be a kifejezést, az operátorok prioritása és fajtája alapján, például `-a+b*2` ⇒ `((-a)+(b*2)).`
  - Hozzuk az operátoros kifejezéseket alapstruktúra alakra:
    `(A Inf B)` ⇒ `Inf(A,B)`, `(Pref A)` ⇒ `Pref(A)`, `(A Postf)` ⇒ `Postf(A)`
    Példa: `((-a)+(b*2))` ⇒ `(-(a)+ *(b,2))` ⇒ `+(-(a),*(b,2)).`
  - Trükkös esetek:
    - A vesszőt névként idézni kell: pl. `(pp,(qq;rr))` ⇒ `','(pp,;(qq,rr)).`
    - `-` *`Szám`* ⇒ negatív számkonstans, de `-` *`Egyéb`* ⇒ prefix alak.
      Példa: `-1+2` ⇒ `+(-1,2)`, de `-a+b` ⇒ `+(-(a),b).`
    - *`Név`*`(...)` ⇒ struktúrakifejezés;
      `Név` `(...)` ⇒ prefix operátoros kifejezés. Példák:
      `-(1,2)` ⇒ `-(1,2)` (változatlan), de
      `- (1,2)` ⇒ `-(','(1,2)).`

Szintaktikus édesítőszerek — listák, egyebek

- Listák alapstruktúra alakra hozása
  - Farok-megadás betoldása.
    `[1,2]` ⇒ `[1,2|[]]`. `[[X|Y]]` ⇒ `[[X|Y]|[]]`
  - Vessző (ismételt) kiküszöbölése `[Elem1,Elem2...]` ⇒ `[Elem1|[Elem2...]]`.
    `[1,2|[]]` ⇒ `[1|[2|[]]]`
    `[1,2,3|[]]` ⇒ `[1|[2,3|[]]]` ⇒ `[1|[2|[3|[]]]]`
  - Struktúrakifejezéssé alakítás: `[Fej|Farok]` ⇒ `.(Fej,Farok)`.
    `[1|[2|[]]]` ⇒ `.(1,.(2,[]))`, `[[X|Y]|[]]` ⇒ `.(.(X,Y),[])`
- Egyéb szintaktikus édesítőszerek:
  - Karakterkód-jelölés: `0'Kar`.
    `0'a` ⇒ `97`, `0'b` ⇒ `98`, `0'c` ⇒ `99`, `0'd` ⇒ `100`, `0'e` ⇒ `101`
  - Füzér (string): `"xyz..."` ⇒ az `xyz...` karakterek kódját tartalmazó lista
    `"abc"` ⇒ `[97,98,99]`, `""` ⇒ `[]`, `"e"` ⇒ `[101]`
  - Kapcsos zárójelezés: `{Kif}` ⇒ `{}(Kif)` (egy `{}` nevű, egyargumentumú struktúra — a `{}` jelpár egy önálló lexikai elem, egy névkonstans).
  - Bináris, hexa stb. alak (csak `iso` módban), pl. `0b101010`, `0x1a`.

Kifejezések szintaxisa — kétszintű nyelvtanok

- Egy részlet egy „hagyományos” nyelv kifejezés-szintaxisából:

⟨ kifejezés ⟩ ::= ⟨ tag ⟩
| ⟨ kifejezés ⟩ ⟨ additív művelet ⟩ ⟨ tag ⟩

⟨ tag ⟩ ::= ⟨ tényező ⟩
| ⟨ tag ⟩ ⟨ multiplikatív művelet ⟩ ⟨ tényező ⟩

⟨ tényező ⟩ ::= ⟨ szám ⟩ | ⟨ azonosító ⟩ | (⟨ kifejezés ⟩)

- Ugyanez kétszintű nyelvtannal:

⟨ kifejezés ⟩ ::= ⟨ kif *2* ⟩

⟨ kif *N* ⟩ ::= ⟨ kif *N-1* ⟩
| ⟨ kif *N* ⟩ ⟨ *N* prioritású művelet ⟩ ⟨ kif *N-1* ⟩

⟨ kif *0* ⟩ ::= ⟨ szám ⟩ | ⟨ azonosító ⟩ | (⟨ kif *2* ⟩)

{az additív ill. multiplikatív műveletek prioritása *2* ill. *1* }

Prolog kifejezések szintaxisa

⟨ programelem ⟩ ::= ⟨ kifejezés 1200 ⟩ ⟨ záró-pont ⟩

⟨ kifejezés *N* ⟩ ::=
- ⟨ op *N* fx ⟩ ⟨ köz ⟩ ⟨ kifejezés *N-1* ⟩
- | ⟨ op *N* fy ⟩ ⟨ köz ⟩ ⟨ kifejezés *N* ⟩
- | ⟨ kifejezés *N-1* ⟩ ⟨ op *N* xfx ⟩ ⟨ kifejezés *N-1* ⟩
- | ⟨ kifejezés *N-1* ⟩ ⟨ op *N* xfy ⟩ ⟨ kifejezés *N* ⟩
- | ⟨ kifejezés *N* ⟩ ⟨ op *N* yfx ⟩ ⟨ kifejezés *N-1* ⟩
- | ⟨ kifejezés *N-1* ⟩ ⟨ op *N* xf ⟩
- | ⟨ kifejezés *N* ⟩ ⟨ op *N* yf ⟩
- | ⟨ kifejezés *N-1* ⟩

⟨ kifejezés 1000 ⟩ ::= ⟨ kifejezés 999 ⟩ , ⟨ kifejezés 1000 ⟩

⟨ kifejezés 0 ⟩ ::=
- ⟨ név ⟩ (⟨ argumentumok ⟩)
  - { A ⟨ név ⟩ és a (közvetlenül egymás után áll! }
- | (⟨ kifejezés 1200 ⟩) | { ⟨ kifejezés 1200 ⟩ }
- | ⟨ lista ⟩ | ⟨ füzér ⟩
- | ⟨ név ⟩ | ⟨ szám ⟩ | ⟨ változó ⟩

Kifejezések szintaxisa — folytatás

⟨ op *N T* ⟩ ::=		⟨ név ⟩ {feltéve, hogy ⟨ név ⟩ *N* prioritású és *T* típusú operátornak lett deklarálva}
⟨ argumentumok ⟩ ::=		⟨ kifejezés 999 ⟩
	|	⟨ kifejezés 999 ⟩ `,` ⟨ argumentumok ⟩
⟨ lista ⟩ ::=		`[]`
	|	`[` ⟨ listakif ⟩ `]`
⟨ listakif ⟩ ::=		⟨ kifejezés 999 ⟩
	|	⟨ kifejezés 999 ⟩ `,` ⟨ listakif ⟩
	|	⟨ kifejezés 999 ⟩ | ⟨ kifejezés 999 ⟩
⟨ szám ⟩ ::=		⟨ előjeltelen szám ⟩
	|	+ ⟨ előjeltelen szám ⟩
	|	− ⟨ előjeltelen szám ⟩
⟨ előjeltelen szám ⟩ ::=		⟨ természetes szám ⟩
	|	⟨ lebegőpontos szám ⟩

Kifejezések szintaxisa — megjegyzések

- A ⟨kifejezés N⟩-ben ⟨köz⟩ csak akkor kell ha az őt követő kifejezés nyitó-zárójellel kezdődik.

```
| ?- op(500, fx, succ).
yes
| ?- write_canonical(succ (1,2)), nl, write_canonical(succ(1,2)).
succ(','(1,2))
succ(1,2)
```

- A `{` ⟨kifejezés⟩ `}` azonos a `{}(`⟨kifejezés⟩`)` struktúrával, ez pl. a DCG nyelvtanoknál hasznos.

```
| ?- write_canonical({a}).
{}(a)
```

- Egy ⟨füzér⟩ `"` jelek közé zárt karaktersorozat, általában a karakterek kódjainak listájával azonos.

```
| ?- write("baba").
[98,97,98,97]
```

A Prolog lexikai elemei 1. (ismétlés)

- ⟨ név ⟩
  - kisbetűvel kezdődő alfanumerikus jelsorozat (ebben megengedve kis- és nagybetűt, számjegyeket és aláhúzásjelet);
  - egy vagy több ún. speciális jelből (`+-*/\$^<>=`~:.?@#&`) álló jelsorozat;
  - az önmagában álló `!` vagy `;` jel;
  - a `[]` `{}` jelpárok;
  - idézőjelek (`'`) közé zárt tetszőleges jelsorozat, amelyben \ jellel kezdődő escape-szekvenciákat is elhelyezhetünk.
- ⟨ változó ⟩
  - nagybetűvel vagy aláhúzással kezdődő alfanumerikus jelsorozat.
  - az azonos jelsorozattal jelölt változók egy klózon belül azonosaknak, különböző klózokban különbözőeknek tekintődnek;
  - kivétel: a semmis változók (_) minden előfordulása különböző.

A Prolog lexikai elemei 2.

- ⟨ természetes szám ⟩
  - (decimális) számjegysorozat;
  - 2, 8 ill. 16 alapú számrendszerben felírt szám, ilyenkor a számjegyeket rendre a `0b`, `0o`, `0x` karakterekkel kell prefixálni (csak `iso` módban)
  - karakterkód-konstans `0'` *c* alakban, ahol *c* egyetlen karakter (vagy egy ilyet jelölő escape-szekvencia)
- ⟨ lebegőpontos szám ⟩
  - mindenképpen tartalmaz tizedespontot
  - mindkét oldalán legalább egy (decimális) számjeggyel
  - `e` vagy `E` betűvel jelzett esetleges exponens

Megjegyzések és formázó-karakterek

- Megjegyzések (comment)
  - A `%` százalékjeltől a sor végéig
  - A `/*` jelpártól a legközelebbi `*/` jelpárig.
- Formázó elemek
  - szóköz, újsor, tabulátor stb. (nem látható karakterek)
  - megjegyzés
- A programszöveg formázása
  - formázó elemek (szóköz, újsor stb.) szabadon elhelyezhetők;
  - kivétel: struktúrakifejezés neve után nem szabad formázó elemet tenni;
  - prefix operátor és `(` közé kötelező formázó elemet tenni;
  - ⟨záró-pont⟩: egy `.` karakter amit egy formázó elem követ.

PROLOG PÉLDÁK

A régi jegyzet bevezető példája: útvonalkeresés

- A feladat:
  - Tekintsük (autóbusz)járatok egy halmazát.
  - Mindegyik járathoz a két végpont és az útvonal hossza van megadva.
  - Írjunk Prolog eljárást, amellyel megállapítható, hogy két pont összeköthető-e pontosan N csatlakozó járattal!
- Átfogalmazás: egy súlyozott irányítatlan gráfban két pont közötti utat keresünk. Élek:

```
% járat(A, B, H): Az A és B városok között van járat, és hossza H km.
járat('Budapest', 'Prága', 515).
járat('Budapest', 'Bécs', 245).
járat('Bécs', 'Berlin', 635).
járat('Bécs', 'Párizs', 1265).
```

- Irányított élek:

```
% útszakasz(A, B, H): A-ból B-be eljuthatunk egy H úthosszú járattal.
útszakasz(Kezdet, Cél, H) :-
     (   járat(Kezdet, Cél, H)
     ;   járat(Cél, Kezdet, H)
     ).
```

Az útvonalkeresési feladat — folytatás

- Adott lépésszámú útvonal (él-sorozat) és hossza:

```
% útvonal(N, A, B, H): A és B között van (pontosan)
% N szakaszból álló útvonal, amelynek összhossza H.
útvonal(0, Hová, Hová, 0).
útvonal(N, Honnan, Hová, H) :-
    N > 0,
    N1 is N-1,
    útszakasz(Honnan, Közben, H1),
    útvonal(N1, Közben, Hová, H2),
    H is H1+H2.
```

- Futási példa:

```
| ?- útvonal(2, 'Párizs', Hová, H).
        H = 1900, Hová = 'Berlin' ? ;
        H = 2530, Hová = 'Párizs' ? ;
        H = 1510, Hová = 'Budapest' ? ;
        no
```

Körmentes út keresése

- Könyvtár betöltése, adott funktorú eljárások importálásával:

```
:- use_module(library(lists), [member/2]).
```

- Segéd-argumentum: az érintett városok listája, fordított sorrendben

```
% útvonal_2(N, A, B, H): A és B között van (pontosan)
% N szakaszból álló körmentes útvonal, amelynek összhossza H.
útvonal_2(N, Honnan, Hová, H) :-
    útvonal_2(N, Honnan, Hová, [Honnan], H).

% útvonal_2(N, A, B, Kizártak, H): A és B között van pontosan
% N szakaszból álló körmentes, Kizártak elemein át nem menő H hosszú út.
útvonal_2(0, Hová, Hová, Kizártak, 0).
útvonal_2(N, Honnan, Hová, Kizártak, H) :-
    N > 0, N1 is N-1, útszakasz(Honnan, Közben, H1),
    \+ member(Közben, Kizártak),
    útvonal_2(N1, Közben, Hová, [Közben|Kizártak], H2), H is H1+H2.
```

- Példa-futás:

```
| ?- útvonal_2(2, 'Párizs', Hová, H).
        H = 1900, Hová = 'Berlin' ? ;
        H = 1510, Hová = 'Budapest' ? ; no
```

Továbbfejlesztés: körmentes út keresése, útvonal-gyűjtéssel

- Az alapötlet: a `Kizártak` listában gyűlik a (fordított) útvonal.
- A rekurzív eljárásban szükséges egy **új argumentum**, hogy az útvonalat kiadjuk!

```
:- use_module(library(lists), [member/2, reverse/2]).

% útvonal_3(N, A, B, Út, H): A és B között van (pontosan)
% N szakaszból álló körmentes Út útvonal, amelynek összhossza H.
útvonal_3(N, Honnan, Hová, Út, H) :-
    útvonal_3(N, Honnan, Hová, [Honnan], FÚt, H),
    reverse(FÚt, Út).

% útvonal_3(N, A, B, FÚt0, FÚt, H): A és B között van pontosan
% N szakaszból álló körmentes, FÚt0 elemein át nem menő H hosszú út.
% FÚt = (az A → B útvonal megfordítása) ⊕ FÚt0.
útvonal_3(0, Hová, Hová, FordÚt, FordÚt, 0).
útvonal_3(N, Honnan, Hová, FordÚt0, FordÚt, H) :-
    N > 0, N1 is N-1, útszakasz(Honnan, Közben, H1),
    \+ member(Közben, FordÚt0),
    útvonal_3(N1, Közben, Hová, [Közben|FordÚt0], FordÚt, H2), H is H1+H2.

| ?- útvonal_3(2, 'Párizs', _, Út, H).
        H = 1900, Út = ['Párizs','Bécs','Berlin'] ? ;
        H = 1510, Út = ['Párizs','Bécs','Budapest'] ? ; no
```

Súlyozott gráf ábrázolása éllistával

- A gráf ábrázolása
  - a gráf élek listája,
  - az él egy három-argumentumú struktúra,
  - argumentumai: a két végpont és a súly.
- Típus-definíció

```
% :- type él ---> él(pont, pont, súly).
% :- type pont == atom.
% :- type súly == int.
% :- type gráf == list(él).
```

- Példa

```
hálózat([él('Budapest','Bécs',245),
         él('Budapest','Prága',515),
         él('Bécs','Berlin',635),
         él('Bécs','Párizs',1265)]).
```

Ismétlődésmentes útvonal keresése listával ábrázolt gráfban

```
:- use_module(library(lists), [select/3]).

% útvonal_4(N, G, A, B, L, H): A G gráfban van egy  A-ból
% B-be menő N szakaszból álló L út, melynek összhossza H.
útvonal_4(0, _Gráf, Hová, Hová, [Hová], 0).
útvonal_4(N, Gráf, Honnan, Hová, [Honnan|Út], H) :-
        N > 0, N1 is N-1,
        select(Él, Gráf, Gráf1),
        él_végpontok_hossz(Él, Honnan, Közben, H1),
        útvonal_4(N1, Gráf1, Közben, Hová, Út, H2),
        H is H1+H2.

% él_végpontok_hossz(Él, A, B, H): Az Él irányítatlan él
% végpontjai A és B, hossza H.
él_végpontok_hossz(él(A,B,H), A, B, H).
él_végpontok_hossz(él(A,B,H), B, A, H).

| ?- hálózat(_Gráf), útvonal_4(2, _Gráf, 'Budapest', _, Út, H).
        H = 880, Út = ['Budapest','Bécs','Berlin'] ? ;
        H = 1510, Út = ['Budapest','Bécs','Párizs'] ? ;
        no
```

Bináris fákra vonatkozó példasor — fa levele

- Ismétlés: egészekből álló bináris fa:

```
:- type itree ==  {node(itree, itree)} \/ {leaf(int)}.
:- type itree --->  node(itree, itree) | leaf(int).
```

- Írjunk egy predikátumot annak eldöntésére, hogy egy adott érték szerepel-e egy fa levelében (vö. `member/2`)!

```
% fa_levele(Fa, Ertek): A Fa bináris fa levelében szerepel az Ertek szám.
fa_levele(leaf(V), V).        % ha a fa egyetlen levélből áll és a levélbeli
                              % érték megegyezik a keresettel, akkor ``siker''
fa_levele(node(L,_), V) :-
        fa_levele(L, V).      % ha  a bal részfában van, akkor az egészben is
fa_levele(node(_,R), V) :-
        fa_levele(R, V).      % ha a jobb részfában van, akkor az egészben is
```

- Az aláhúzásjel egy ún. semmis (void) változó, ennek minden előfordulása különböző változó!
- Példák: ellenőrzés (1), adott fa leveleinek felsorolása (2), adott levelű fák felsorolása, (3) (∞ keresési tér).

```
| ?- fa_levele(node(node(leaf(1),leaf(2)),leaf(7)), 2). ⟹ yes          (1)
| ?- fa_levele(node(node(leaf(1),leaf(2)),leaf(7)), 3). ⟹ no           (1)
| ?- fa_levele(node(leaf(1),leaf(7)), E). ⟹ E = 1 ? ; E = 7 ? ; no     (2)
| ?- fa_levele(Fa, 3). ⟹ Fa = leaf(3) ? ; Fa = node(leaf(3),_A) ? ;  ... (3)
```

Összetett adatstruktúrák konjunktív és diszjunktív bejárása

- Prologban egy összetett adatstruktúrát kétféleképpen lehet bejárni:
  - konjunktívan: a részek bejárása ÉS kapcsolatban van, általában egy eredményt ad
    - pl. fa összegzése (`sum_tree`), fa ellenőrzése (`itree`), fa kiírása:

```
% faki(Fa): Fa kiírható (mindig teljesül :-). Mellékhatásként kiírja a Fa fát.
faki(leaf(V)) :-
        write(@), write(V).     % A write(X) beépített pred. kiírja az X kifejezést.
faki(node(L,R)) :-
        write('('), faki(L), write(' -- '), faki(R), write(')').

| ?- faki(node(node(leaf(1),leaf(8)),leaf(7))).     ⇒ ((@1 -- @8) -- @7)
yes
```

  - diszjunktívan: a részek bejárása VAGY kapcsolatban van, visszalépéskor új eredmény
    - pl. fa leveleinek felsorolása (`fa_levele`)
- A diszjunktív, felsoroló bejárás könnyen kiegészíthető további feltételekkel
  - Keressük egy fának az `(5,10)` intervallumba eső leveleit:

```
| ?- _Fa = node(node(leaf(1),leaf(8)),leaf(7)), fa_levele(_Fa, E), 5 < E, E < 10.
     ⟹ E = 8 ? ; E = 7 ? ; no
| ?- _Fa = (...),  fa_levele(_Fa, E), 5 < E, E < 10, write(E), write(' '), fail.
     ⇒ 8 7  ⟹ no
```

- A `fail` beépített predikátum mindig meghiúsul, pl. ún. visszalépéses ciklus szervezésére jó.

Levél elhagyása bináris fából

- Írjunk egy predikátumot annak eldöntésére, hogy egy adott érték szerepel-e egy összetett fa levelében! A predikátum adja vissza a levél elhagyása után fennmaradó fát!

```
% flm(Fa, Ertek, Marad): A Fa összetett bináris fa egy Ertek értékű
% levelének elhagyása után marad a Marad fa. (flm = fa_level_maradek)
flm(node(leaf(V),T), V, T).    % ha a bal részfa a keresett levél
                               % akkor a jobb részfa a maradék
flm(node(T,leaf(V)), V, T).    % ugyanez jobboldali levél esetére
flm(node(L0,R), V, node(L,R)) :-
        flm(L0, V, L).         % ha a bal részfából elhagyható a levél
                               % akkor ennek maradéka, kiegészítve
                               % a jobb részfával, lesz a teljes fa maradéka
flm(node(L,R0), V, node(L,R1)) :-
        flm(R0, V, R1).        % ugyanez jobb részfa esetére
```

- Az `flm/3` predikátum használható ellenőrzése, de fa szétbontására is:

```
| ?- flm(node(leaf(1),node(leaf(2),leaf(3))), 2, T).  ⟹
   T = node(leaf(1),leaf(3)) ? ; no
| ?- flm(node(leaf(1),node(leaf(2),leaf(3))), 7, T).  ⟹ no
| ?- flm(node(leaf(1),node(leaf(2),leaf(3))), X,  T). ⟹
   T = node(leaf(2),leaf(3)), X = 1 ? ;
   T = node(leaf(1),leaf(3)), X = 2 ? ;
   T = node(leaf(1),leaf(2)), X = 3 ? ; no
```

Levél beszúrása bináris fába

- Írjunk egy predikátumot arra, hogy egy adott értékű levelet egy fába minden lehetséges módon beszúrjon!
- Nem kell irnunk, már megírtuk! Az `flm` predikátum erre is jó:

```
% flm(Fa, Ertek, Marad): A Fa összetett bináris fa egy Ertek értékű
% levelének elhagyása után marad a Marad fa. Röviden: Fa - Ertek = Marad.

% flm(Fa, Ertek, Marad): A Fa (összetett) bináris fa úgy áll elő, hogy
% a Marad fába beszúrunk egy E értékű levelet. Fa = Marad + Ertek.
flm(node(leaf(V),T), V, T).    % Egy T fába beszúrhatunk egy levelet
(...)                          % úgy, hogy az egylevelű fát T elé tesszük
```

- Példák:

```
| ?- flm(Fa, 2, leaf(1)), faki(Fa), write(' '), fail.
(@2 -- @1) (@1 -- @2)                          ⟹ no
| ?- flm(Fa0, 2, leaf(1)), flm(Fa, 3, Fa0), faki(Fa), write(' '), fail.
(@3 -- (@2 -- @1)) ((@2 -- @1) -- @3) ((@3 -- @2) -- @1) ((@2 -- @3) -- @1)
(@2 -- (@3 -- @1)) (@2 -- (@1 -- @3)) (@3 -- (@1 -- @2)) ((@1 -- @2) -- @3)
((@3 -- @1) -- @2) ((@1 -- @3) -- @2) (@1 -- (@3 -- @2)) (@1 -- (@2 -- @3))  ⟹ no

negylevelu(X, Y, Z, U, Fa) :-  % Fa az X, Y, Z, U levelekből áll
     flm(Fa0, Y, leaf(X)), flm(Fa1, Z, Fa0), flm(Fa, U, Fa1).

| ?- findall(Fa, negylevelu(1,3,4,6,Fa), Fak), length(Fak,Db). ⟹  Db = 120, Fak = (...)
```

Példa: adott értékű kifejezés előállítása

- A feladat: írjunk Prolog programot a következő feladvány megoldására:
  - Az 1, 3, 4, 6 számokból a négy alapművelet felhasználásával állítsuk elő a 24 számértéket!
  - Mind a négy számot fel kell használni, tetszőleges sorrendben.
  - Tetszőleges alapműveletek használhatók, tetszőlegesen zárójelezéssel.
- Már van egy predikátumunk (`negylevelu/5`), amely adott számokból tetszőleges fát épít.
- Definiáljunk egy predikátumot, amely egy fának megfelelő aritmetikai kifejezéseket készít!

```
% fa_kif(Fa, Kif): Kif a Fa fával azonos alakú, azonos számokból álló
% aritmetikai kifejezés, amelyben a négy alapművelet fordulhat elő.
fa_kif(leaf(V), V).
fa_kif(node(L,R), Exp) :-
        fa_kif(L, E1),
        fa_kif(R, E2),
        alap4(E1, E2, Exp).

% alap4(X, Y, Kif): Kif az X és Y kifejezésekből a négy alapművelet egyikével áll elő.
alap4(X, Y, X+Y).                        alap4(X, Y, X-Y).
alap4(X, Y, X*Y).                        alap4(X, Y, X/Y).

| ?- fa_kif(node(leaf(1),node(leaf(2),leaf(3))), Kif).
Kif = 1+(2+3) ? ; Kif = 1-(2+3) ? ; Kif = 1*(2+3) ? ; Kif = 1/(2+3) ? ;
(...)
Kif = 1+2/3 ?   ; Kif = 1-2/3 ?   ; Kif = 1*(2/3) ? ; Kif = 1/(2/3) ? ; no
```

Példa: adott értékű kifejezés előállítása (folyt.)

- Korábban elkészített predikátumok:
  - adott számokból álló fákat felsoroló `negylevelu/5`
  - adott fával azonos szerkezetű aritmetikai kifejezéseket felsoroló `fa_kif/2`
- Ezekre építve könnyen megírható a feladvány megoldására használható predikátum:

```
% Kif egy a négy alapművelettel az X, Y, Z, U számokból
% felépített kifejezés, amelynek értéke Ertek.
negylevelu_erteke(X, Y, Z, U, Ertek, Kif) :-
        negylevelu(X, Y, Z, U, Fa),
        fa_kif(Fa, Kif),
        Kif =:= Ertek.

| ?- negylevelu_erteke(1,3,4,6,24,Kif).
...
```

- Megjegyzések
  - Az aritmetikai eljárásokban a változók nem csak számokra, hanem tömör aritmetikai kifejezésekre is be lehetnek helyettesítve.
  - A `negylevelu_erteke` eljárás utolsó hívása helyett **nem** lenne jó: `Ertek is Kif`. Miért?