Deklaratív Programozás

Szeredi Péter[1] Kápolnai Richárd[2]

[1] szeredi@cs.bme.hu
BME Számítástudományi és Információelméleti Tanszék

[2] kapolnai@iit.bme.hu
BME Irányítástechnika és Informatika Tanszék

2015 ősz

Az előadók köszönetüket fejezik ki Hanák Péternek, a tárgy alapítójának

I. rész

Bevezetés

A tárgy témája

- Deklaratív programozási nyelvek – gyakorlati megközelítésben
- Két fő irány:
  - funkcionális programozás **Erlang** nyelven
  - logikai programozás **Prolog** nyelven
- Bevezetésként foglalkozunk a C++ egy deklaratív résznyelvével, a Cékla nyelvvel – C(É) deKLAratív része
- A **két fő nyelv**ként az **Erlang** és **Prolog** nyelvekre hivatkozunk majd (lásd követelmények)

Tartalom

Honlap, ETS, levelezési lista

- Honlap: `http://dp.iit.bme.hu`
  a jelen félév honlapja: `http://dp.iit.bme.hu/dp-current`
- ETS, az Elektronikus TanárSegéd
  `http://dp.iit.bme.hu/ets`
- Levelezési lista:
  `http://www.iit.bme.hu/mailman/listinfo/dp-l`
- A listára automatikusan felvesszük a tárgy hallgatóit az ETS-beli címükkel. Címet módosítani csak az ETS-ben lehet.
- A listára levelet küldeni a `dp-l@iit.bme.hu` címre lehet.
- Csak a feliratkozási címről küldött levelek jutnak el moderátori jóváhagyás nélkül a listatagokhoz.

Prolog-jegyzet

- Szeredi Péter, Benkő Tamás: Deklaratív programozás. Bevezetés a logikai programozásba. Budapest, 2005
  - Elektronikus változata letölthető a honlapról (ps, pdf)
  - Nyomtatott változata kifogyott
  - Kellő számú további igény esetén megszervezzük az újranyomtatást
- A SICStus Prolog kézikönyve (angol): `http://www.sics.se/isl/sicstuswww/site/documentation.html`

Magyar nyelvű Prolog szakirodalom

- Farkas Zsuzsa, Futó Iván, Langer Tamás, Szeredi Péter:
  Az MProlog programozási nyelv.
  Műszaki Könyvkiadó, 1989
  jó bevezetés, sajnos az MProlog beépített eljárásai nem szabványosak.
- Márkusz Zsuzsa: Prologban programozni könnyű.
  Novotrade, 1988
  mint fent
- Futó Iván (szerk.): Mesterséges intelligencia. (9.2 fejezet, Szeredi Péter)
  Aula Kiadó, 1999
  csak egy rövid fejezet a Prologról
- Peter Flach: Logikai Programozás. Az intelligens következtetés példákon keresztül.
  Panem — John Wiley & Sons, 2001
  jó áttekintés, inkább elméleti érdeklődésű olvasók számára

Angol nyelvű Prolog szakirodalom

- Logic, Programming and Prolog, 2nd Ed., by Ulf Nilsson and Jan Maluszynski, Previously published by John Wiley & Sons Ltd. (1995) Letölthető a `http://www.ida.liu.se/~ulfni/lpp` címről.
- Prolog Programming for Artificial Intelligence, 3rd Ed., Ivan Bratko, Longman, Paperback - March 2000
- The Art of PROLOG: Advanced Programming Techniques, Leon Sterling, Ehud Shapiro, The MIT Press, Paperback - April 1994
- Programming in PROLOG: Using the ISO Standard, C.S. Mellish, W.F. Clocksin, Springer-Verlag Berlin, Paperback - July 2003

Erlang-szakirodalom (angolul)

- Joe Armstrong: Programming Erlang. Software for a Concurrent World. The Pragmatic Bookshelf, 2007.
  `http://www.pragprog.com/titles/jaerlang/programming-erlang`
- Joe Armstrong, Robert Virding, Claes Wikström, Mike Williams: Concurrent Programming in Erlang. Second Edition. Prentice Hall, 1996. Az első rész szabadon letölthető PDF-ben:
  `http://erlang.org/download/erlang-book-part1.pdf`

További irodalom:

- On-line Erlang documentation
  `http://erlang.org/doc.html` vagy `erl -man <module>`
- Learn You Some Erlang for great good!
  `http://learnyousomeerlang.com`
- ERLANG összefoglaló magyarul
  `http://nyelvek.inf.elte.hu/leirasok/Erlang/`
- Wikibooks on Erlang Programming
  `http://en.wikibooks.org/wiki/Erlang_Programming`
- Francesco Cesarini, Simon Thompson: Erlang Programming. O´Reilly, 2009. `http://oreilly.com/catalog/9780596518189/`

Fordító- és értelmezőprogramok

- SICStus Prolog – 4.3 verzió (licensz az ETS-en keresztül kérhető)
- Más Prolog rendszer is használható (pl. SWI Prolog `http://www.swi-prolog.org/`, Gnu Prolog `http://www.gprolog.org/`), de a házi feladatokat csak akkor fogadjuk el, ha azok a SICStus rendszerben (is) helyesen működnek.
- Erlang (szabad szoftver)
- Letöltési információ a honlapon (Linux, Windows)
- Webes Prolog gyakorló felület az ETS-ben (ld. honlap)
- Kézikönyvek HTML-, ill. PDF-változatban
- Emacs szövegszerkesztő Erlang-, ill. Prolog-módban (Linux, Win95/98/NT/XP/Vista/7)
- Eclipse fejlesztői környezet (SPIDER, erlIDE)

Deklaratív programozás: követelmények

Nagy házi feladat (NHF)

- Programozás mindkét fő nyelven (Prolog, Erlang)
- Mindenkinek önállóan kell kódolnia (programoznia)!
- Hatékony (időlimit!), jól dokumentált („kommentezett”) programok
- A két programhoz közös, 5–10 oldalas fejlesztői dokumentáció (TXT, HTML, PDF, PS; de nem DOC vagy RTF)
- Kiadás legkésőbb a 4. héten, a honlapon, letölthető keretprogrammal
- Beadás a 9. héten; elektronikus úton (ld. honlap)
- A beadáskor és a pontozáskor külön-külön tesztsorozatot használunk (nehézségben hasonlókat, de nem azonosakat)
- Azok a programok, amelyek megoldják a tesztesetek 80%-át *létraversenyen* vesznek részt (hatékonyság, gyorsaság plusz pontokért)

Deklaratív programozás: követelmények (folyt.)

Nagy házi feladat (folyt.)

- A beadási határidőig többször is beadható, csak az utolsót értékeljük
- Pontozása mindkét fő nyelvből:
  - helyes (azaz jó eredményt időkorláton belül adó) futás esetén a 10 teszteset mindegyikére 0,5-0,5 pont, összesen max. 5 pont
  - a dokumentációra, a kód olvashatóságára, kommentezettségére max. 2,5 pont
  - tehát nyelvenként összesen max. 7,5 pont szerezhető
- A NHF súlya az osztályzatban: 15% (a 100 pontból 15)
- A megajánlott jegy előfeltétele, hogy a hallgató nagy házi feladata mindkét fő nyelvből bejusson a létraversenybe (minimum 80%-os teljesítmény)
- A NHF beadása **nem kötelező, de ajánlott!**

Deklaratív programozás: követelmények (folyt.)

Kis házi feladatok (KHF)

- 3 feladat Prologból, 3 Erlangból, 1 Céklából
- Beadás elektronikus úton (ld. honlap)
- Egy KHF beadása érvényes, ha minden tesztesetre lefut
- **Kötelező** a KHF-ek legalább 50%-ának érvényes beadása, és legalább egy érvényes KHF beadása Prologból is és Erlangból is. Azaz kötelező 1 Prolog, 1 Erlang, és 1 bármilyen (összesen 3) KHF érvényes beadása.
- Minden feladat jó megoldásáért 1-1 jutalompont (azaz a 100 alappont feletti pont) jár
- Minden KHF-nak külön határideje van, pótlási lehetőség nincs

- A házi feladatot önállóan kell elkészíteni! Másolás esetén kötelesek vagyunk fegyelmi eljárást indítani: `http://www.kth.bme.hu/document/189/original/bme_rektori_utasitas_05.pdf` ("Beadandó feladat ... elkészíttetése mással")

Deklaratív programozás: követelmények (folyt.)

Gyakorlatok

- 2–9. heteken 2 órás gyakorlatok, időpontok a Neptunban
- Laptop használata megengedett
- **Kötelező** részvétel a gyakorlatok 70 %-án (pontosabban n gyakorlat esetén legalább $\lfloor 0.7n \rfloor$ gyakorlaton)
- További Prolog gyakorlási lehetőség az ETS rendszerben (gyakorló feladatok, lásd honlap)

Deklaratív programozás: követelmények (folyt.)

Nagyzárthelyi, pótzárthelyi (NZH, PZH, PPZH)

- A zárthelyi **kötelező**, semmilyen jegyzet, segédlet nem használható!
- 40%-os szabály (nyelvenként a maximális részpontszám 40%-a kell az eredményességhez)
- NZH: 2015. október 21. 8:00, PZH: november 4. 8:00
- A PPZH-ra indokolt esetben a pótlási időszakban egyetlen alkalommal adunk lehetőséget
- Az NZH anyaga az addig előadott tananyag
- A PZH, ill. a PPZH anyaga azonos az NZH anyagával
- A zárthelyi súlya az osztályzatban: 15% (a 100 pontból 15)

Deklaratív programozás: követelmények (folyt.)

Beszámoló (korábbi elnevezése *írásbelivel kombinált szóbeli vizsga*)

- A beszámoló szóbeli, felkészülés írásban
- Prolog, Erlang: több kisebb feladat (programírás, -elemzés) kétszer 35 pontért
- A beszámolón szerezhető max. 70 ponthoz adjuk hozzá a korábbi munkával szerzett pontokat: ZH: max. 15 pont, NHF: max. 15 pont, továbbá a pluszpontokat (KHF, létraverseny)
- A beszámolón semmilyen jegyzet, segédlet nem használható, de lehet segítséget kérni
- Nyelvenként a max. részpontszám 40%-a kell az eredményességhez
- **Kötelező**, de van megajánlott jegy = beszámoló alóli mentesség
  - Alapfeltételek: KHF, ZH, Gyakorlat teljesítése; NHF „megvédése”
  - Jó (4): a nagy házi feladat mindkét fő nyelvből bejut a létraversenybe
  - Jeles (5): legalább 40%-os eredmény a létraversenyen, mindkét fő nyelvből

Tartalom

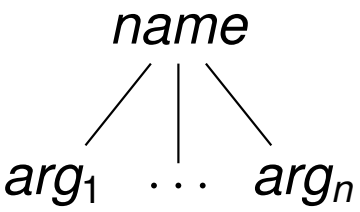
Bevezető példa: adott értékű kifejezés előállítása

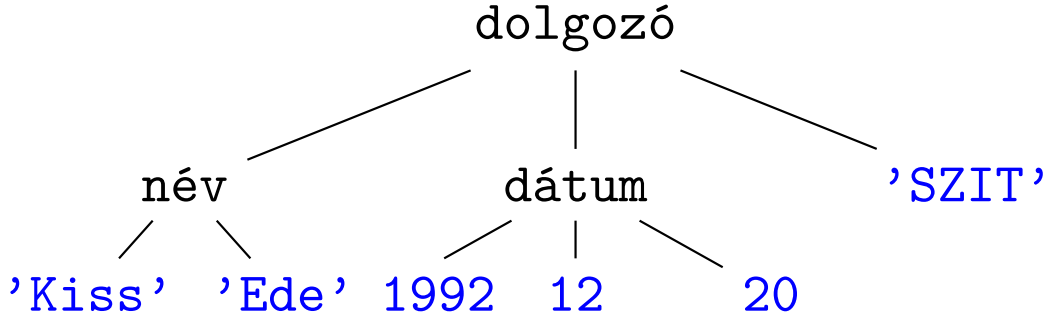
- A feladat: írjunk Prolog programot a következő feladvány megoldására:
  - Adott számokból a négy alapművelet (+, -, *, /) segítségével építsünk egy megadott értékű kifejezést!
  - A számok nem „tapaszthatók” össze hosszabb számokká
  - Mindegyik adott számot pontosan egyszer kell felhasználni, sorrendjük tetszőleges lehet
  - Nem minden alapműveletet kell felhasználni, egyfajta alapművelet többször is előfordulhat
  - Zárójelek tetszőlegesen használhatók
- Példák a fenti szabályoknak megfelelő, az 1, 3, 4, 6 számokból felépített kifejezésekre: $1 + 6 * (3 + 4)$, $(1 + 3)/4 + 6$
- Viszonylag nehéz megtalálni egy olyan kifejezést, amely az 1, 3, 4, 6 számokból áll, és értéke 24

A Prolog nyelv adatfogalma

A Prolog adatokat Prolog kifejezésnek hívjuk (angolul: term). Fajtái:

- egyszerű kifejezés: számkonstans (pl. `3`), névkonstans (pl. `alma`, `'SZIT'`), vagy változó (pl. `X`)
- összetett kifejezés (rekord, struktúra): $name(arg_1, \ldots, arg_n)$
  - *name* egy névkonstans, az arg_i mezők tetsz. Prolog kifejezések
  - példa: `dolgozó(név('Kiss','Ede'),dátum(1992,12,20),'SZIT').`
  - Az összetett kifejezések valójában fastruktúrát alkotnak:

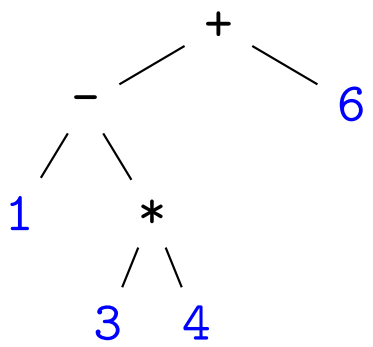




Szintaktikus „édesítőszerek” Prologban

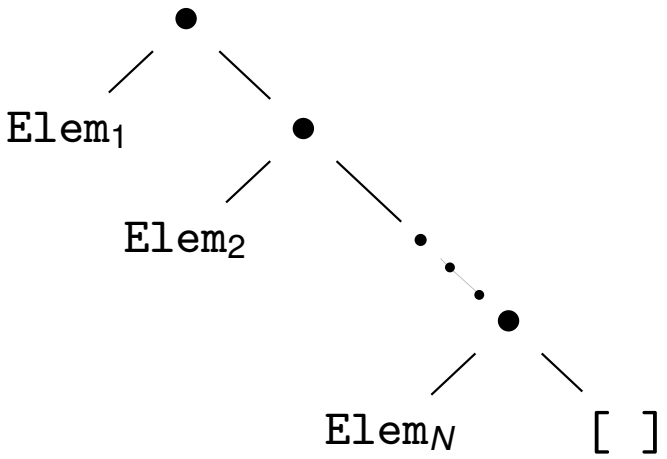
- Egy- és kétargumenetumú struktúrák operátoros (infix. prefix stb.) írásmódját: `1+2≡+(1,2)`

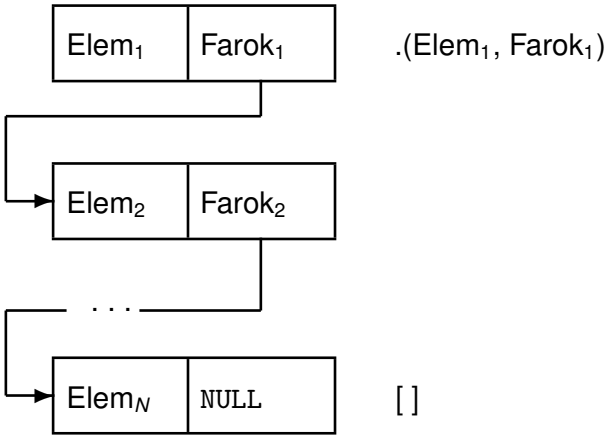
```
| ?- write_canonical(1-3*4+6).
+(-(1,*(3,4)),6)
```



- Listák, mint speciális struktúrák

```
| ?- write_canonical([a,b,c]).
'.'(a,'.'(b,'.'(c,[])))
```





Aritmetikai kifejezések kezelése Prologban – ellenőrzés

Írjunk egy `kif` nevű egyargumentumú Prolog eljárást!
A `kif(X)` hívás sikeresen fut le, ha `X` egy olyan (**helyes**) kifejezés-e, amely számokból a négy alapművelet (+, -, *, /) segítségével épül fel.

- Az alábbi sorokat helyezzük el pl. a `kif0.pl` file-ban:

```
% kif(K): K számokból a négy alapművelettel képzett helyes kifejezés.
kif(K) :-   number(K).       % K helyes, ha K szám. (number beépített elj.)
kif(X+Y) :- kif(X), kif(Y). % X+Y helyes, ha X helyes és Y helyes
kif(X-Y) :- kif(X), kif(Y).
kif(X*Y) :- kif(X), kif(Y).
kif(X/Y) :- kif(X), kif(Y).
```

- Betöltése: `| ?- compile(kif0).` vagy `| ?- consult(kif0).`
- Futtatás nyomkövetés nélkül és nyomkövetéssel (`consult`-ot követően):

```
| ?- kif(alma).
no
| ?- kif(1+2).
yes
| ?-
```

```
| ?- trace, kif(alma).
        1      1 Call: kif(alma) ?
        2      2 Call: number(alma) ?
        2      2 Fail: number(alma) ?
        1      1 Fail: kif(alma) ?
no
| ?-
```

Aritmetikai kifejezések ellenőrzése – továbbfejlesztett változat

- A `kif` Prolog eljárás segédeljárást használó változata (javasolt formázással):

```
% kif2(K): K számokból, a négy alapművelettel képzett kifejezés.
kif2(Kif) :-
        number(Kif).
kif2(Kif) :-
        alap4(X, Y, Kif),
        kif2(X),
        kif2(Y).
```

- Az `alap4` segédeljárás:

```
% alap4(X, Y, Kif): A Kif kifejezés az X és Y kifejezésekből
%                    a négy alapművelet egyikével áll elő.
alap4(X, Y, X+Y).
alap4(X, Y, X-Y).
alap4(X, Y, X*Y).
alap4(X, Y, X/Y).
```

Aritmetikai kifejezés levéllistájának előállítása

- A `kif_levelek` eljárás ellenőrzi a kifejezést és előállítja levéllistáját

```
% kif_levelek(Kif, L): A számokból alapműveletekkel felépülő Kif
%                       kifejezés leveleiben levő számok listája L.
kif_levelek(Kif, L) :-
        number(Kif), L = [Kif].  % L egyelemű, Kif-ből álló lista
kif_levelek(Kif, L) :-
        alap4(K1, K2, Kif),
        kif_levelek(K1, LX),
        kif_levelek(K2, LY),
        append(LX, LY, L).
```

```
| ?- kif_levelek(2/3-4*(5+6), L).     ⟶ L = [2,3,4,5,6]
```

- Az `append` egy beépített eljárás, fejkommentje és példafutása

```
% append(L1, L2, L3): Az L1 és L2 listák összefűzése az L3 lista.
```

```
| ?- append([1,2], [3,4], L).        ⟶ L = [1,2,3,4]
```

Az append eljárás többirányú használata

- Az append eljárás a fejkommentje által leírt *relációt* valósítja meg, több választ is adhat (új válasz kérése a ; karakterrel)

```
% append(L1, L2, L3): Az L1 és L2 listák összefűzése az L3 lista.

| ?- append(L, [3], [1,2,3]).   % [1,2,3] utolsó eleme-e 3,
L = [1,2] ? ;                   % és milyen L lista van előtte?
no                              % nincs TÖBB válasz
| ?- append([1,2], L, [1,2,3]). % [1,2,3,4] prefixuma-e [1,2]?
L = [3] ? ;  no
| ?- append(L1, L2, [1,2,3]).   % [1,2,3] hogyan bontható két részre?
L1 = [], L2 = [1,2,3] ? ;
L1 = [1], L2 = [2,3] ? ;
L1 = [1,2], L2 = [3] ? ;
L1 = [1,2,3], L2 = [] ? ; no
| ?- append(L, [2], L2).
L = [], L2 = [2] ? ;
L = [_A], L2 = [_A,2] ? ;
L = [_A,_B], L2 = [_A,_B,2] ? ; % végtelen sok válasz, problémás ...
...
```

Adott levéllistájú aritmetikai kifejezések előállítása

- A `kif_levelek` eljárás sajnos nem használható „visszafelé”, végtelen ciklusba esik, lásd pl. `| ?- kif_levelek(Kif, [1]).`
- Ez javítható a hívások átrendezésével és új feltételek beszúrásával

```
% kif_levelek(+Kif, -L):
% Kif levéllistája L.
kif_levelek(Kif, L) :-
        number(Kif),
        L = [Kif].
kif_levelek(Kif, L) :-
        alap4(K1, K2, Kif),

        kif_levelek(K1, L1),
        kif_levelek(K2, L2),
        append(L1, L2, L).
```

```
% levelek_kif(+L, -Kif):
% Kif levéllistája L.
levelek_kif(L, Kif) :-
        L = [Kif],
        number(Kif).
levelek_kif(L, Kif) :-
        append(L1, L2, L),
        L1 \= [], L2 \= [],
        % L1, L2 nem-üres listák
        levelek_kif(L1, K1),
        levelek_kif(L2, K2),
        alap4(K1, K2, Kif).
```

```
| ?- levelek_kif([1,3,4], K).
K = 1+(3+4) ? ; K = 1-(3+4) ? ; K = 1*(3+4) ? ; K = 1/(3+4) ? ;
K = 1+(3-4) ? ; K = 1-(3-4) ? ; K = 1*(3-4) ? ; K = 1/(3-4) ? ; ...
```

Adott értékű kifejezés előállítása

- Bevezető példánk megoldásához szükséges további nyelvi elemek
  - A `lists` könyvtárban található `permutation` eljárás:

    ```
    % permutation(L, PL): PL az L lista permutációja.
    ```

  - Az `=:=` (`=\=`) beépített aritmetikai eljárás mindkét argumentumában aritmetikai kifejezést vár, azokat kiértékeli, és csakkor sikerül, ha az értékek aritmetikailag megegyeznek (különböznek), pl.

    ```
    | ?- 4+2 =\= 3*2. ⟶ no          | ?-  2.0 =:= 2. ⟶ yes
    | ?- 8/3 =:= 2.666666666666666. ⟶ no
    ```

- A példa „generál és ellenőriz” (generate-and-test) stílusú megoldása:

```
% levelek_ertek_kif(L, Ertek, Kif): Kif az L listabeli számokból
% a négy alapművelet segítségével felépített olyan kifejezés,
% amelynek értéke Ertek.
levelek_ertek_kif(L, Ertek, Kif) :-
        permutation(L, PL), levelek_kif(PL, Kif), Kif =:= Ertek.

| ?- levelek_ertek_kif([1,3,4], 11, Kif).
Kif = 3*4-1 ? ; Kif = 4*3-1 ? ; no
```

Adott értékű kifejezés előállítása – a teljes kód

```
:- use_module(library(lists), [permutation/2]). % importálás

% levelek_ertek_kif(L, Ertek, Kif): Kif az L listabeli számokból
% a négy alapművelettel felépített, Ertek értékű kifejezés.
levelek_ertek_kif(L, Ertek, Kif) :-
        permutation(L, PL), levelek_kif(PL, Kif), Kif =:= Ertek.

% levelek_kif(L, Kif): Az alapműveletekkel felépített Kif levéllistája L.
levelek_kif(L, Kif) :-
        L = [Kif], number(Kif).
levelek_kif(L, Kif) :-
        append(L1, L2, L),
        L1 \= [], L2 \= [], levelek_kif(L1, K1), levelek_kif(L2, K2),
        alap4_0(K1, K2, Kif).

% alap4_0(X, Y, K): K X-ből és Y-ból értelmes alapművelettel áll elő.
alap4_0(X, Y, X+Y).
alap4_0(X, Y, X-Y).
alap4_0(X, Y, X*Y).
alap4_0(X, Y, X/Y) :- Y =\= 0.      % a 0-val való osztás kiküszöbölése
```

Tartalom

Erlang-kifejezések

- Erlang: nem logikai, hanem *funkcionális* programnyelv
- Összetett Erlang-kifejezéseket, függvényhívásokat értékelünk ki:

```
1> [1-3*4+6, 1-3/4+6].
[-5,6.25]
2> lists:seq(1,3).
[1,2,3]
3> {1/2, '+', 1+1}.
{0.5,'+',2}
```

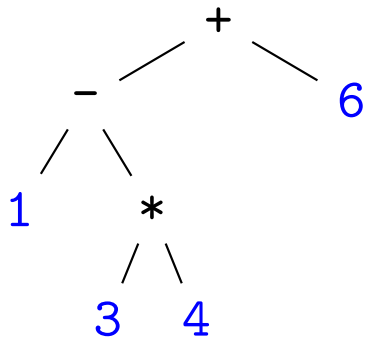
- *Hármas:* $\{K_1, K_2, K_3\}$, ahol K_i tetszőleges Erlang-kifejezés. *Pár:* $\{K_1,K_2\}$.
- A *listanézet* Erlang-kifejezés a matematikai halmaznézet imitációja:

```
4> [X || X <- [1,2,3] ].              % {x|x ∈ {1,2,3}}
[1,2,3]
5> [X || X <- [1,2,3], X*X > 5].      % {x|x ∈ {1,2,3}, x^2 > 5}
[3]
6> [{X,Y} || X <- [1,2,3], Y <- lists:seq(1,X)].
                                      % {(x,y)|x ∈ {1,2,3}, y ∈ {1 .. x}}
[{1,1},{2,1},{2,2},{3,1},{3,2},{3,3}]
```

Aritmetikai kifejezések ábrázolása

- Primitívebb a Prolognál: nem tudja automatikusan sem ábrázolni, se felsorolni az aritmetikai kifejezéseket
- Prolog egy aritmetikai kifejezést fában ábrázol:

```
| ?- write_canonical(1-3*4+6).
+(-(1,*(3,4)),6)
yes
```



- Erlangban explicit módon fel kell sorolnunk az összes ilyen fát, és explicit módon ki kell őket értékelni
- A példaprogramunkban a fenti aritmetikai kifejezést (önkényesen) egymásba ágyazott hármasokkal ábrázoljuk:

```
{{1, '-', {3, '*', 4}}, '+', 6}
```

Adott méretű fák felsorolása

- Fa-elrendezések felsorolása például csupa 1-esekből és '+' műveletekből
- Összesen 5 db. 4 levelű fa van:

```
{1,'+',{1,'+',{1,'+',1}}}
{1,'+',{{1,'+',1},'+',1}}
{{1,'+',1},'+',{1,'+',1}}
{{1,'+',{1,'+',1}},'+',1}
{{{1,'+',1},'+',1},'+',1}
```

Erlang-kód:

```
% @type fa() = 1 | {fa(),'+',fa()}.
% fak(N) = az összes N levelű fa listája.
fak(1) ->
    [1];
fak(N) ->
    [ {BalFa,'+',JobbFa}
      || I <- lists:seq(1, N-1),
         BalFa <- fak(I),
         JobbFa <- fak(N-I)    ].
```

Matematikai nézet

Fa definíciója.

- 1 levelet tartalmazó fák halmaza: $\{1\}$
- n levelet tartalmazók:
  $\{\ (b, '+', j)$
  $\quad | \quad i \in [1\ ..\ n-1],$
  $\quad\quad b \in \text{fak}(i),$
  $\quad\quad j \in \text{fak}(n-i) \quad \}$

Adott levéllistájú aritmetikai kifejezések felsorolása

- Segédfv: egy lista összes lehetséges kettévágása nem üres listákra

```
1> kif:kettevagasok([1,3,4,6]).
[ {[1],[3,4,6]}, {[1,3],[4,6]}, {[1,3,4],[6]} ]
```

- Kifejezések adott számokból *adott sorrendben*, 4 alapműveletből:

Erlang-kód:

```
% @type kif() = {kif(),muvelet(),kif()}
%               | integer().
% @type muvelet() = '+' | '-' | '*' | '/'.
% kif(L) = L levéllistájú kifek listája.
kifek([H]) ->
  [H];
kifek(L) ->
  [ {B,M,J}
    || {LB,LJ} <- kettevagasok(L),
       B <- kifek(LB),
       J <- kifek(LJ),
       M <- ['+', '-', '*', '/']
  ].
```

Matematikai nézet:

Kifejezés (kif) definíciója. (Az előző általánosítása.)

- Egyetlen h levelet tartalmazó kifek: $\{h\}$
- L levéllistájú kifek:

$$\{(b, m, j) \mid L_B \oplus L_J = L,\ b \in \text{kifek}(L_B),\ j \in \text{kifek}(L_J),\ m \in \{+, -, *, /\}\}$$

Utolsó lépés: a kifejezések explicit kiértékelése

```
% ertek(K) = a K kifejezés számértéke.
ertek({B,Muvelet,J}) ->
    erlang:Muvelet(ertek(B), ertek(J));
ertek(I) ->
    I.
```

- Példák:

```
1> erlang:'+'(1,3).
4
2> kif:ertek(3).
3
3> kif:ertek({{1,'-',{3,'*',4}},'+',6}).
-5
4> kif:ertek({1,'/',0}).
** exception error: ...
```

```
% permutaciok(L) = az L lista elemeinek minden permutációja.
5> kif:permutaciok([1,3,4]).
[[1,3,4], [1,4,3], [3,1,4], [3,4,1], [4,1,3], [4,3,1]]
```

Adott értékű kifejezések felsorolása – teljes kód

`kif:megoldasok([1,3,4,6], 24).`

```
-module(kif).
-compile([export_all]).

megoldasok(Szamok, Eredmeny) ->
    [Kif || L <- permutaciok(Szamok),
            Kif <- kifek(L),
            (catch ertek(Kif)) == Eredmeny].
```

- `catch`: 0-val való osztásnál keletkező kivétel miatt

```
kifek([H]) -> [H];
kifek(L) -> [ {B,M,J} || {LB,LJ} <- kettevagasok(L),
                         B <- kifek(LB),
                         J <- kifek(LJ),
                         M <- ['+', '-', '*', '/']  ].
ertek({B,M,J}) -> erlang:M(ertek(B), ertek(J));
ertek(I) -> I.
kettevagasok(L) -> [ {LB,LJ} || I <- lists:seq(1, length(L)-1),
                                {LB,LJ} <- [lists:split(I, L)]  ].
permutaciok([]) -> [[]];
permutaciok(L) -> [[H|T] || H <- L, T <- permutaciok(L--[H])].
```

II. rész

Cékla: deklaratív programozás C++-ban

Tartalom

A deklaratív programozás jelmondata

- MIT és nem HOGYAN (WHAT rather than HOW):
  a *megoldás módja* helyett inkább
  a megoldandó *feladat leírását* kell megadni
- A gyakorlatban mindkét szemponttal foglalkozni kell

  Kettős szemantika:
  - deklaratív szemantika
    MIT (milyen feladatot) old meg a program;
  - procedurális szemantika
    HOGYAN oldja meg a program a feladatot.
- Új gondolkodási stílus, dekomponálható, verifikálható programok
- Új, magas szintű programozási elemek
  - rekurzió (algoritmus, adatstruktúra)
  - mintaillesztés
  - visszalépéses keresés
  - magasabb rendű függvények

Imperatív és deklaratív programozási nyelvek

- Imperatív program
  - felszólító módú, utasításokból áll
  - változó: változtatható értékű memóriahely
  - C nyelvű példa:

```
int pow(int A, int N) {  // pow(A,N) = A^N
  int P = 1;             // Legyen P értéke 1!
  while (N > 0) {        // Amíg N>0 ismételd ezt:
    N = N-1;             //    Csökkentsd N-et 1-gyel!
    P = P*A;    }        //    Szorozd P-t A-val!
  return P;           }  // Add vissza P végértékét
```

- Deklaratív program
  - kijelentő módú, egyenletekből, állításokból áll
  - változó: egyetlen, fix, a programírás idején ismeretlen értékkel bír
  - Erlang példa:

```
pow(A,N) -> if                          % Elágazás
            N==0 -> 1;                  % Ha N == 0, akkor 1
            N>0  -> A * pow(A, N-1)     % Ha N>0, akkor A*A^(N-1)
            end.                        % Elágazás vége
```

Deklaratív programozás imperatív nyelven

Lehet pl. C-ben is deklaratívan programozni

ha nem használunk: értékadó utasítást, ciklust, ugrást stb.,
amit használhatunk: csak konstans változók, (rekurzív) függvények, if-then-else

- Példa (a `pow` függvény deklaratív változata a `powd`):

```
// powd(A,N) = A^N
int powd(const int A, const int N) {
  if (N > 0)                    // Ha N > 0
    return A * powd(A,N-1);     // akkor A^N = A*A^(N-1)
  else
    return 1;                   // egyébként A^N = 1
}
```

- A (fenti típusú) rekurzió költséges, nem valósítható meg konstans tárigénnyel :-(

$$\texttt{powd(10,3)} : \texttt{10*powd(10,2)} : \texttt{10*(10*powd(10,1))} : \underbrace{10*(10*(10}_{\text{tárolni kell}}\texttt{*1))}$$

Tartalom

Hatékony deklaratív programozás

- A rekurziónak van egy hatékonyan megvalósítható változata
- Példa: döntsük el, hogy egy `A` szám előáll-e egy `B` szám hatványaként:

```
/* ispow(A,B) = létezik i, melyre B^i = A.
 * Előfeltétel: A > 0, B > 1 */
```

```
int ispow(int A, int B) {

  if (A == 1) return true;
  if (A%B==0) return ispow(A/B, B);
              return false;
}
```

```
int ispow(int A, int B) {
again:
  if (A == 1) return true;
  if (A%B==0) {A=A/B; goto again;}
              return false;
}
```

- Itt a színezett rekurzív hívás átírható iteratív kódra: értékadással és ugrással helyettesíthető!
- Ez azért tehető meg, mert a rekurzióból való visszatérés után *azonnal* kilépünk az adott függvényhívásból.
- Az ilyen függvényhívást **jobbrekurzió**nak vagy **terminális rekurzió**nak vagy **farok rekurzió**nak nevezzük („*tail recursion*”)
- A Gnu C fordító (GCC) megfelelő optimalizálási szint mellett a rekurzív definícióból is a nem-rekurzív (jobboldali) kóddal azonos kódot generál!

Jobbrekurzív függvények

- Lehet-e jobbrekurzív kódot írni a hatványozási (`pow(A,N)`) feladatra?
  - A gond az, hogy a rekurzióból „kifelé jövet” már nem csinálhatunk semmit
  - Tehát a végeredménynek az utolsó hívás belsejében elő kell állnia!
  - A megoldás: segédfüggvény definiálása, amelyben egy vagy több ún. gyűjtőargumentumot (*akkumulátort*) helyezünk el.
- A `pow(A,N)` jobbrekurzív (iteratív) megvalósítása:

```
// Segédfüggvény: powi(A, N, P) = P*A^N
int powi(const int A, const int N, const int P) {
  if (N > 0)
    return powi(A, N-1, P*A);
  else
    return P;
}

int powi(const int A, const int N){
  return powi(A, N, 1);
}
```

Imperatív program átírása jobbrekurzív, deklaratív programmá

- Minden ciklusnak egy segédfüggvényt feleltetünk meg (Az alábbi példában: while ciklus $\Longrightarrow$ `powi(A,N,P)` függvény)
- A segédfüggvény argumentumai a ciklus által tartalmazott változóknak felelnek meg (`powi` argumentumai az `A`, `N`, `P` értékek)
- A segédfüggvény eredménye a ciklus által az őt követő kódnak továbbadott változó(k) értéke (`powi` eredménye a `P` végértéke)
- Példa: a hatványszámító program

```
int pow(int A, int N) {
  int P = 1;


  while (N > 0) {
    N = N-1;
    P = P*A;    }

  return P;
}
```

```
int powi(int A, int N)  {
  return powi(A, N, 1); }

int powi(int A, int N, int P) {
  if (N > 0) return powi(A,
                         N-1,
                         P*A);
  else
    return P;
}
```

Példák: jobbrekurzióra átírt rekurziók

Általános rekurzió

```
// fact(N) = N!
int fact(const int N) {
  if (N==0) return 1;
  return N * fact(N-1);
}
```

```
// fib(N) =
// N. Fibonacci szám
int fib(const int N) {
  if (N<2) return N;
  return fib(N-1) +
         fib(N-2);
}
```

Jobbrekurzió

```
// facti(N, I) = N! * I
int facti(const int N, const int I) {
  if (N==0) return I;
  return facti(N-1, I*N);
}
int facti(const int N) {
  return facti(N, 1); }
```

```
int fibi(const int N,    // Segédfv
      const int Prev, const int Cur)
{
  if (N==0) return 0;
  if (N==1) return Cur;
  return fibi(N-1, Cur, Prev + Cur);
}
int fibi(const int N) {
  return fibi(N, 0, 1); }
```

Tartalom

Cékla 2: A „Cé++” nyelv egy deKLAratív része

- Megszorítások:
  - Típusok: csak `int`, lista vagy függvény (lásd később)
  - Utasítások: `if-then-else`, `return`, blokk, kifejezés
  - Változók: csak egyszer, deklarálásukkor kaphatnak értéket (`const`)
  - Kifejezések: változókból és konstansokból kétargumentumú operátorokkal, függvényhívásokkal és feltételes szerkezetekkel épülnek fel
    - ⟨aritmetikai-op⟩: `+ | - | * | / | % |`
    - ⟨hasonlító-op⟩: `< | > | == | != | >= | <=`
- C++ fordítóval is fordítható a `cekla.h` fájl birtokában: láncolt lista kezelése, függvénytípusok és kiírás
- Kiíró függvények: főleg nyomkövetéshez, ugyanis *mellékhatásuk* van!
  - `write(X);` Az `X` kifejezés kiírása a standard kimenetre
  - `writeln(X);` Az `X` kifejezés kiírása és soremelés
- Korábban készült egy csak az `int` típust és a C résznyelvét támogató Cékla 1 fordító (Prologban íródott és Prologra is fordít)
- A (szintén Prologos) Cékla 2.x fordító letölthető a tárgy honlapjáról

Cékla Hello world!

hello.cpp

```
#include "cekla.h"            // így C++ fordítóval is fordítható
int main() {                  // bárhogy nevezhetnénk a függvényt
  writeln("Hello World!");    // nem-deklaratív utasítás
}                             // C++ komment megengedett
```

- Fordítás és futtatás a `cekla` programmal:

```
$ cekla hello.cpp                          Cékla parancssori indítása
Welcome to Cekla 2.238: a compiler for a declarative C++ sublanguage
* Function 'main' compiled
* Code produced
To get help, type:      |* help;
|* main()                                 Kiértékelendő kifejezés
Hello World!                              a mellékhatás
|* ^D                                     end-of-file (Ctrl+D v Ctrl+Z)
Bye
$ g++ hello.cpp && ./a.out                 Szabályos C++ program is
Hello World!
```

A Cékla nyelv szintaxisa

- A szintaxist BNF jelöléssel adjuk meg, kiterjesztés:
  - ismétlés (0, 1, vagy többszöri): «ismétlendő»...
  - zárójelezés: [...]
  - < > jelentése: semmi
- A program szintaxisa

```
<program> ::=                 <preprocessor_directive>...
                              <function_definition>...
<function_definition> ::=     <head> <block>
<head> ::=                    <type> <identifier>(<formal_args>)
<type> ::=                    [const | < >] [int | list | fun1 | fun2]
<formal_args> ::=             <formal_arg>[, <formal_arg>]... | < >
<formal_arg> ::=              <type> <identifier>
<block> ::=                   { [<declaration> | <statement>]... }
<declaration> ::=             <type> <declaration_elem>
                              [, <declaration_elem>]... ;
<declaration_elem> ::=        <identifier> = <expression>
```

Cékla szintaxis folytatás: utasítások, kifejezések

```
<statement> ::=      if (<expression>) <statement> <else_part>
                   | <block>
                   | <expression> ;
                   | return <expression> ;
                   | ;
<else_part> ::=      else <statement> | < >

<expression> ::=     <expression_3> [? <expression> : <expression> | < >]
<expression_3> ::=   <expression_2> [<comp_op> <expression_2>]...
<expression_2> ::=   <expression_1> [<add_op> <expression_1>]...
<expression_1> ::=   <expression_0> [<mul_op> <expression_0>]...
<expression_0> ::=   <identifier>
                   | <constant>
                   | <identifier>(<actual_args>)
                   | (<expression>)
<constant> ::=       <integer> | <string> | '<char>'
<actual_args> ::=    <expression> [, <expression>]... | < >
<comp_op> ::=        < | > | == | != | >= | <=
<add_op> ::=         + | -
<mul_op> ::=         * | / | %
```

Tartalom

Lista építése

- Egészeket tároló láncolt lista
- Üres lista: `nil` (globális konstans)
- Lista építése:

```
// Visszaad egy új listát: első eleme Head, farka a Tail lista.
list cons(int Head, list Tail);
```

`pelda.cpp` – példaprogram

```
#include "cekla.h"              // így szabályos C++ program is
int main() {                    // szabályos függvénydeklaráció
    const list L1 = nil;                        // üres lista
    const list L2 = cons(30, nil);              // [30]
    const list L3 = cons(10, cons(20, L2));     // [10,20,30]
    writeln(L1);                // kimenet: []
    writeln(L2);                // kimenet: [30]
    writeln(L3);                // kimenet: [10,20,30]
}
```

Futtatás Céklával

```
$ cekla
Welcome to Cekla 2.xxx: a compiler for a declarative C++ sublanguage
To get help, type:      |* help;
|* load "pelda.cpp";
* Function ‘main' compiled
* Code produced
|* main();
[]
[30]
[10,20,30]
|* cons(10,cons(20,cons(30,nil)));
[10,20,30]
|* ^D
Bye
$
```

Lista szétbontása

- Első elem lekérdezése:

```
int  hd(list L)      // Visszaadja a nem üres L lista fejét.
```

- Többi elem lekérdezése:

```
list tl(list L)      // Visszaadja a nem üres L lista farkát.
```

- Egyéb operátorok: = (inicializálás), ==, != (összehasonlítás)
- Példa:

```
int sum(const list L) {          // az L lista elemeinek összege
    if (L == nil) return 0;      // ha L üres, akkor 0,
    else {                       // különben hd(L) + sum(tl(L))
        const int X = hd(L);     // segédváltozókat használhatunk,
        const list T = tl(L);    // de csak konstansokat
        return X + sum(T);       // rekurzió (ez nem jobbrekurzió!)
    }        //  Fejtörő: csak akkor lehet jobbrekurzióvá alakítani, ha
}            //  a T objektumot nem kell felszabadítani (destruktor)
int main() {
    const int X = sum(cons(10,cons(20,nil))); // sum([10,20]) == 30
    writeln(X);                  // mellékhatás: kiírjuk a 30-at
}
```

Sztringek Céklában

- Sztring nem önálló típus: karakterkódok listája, „szintaktikus édesítőszer”
- A lista a C nyelvből ismert „lezáró nullát” (`'\0'`) nem tárolja!
- `write` heurisztikája: ha a lista csak nyomtatható karakterek kódját tartalmazza (32..126), sztring formában íródik ki:

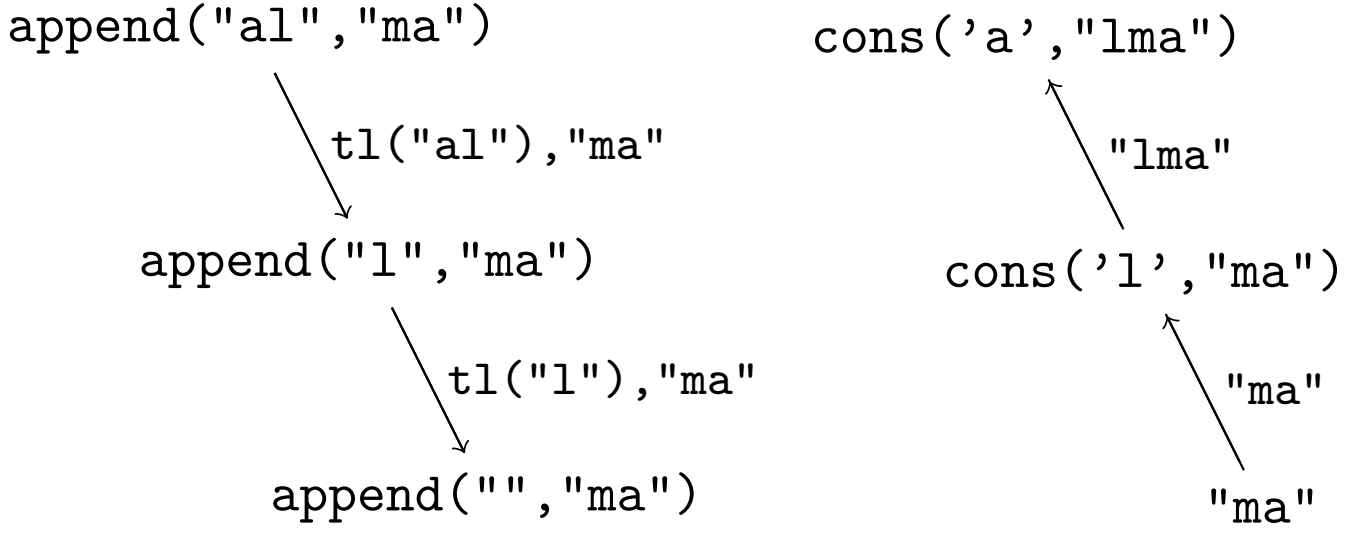
```
int main() {
  const list L4 = "abc";                          // abc
  const list L5 = cons(97,cons(98,cons(99,nil)));  // abc
  writeln(L4 == L5);                              // 1
  writeln(97 == 'a');                             // 1
  writeln(nil == "");                             // 1
  writeln(true);                                  // 1, mint C-ben
  writeln(false);                                 // 0, mint C-ben
  writeln(nil);                                   // []
  writeln(L5);                                    // abc
  writeln(cons(10, L5));                          // [10,97,98,99]
  writeln(tl(L4));                                // bc
}
```

Listák összefűzése: append

- `append(L1, L2)` visszaadja L1 és L2 elemeit egymás után fűzve

```
// append(L1, L2) = L1 ⊕ L2 (L1 és L2 összefűzése)
list append(const list L1, const list L2)  {
  if (L1 == nil) return L2;
  return cons(hd(L1), append(tl(L1), L2)); }
```

- Például `append("al", "ma") == "alma"` (vagyis `[97,108,109,97]`).



- $O(n)$ lépésszámú (`L1` hossza), ha a lista átadása, `cons`, `hd`, `tl` $O(1)$
- Megjegyzés: a fenti megvalósítás nem jobbrekurzív

Lista megfordítása: nrev, reverse

- Naív (négyzetes lépésszámú) megoldás

```
// nrev(L) = az L lista megfordítva
list nrev(const list L) {
  if (L == nil) return nil;
  return append(nrev(tl(L)), cons(hd(L), nil));
}
```

- Lineáris lépésszámú megoldás

```
// reverse(L) = az L lista megfordítva
list reverse(const list L) {
  return revapp(L, nil);
}
// revapp(L, L0) = az L lista megfordítása L0 elé fűzve
list revapp(const list L, const list L0) {
  if (L == nil) return L0;
  return revapp(tl(L), cons(hd(L), L0));
}
```

- Egy jobbrekurzív `appendi(L1, L2)`: `revapp(revapp(L1,nil), L2)`

További általános listakezelő függvények

- Elem keresése listában

```
// ismember(X, L) = 1, ha az X érték eleme az L listának
int ismember(const int X, const list L) {
  if (L == nil) return false;
  if (hd(L) == X) return true;
  return ismember(X, tl(L));            }
```

- Két, ismétlődésmentes listaként ábrázolt halmaz metszete

```
// intersection(L1, L2) = L1 és L2 közös elemeinek listája.
list intersection(const list L1, const list L2) {
  if (L1 == nil) return nil;
  const list L3 = intersection(tl(L1), L2);
  const int X = hd(L1);
  if (ismember(X, L2))
    return cons(X, L3);
  else return L3;                                  }
```

Műveletek számlistákkal

- Döntsük el, hogy egy számlista csupa negatív számból áll-e!

```
// allneg(L) = 1, ha az L lista minden eleme negatív.
int allneg(const list L)          {
  if (L == nil) return true;
  if (hd(L) >= 0) return false;
  return allneg(tl(L));           }
```

- Állítsuk elő egy számlista negatív elemeiből álló listát!

```
// filterneg(L) = Az L lista negatív elemeinek listája.
list filterneg(const list L)                    {
  if (L == nil) return nil;
  const int X = hd(L); const list TL = tl(L);
  if (X >= 0) return filterneg(TL);
  else return cons(X, filterneg(TL));           }
```

- Állítsuk elő egy számlista elemeinek négyzeteiből álló listát!

```
// sqlist(L) = az L lista elemeinek négyzeteit tartalmazó lista.
list sqlist(const list L)           {
  if (L == nil) return nil ;
  const int HD = hd(L);
  const list TL = tl(L);
  return cons(HD*HD, sqlist(TL));   }
```

Imperatív C programok átírása Céklába gyűjtőargumentumokkal

- Példafeladat: Hatékony hatványozási algoritmus
  - Alaplépés: a kitevő felezése, az alap négyzetre emelése.
  - A kitevő kettes számrendszerbeli alakja szerint hatványoz.
- A megoldás imperatív C-ben és Céklában:

```
// hatv(A, H) = A^H
int hatv(int A, int H) {
  int E = 1;
  while (H > 0) {
    if (H % 2) E *= A;
    A *= A; H /= 2;
  }
  return E;            }
```

```
// hatv(A, H, E) = E * A^H
int hatv(const int A, const int H, const int E) {

  if (H <= 0) return E;   // ciklus vége
  const int E1 = H%2 ? E*A : E;
  return hatv(A * A, H / 2, E1);
}
```

- A jobboldalon a while ciklusnak megfelelő segédfüggvény van, meghívása: `hatv(A, H, 1)`
- A segédfüggvény argumentumai a ciklusban szereplő változók: `A`, `H`, `E`
- Az `A` és `H` változók végértékére nincs szükség
- Az `E` változó végső értéke szükséges (ez a függvény eredménye)

Gyűjtőargumentumok: több kimenő változót tartalmazó ciklus

- A segédeljárás kimenő változóit egy listába „csomagolva” adjuk vissza
- A segédeljárás visszatérési értékét szétszedjük.

```
// poznegki(L): kiírja
// L >0 és <0 elemeinek
// a számát
int poznegki(list L)    {
  int P = 0, N = 0;
  while (L != nil)
    { int Fej = hd(L);
      P += (Fej > 0);
      N += (Fej < 0);
      L = tl(L);



    }
  write(P); write("-");
  writeln(N);           }
```

```
// pozneg(L, P0, N0) = [P,N], ahol P-P0, ill.
// N-N0 az L >0, ill. <0 elemeinek a száma
list pozneg(list L, int P0, int N0)          {
  if (L == nil) return cons(P0,cons(N0,nil));
  const int Fej = hd(L);
  const int P = P0+(Fej>0);
  const int N = N0+(Fej<0);
  return pozneg(tl(L), P, N);                 }

int poznegki(const list L)                    {
  const list PN = pozneg(L, 0, 0);
  const int P = hd(PN), N = hd(tl(PN));
  write(P); write("-");
  writeln(N);                                 }
```

Gyűjtőargumentumok: append kiküszöbölése

- A feladat: adott N-re N db a, majd N db b karakterből álló sztring előállítása
- Első változat, append felhasználásával

```
list anbn(int N)          {
  list LA = nil, LB = nil;
  while (N-- > 0)
    { LA = cons('a', LA);
      LB = cons('b', LB);
    }
  return append(LA, LB);  }
```

```
// an(A, N) = [A,<-N->,A]
list an(const int A, const int N)     {
  if (N == 0) return nil;
  else return cons(A, an(A, N-1));    }

list anbn(const int N)                {
  return append(an('a',N), an('b',N));}
```

- Második változat, append nélkül

```
list anbn(int N)          {
  list L = nil; int M = N;
  while (N-- > 0)
    L = cons('b', L);
  while (M-- > 0)
    L = cons('a', L);
  return L;               }
```

```
// an(A, N, L) = [A,<-N->,A] ⊕ L
list an(int A, int N, list L)         {
  if (N == 0) return L;
  else return an(A, N-1, cons(A, L)); }

list anbn(const int N)                {
  return an('a', N, an('b', N, nil)); }
```

- Itt a gyűjtőargumentumok előnye nemcsak a jobbrekurzió, hanem az append kiküszöbölése is.

Tartalom

Magasabb rendű függvények Céklában

- Magasabb rendű függvény: paramétere vagy eredménye függvény
- A Cékla két függvénytípust támogat:

```
typedef int(* fun1 )(int)        // Egy paraméteres egész fv
typedef int(* fun2 )(int, int)   // Két paraméteres egész fv
```

- Példa: ellenőrizzük, hogy egy lista számjegykarakterek listája-e

```
// Igaz, ha L minden X elemére teljesül a P(X) predikátum
int for_all(const fun1 P, const list L) {
  if (L == nil) return true;          // triviális
  else {
    if (P(hd(L)) == false) return false;   // ellenpélda?
    return for_all(P, tl(L));         // többire is teljesül?
  }
}
int digit(const int X)   {  // Igaz, ha X egy számjegy kódja
  if (X < '0') return false;            // 48 == '0'
  if (X > '9') return false;            // 57 == '9'
  return true;            }
int szamjegyek(const list L) { return for_all(digit, L);  }
```

Gyakori magasabb rendű függvények: `map`, `filter`

- `map(F,L)`: az `F(X)` elemekből álló lista, ahol `X` végigfutja az `L` lista elemeit

```
list map(const fun1 F, const list L) {
    if (L == nil) return nil;
    return cons(F(hd(L)), map(F, tl(L)));
}
```

- Például az `L=[10,20,30]` lista elemeit eggyel növelve: `[11,21,31]`

```
int incr(const int X) { return X+1; }
```

Így a `map(incr, L)` kifejezés értéke `[11,21,31]`.

- `filter(P,L)`: az `L` lista lista azon `X` elemei, melyekre `P(X)` teljesül

```
list filter(const fun1 P, const list L) {
    if (L == nil) return nil;
    if (P(hd(L))) return cons(hd(L), filter(P, tl(L)));
    else return filter(P, tl(L));
}
```

- Például keressük meg a "X=100;" sztringben a számjegyeket:
  A `filter(digit, "X=100;")` kifejezés értéke `"100"` (azaz `[49,48,48]`)

Gyakori magasabb rendű függvények: a `fold...` család

- Hajtogatás balról – Erlang stílusban

```
// foldl(F, a, [x1,...,xn]) = F(xn, ..., F(x2, F(x1, a))...)
int foldl(const fun2 F, const int Acc, const list L) {
  if (L == nil) return Acc;
  else return foldl(F, F(hd(L),Acc), tl(L));          }  // (*)
```

- Hajtogatás balról – Haskell stílusban (csak a `(*)` sor változik)

```
// foldlH(F, a, [x1,...,xn]) = F(...(F(a, x1), x2), ..., xn)
int foldlH(const fun2 F, const int Acc, const list L) {
  if (L == nil) return Acc;
  else return foldlH(F, F(Acc,hd(L)), tl(L));          }
```

- Futási példák, `L = [1,5,3,8]`

```
int xmy(int X, int Y) { return X-Y; }
int ymx(int X, int Y) { return Y-X; }
foldl (xmy, 0, L) = (8-(3-(5-(1-0)))) = 9
foldlH(xmy, 0, L) = ((((0-1)-5)-3)-8) = -17
foldl (ymx, 0, L) = ((((0-1)-5)-3)-8) = -17
foldlH(ymx, 0, L) = (8-(3-(5-(1-0)))) = 9
```

A `fold` család – folytatás

- Hajtogatás jobbról (Haskell és Erlang egyaránt:-)

```
// foldr(F, a, [x1, ..., xn]) = F(x1, F(x2, ..., F(xn, a)...))
int foldr(const fun2 F, const int Acc, const list L) {
  if (L == nil) return Acc;
  else
    return F(hd(L), foldr(F, Acc, tl(L)));          }
```

- Futási példa, `L = [1,5,3,8]`,

```
int xmy(int X, int Y) { return X-Y; }

foldr(xmy, 0, L) = (1-(5-(3-(8-0)))) = -9
```

- Egyes funkcionális nyelvekben (pl. Haskell-ben) a hajtogató függvényeknek létezik 2-argumentumú változata is: `foldl1` ill. `foldr1`
- Itt a lista első vagy utolsó eleme lesz az `Acc` akkumulátor-argumentum kezdőértéke, pl.

  `foldr1(F, [`$x_1, \ldots, x_n$`]) = F(`x_1`, F(`x_2`, ..., F(`x_{n-1}`,`x_n`)...))`
- (HF: melyiket egyszerűbb visszavezetni: a `foldl1` vagy a `foldr1` függvényt?)

Tartalom

Generikus függvény szintaxisa

- Cékla részben támogatja a C++ template függvényeket
- Példa:

```
template <class AnyType>
int trace_variable(const AnyType X) {
  write(" *** debug *** : ");
  writeln(X);
}
```

- Kiegészül a Cékla nyelv szintaxisa:

```
<function_definition> ::= <head> <block>
<head> ::= [<template_declaration> | < >]
           <type> <identifier>(<formal_args>)
<type> ::= [const | < >] [<template_id> | int | list | fun1 | fun2]
```

- Megjegyzés: Prologban, Erlangban nincs is típusdeklaráció

Példa: absztrakciós réteg generikus, magasabbrendű fv-nyel

- Tekintsük a `sum` jobbrekurzív változatát:

```
int sum(list L, int L2) {
  if (L == nil) return L2;
  return sum(tl(L), plus(hd(L), L2));
}
```

```
int plus(int A, int B) {
  return A+B;          }
int sum(list L)    {
  return sum(L,0); }
```

- Miben hasonlít a `revapp` algoritmusára?

```
list revapp(list L, list L2)                {
    if (L == nil) return L2;
    return revapp(tl(L), cons(hd(L), L2));  }
```

- Az eltérések: `L2` és a visszatérési érték, és `plus`, `cons` függvények *típusa*

```
template <class Fun, class AccType>
AccType foldlt(Fun F, AccType Acc, list L) {
    if (L == nil) return Acc;
    return foldlt(F, F(hd(L), Acc), tl(L));
}
```

```
revapp(L, L2) == foldlt(cons, L2, L)
sum(L)        == foldlt(plus, 0, L)
```

Deklaratív programozási nyelvek — a Cékla tanulságai

- Mit vesztettünk?
  - a megváltoztatható változókat,
  - az értékadást, ciklus-utasítást stb.,
  - általánosan: a megváltoztatható állapotot
- Hogyan tudunk mégis állapotot kezelni deklaratív módon?
  - az állapotot a (segéd)függvény paraméterei tárolják,
  - az állapot változása (vagy helybenmaradása) explicit!
- Mit nyertünk?
  - Állapotmentes szemantika: egy nyelvi elem értelme nem függ a programállapottól
    - Hivatkozási átlátszóság (referential transparency) — pl. ha $f(x) = x^2$, akkor $f(a)$ **helyettesíthető** a^2-tel.
    - Egyszeres értékadás (single assignment) — párhuzamos végrehajthatóság.
  - A deklaratív programok **dekomponálhatók**:
    - A program részei egymástól **függetlenül** megírhatók, tesztelhetők, verifikálhatók.
    - A programon könnyű következtetéseket végezni, pl. helyességét bizonyítani.

III. rész

Erlang alapok

Tartalom

Funkcionális programozás: mi az?

- Programozás *függvények alkalmazásával*
- Kevésbé elterjedten *applikatív programozásnak* is nevezik (vö. function application)
- A függvény: leképezés – az argumentumából állítja elő az eredményt
  A tiszta (matematikai) függvénynek nincs *mellékhatása.*

Példák funkcionális programozási nyelvekre, nyelvcsaládokra:

- Lisp, Scheme
- SML, Caml, Caml Light, OCaml, Alice
- Clean, Haskell
- Erlang
- F#

Az Erlang nyelv

- 1985: megszületik „Ellemtelben” (Ericsson–Televerket labor)
  - Agner Krarup Erlang dán matematikus, ERicsson LANGuage
- 1991: első megvalósítás, első projektek
- 1997: első OTP (Open Telecom Platform)
- 1998-tól: nyílt forráskódú, szabadon használható

- Funkcionális alapú (Functionally based)
- Párhuzamos programozást segítő (Concurrency oriented)
- Hatékony hibakezelés, hibatűrő (Fault tolerance)
- Gyakorlatban használt
  `http://en.wikipedia.org/wiki/Erlang_(programming_language)#Distribution`

„Programming is fun!”

Erlang emulátor

- Erlang shell (interaktív értelmező) indítása

```
$ erl
Erlang R13B03 (erts-5.7.4) [source] [smp:...

Eshell V5.7.4  (abort with ^G)
1>
1> 3.2 + 2.1 * 2.    % Lezárás és indítás ,,pont-bevitel''-lel!
7.4
2> atom.
atom
3> 'Atom'.
'Atom'
4> "string".
"string"
5> {ennes, 'A', a, 9.8}.
{ennes,'A',a,9.8}
6> [lista, 'A', a, 9.8].
[lista,'A',a,9.8]
7> q().
ok
```

Erlang shell: parancsok

```
1> help().
** shell internal commands **
b()         -- display all variable bindings
e(N)        -- repeat the expression in query <N>
f()         -- forget all variable bindings
f(X)        -- forget the binding of variable X
h()         -- history
v(N)        -- use the value of query <N>
rr(File)    -- read record information from File (wildcards allowed)
...
** commands in module c **
c(File)     -- compile and load code in <File>
cd(Dir)     -- change working directory
help()      -- help info
l(Module)   -- load or reload module
lc([File]) -- compile a list of Erlang modules
ls()        -- list files in the current directory
ls(Dir)     -- list files in directory <Dir>
m()         -- which modules are loaded
m(Mod)      -- information about module <Mod>
pwd()       -- print working directory
q()         -- quit - shorthand for init:stop()
...
```

Erlang shell: ^G és ^C

- ^G hatása

```
User switch command
 --> h
  c [nn]    - connect to job
  i [nn]    - interrupt job
  k [nn]    - kill job
  j         - list all jobs
  s         - start local shell
  r [node]  - start remote shell
  q         - quit erlang
  ? | h     - this message
 --> c
```

- ^C hatása

```
BREAK: (a)bort (c)ontinue (p)roc info (i)nfo (l)oaded
(v)ersion (k)ill (D)b-tables (d)istribution
```

Saját program lefordítása

bevezeto.erl – Faktoriális számítása

```
-module(bevezeto).   % A modul neve (kötelező; modulnév = fájlnév)
-export([fac/1]).    % Látható függvények (praktikusan kötelező)

% @spec fac(N::integer()) -> F::integer().
% F = N! (F az N faktoriálisa).
fac(0) -> 1;                 % ha az N=0 mintaillesztés sikeres
fac(N) -> N * fac(N-1).      % ha az N=0 mintaillesztés nem volt sikeres
```

- Fordítás, futtatás

```
1> c(bevezeto).
{ok,bevezeto}
2> bevezeto:fac(5).
120
3> fac(5).
** exception error: undefined shell command fac/1
4> bevezeto:fac(5)
4>
4> .
120
```

Listakezelés – rövid példák (1)

```
1> L1 = [10,20,30].      % új változó kötése, '=' a mintaillesztés
[10,20,30]
2> H = hd(L1).           % hd: Built-in function (BIF)
10
3> T = tl(L1).           % tl: Built-in function
[20,30]
4> b().                  % kötött változók kiírása, lásd help().
H = 10
L1 = [10,20,30]
T = [20,30]
ok
5> T =:= [20|[30|[]]].   % egyenlőségvizsgálat
true
6> tl([]).
** exception error: bad argument
     in function  tl/1
        called as tl([])
7> c(bevezeto).
{ok,bevezeto}
```

Listakezelés – rövid példák (2)

bevezeto.erl – folytatás

```
% sum(L) az L lista összege.
sum([]) -> 0;
sum(L)  -> H = hd(L), T = tl(L), H + sum(T).

% append(L1, L2) az L1 lista L2 elé fűzve.
append([], L2) -> L2;
append(L1, L2) -> [hd(L1)|append(tl(L1), L2)].

% revapp(L1, L2) az L1 megfordítása L2 elé fűzve.
revapp([], L2) -> L2;
revapp(L1, L2) -> revapp(tl(L1), [hd(L1)|L2]).
```

```
8> bevezeto:sum(L1).
60
9> bevezeto:append(L1, [a,b,c,d]).
[10,20,30,a,b,c,d]
10> bevezeto:revapp(L1, [a,b,c,d]).
[30,20,10,a,b,c,d]
```

Tartalom

Típusok

- Az Erlang erősen típusos nyelv, bár nincs típusdeklaráció
- A típusellenőrzés dinamikus és nem statikus
  - Alaptípusok

magyarul	*angolul*
Szám (egész, lebegőpontos)	Number (integer, float)
Atom vagy Névkonstans	Atom
Függvény	Function
Ennes (rekord)	Tuple (record)
Lista	List

  - További típusok

Pid	Pid (Process identifier)
Port	Port
Hivatkozás	Reference
Bináris	Binary

Szám (number)

- Egész
  - Pl. `2008`, `-9`, `0`
  - Tetszőleges számrendszerben `radix#szám` alakban, pl. `2#101001`, `16#fe`
  - Az egész korlátlan pontosságú, pl. `12345678901234567890123456789012345678901234`
  - Karakterkód
    - Ha nyomtatható: `$z`
    - Ha vezérlő: `$\n`
    - Oktális számmal: `$\012`
- Lebegőpontos
  - Pl. `3.14159`, `0.2e-22`
  - IEEE 754 64-bit

Függvény

(Kicsit később...)

Atom

- Névkonstans (nem füzér!)
- Kisbetűvel kezdődő, bővített alfanumerikus[1] karaktersorozat, pl. `sicstus`, `erlang_OTP`
- Bármilyen[2] karaktersorozat is az, ha egyszeres idézőjelbe tesszük, pl. `'SICStus'`, `'erlang OTP'`, `'35 May'`
- Hossza tetszőleges, vezérlőkaraktereket is tartalmazhat, pl.
  `'ez egy hosszú atom, ékezetes betűkkel spékelve'`
  `'formázókarakterekkel \n\c\f\r'`
- Saját magát jelöli
- Hasonló a Prolog névkonstanshoz (atom)
- C++, Java nyelvekben a legközelebbi rokon: enum

[1] Bővített alfanumerikus: kis- vagy nagybetű, számjegy, aláhúzás (_), kukac (@)
[2] bármilyen latin-1 kódolású karaktert tartalmazó (R14B)

Ennes (tuple)

- Rögzített számú, tetszőleges kifejezésből álló sorozat
- Példák: `{2008, erlang}`, `{'Joe', 'Armstrong', 16.99}`
- Nullás: `{}`
- Egyelemű ennes $\neq$ ennes eleme, pl. `{elem}` $\neq$ `elem`

Lista (list)

- Korlátlan számú, tetszőleges kifejezésből álló sorozat
- Lineáris rekurzív adatszerkezet:
  - vagy üres (`[]` jellel jelöljük),
  - vagy egy elemből áll, amelyet egy lista követ: `[Elem|Lista]`
- Első elemét, ha van, a lista *fejének* nevezzük
- Első eleme utáni, esetleg üres részét a lista *farkának* nevezzük
  - Egyelemű lista: `[elem]`
  - Fejből-farokból létrehozott lista: `[elem|[]]`, `['első'|['második']]`
  - Többelemű lista:
    - `[elem,123,3.14,'elem']`
    - `[elem,123,3.14|['elem']]`
    - `[elem,123|[3.14,'elem']]`
- A konkatenáció műveleti jele: ++

```
11> ['egy'|['két']] ++ [elem,123|[3.14,'elem']]
[egy,két,elem,123,3.14,elem]
```

Füzér (string)

- Csak rövidítés, tkp. karakterkódok listája, pl.
  `"erl"` ≡ `[$e,$r,$l]` ≡ `[101,114,108]`
- Az Eshell a nyomtatható karakterkódok listáját füzérként írja ki:
  ```
  12> [101,114,108]
  "erl"
  ```
- Ha más érték is van a listában, listaként írja ki:
  ```
  13> [31,101,114,108]
  [31,101,114,108]
  14> [a,101,114,108]
  [a,101,114,108]
  ```
- Egymás mellé írással helyettesíthető, pl.
  ```
  15> "erl" "ang".
  "erlang"
  ```

Tartalom

Term, változó

Term

- *Közelítő rekurzív definíció:* szám-, atom-, vagy függvénytípusú értékekből vagy *termekből* ennes- és listakonstruktorokkal felépített kifejezés.
- Néhány típussal (ref., port, pid, binary) most nem foglalkozunk
- Tovább nem egyszerűsíthető kifejezés, érték a programban
- Minden termnek van típusa
- Pl. `10` vagy `{'Diák Detti', [{khf, [cekla, prolog, erlang, prolog]}]}`
  Pl. nem term: `5 + 6`, mert műveletet (függvényhívást) tartalmaz
- Termek összehasonlítási sorrendje (v.ö. típusok)

  `number < atom < ref. < fun < port < pid < tuple < list < binary`

Változó

- Nagybetűvel kezdődő, bővített alfanumerikus karaktersorozat, más szóval *név*
- A változó lehet *szabad* vagy *kötött*
- A szabad változónak nincs értéke, típusa
- A kötött változó értéke, típusa valamely konkrét term értéke, típusa
- Minden változóhoz *csak egyszer* köthető érték, azaz kötött változó nem kaphat értéket

Kifejezés

- Lehet
  - term
  - változó
  - minta
    - Minta: term alakú kifejezés, amelyben szabad változó is lehet
    - termek $\subset$ minták [3]
    - változók $\subset$ minták

  továbbá
  - összetett kifejezés, függvényalkalmazás
  - szekvenciális kifejezés
  - egyéb: if, case, try/catch, catch stb.
- Kifejezés kiértékelése alapvetően: **mohó** (eager vagy strict evaluation).

```
16> Nevezo = 0.
0
17> (Nevezo > 0) and (1 / Nevezo > 1).
** exception error: bad argument in an arithmetic expression
```

[3] néhány nem túl gyakorlatias ellenpéldától eltekintve, például hibás:
`[X,fun erlang:'+'/2] = [5,fun erlang:'+'/2].`

Kifejezés: összetett és függvényalkalmazás

Függvényalkalmazás

- Szintaxisa
  - `fnév(`$\mathtt{arg}_1$`, `$\mathtt{arg}_2$`, ..., `$\mathtt{arg}_n$`)`
    vagy
  - `modul:fnév(`$\mathtt{arg}_1$`, `$\mathtt{arg}_2$`, ..., `$\mathtt{arg}_n$`)`
- Például

```
18> length([a,b,c]).
3
19> erlang:tuple_size({1,a,'A',"1aA"}).
4
20> erlang:'+'(1,2).
3
```

Összetett kifejezés

- Kiértékelhető műveleteket, függvényeket is tartalmazó, kifejezés, pl. 5+6, vagy: `[{5+6, math:sqrt(2+fib(X))}, alma]`
- Különbözik a termtől, a termben a művelet/függvényhívás tiltott

Kifejezés: szekvenciális

Szekvenciális kifejezés

- Kifejezések sorozata, szintaxisa:
  - **begin** $\mathtt{exp}_1$, $\mathtt{exp}_2$, ..., $\mathtt{exp}_n$ **end**
  - $\mathtt{exp}_1$, $\mathtt{exp}_2$, ..., $\mathtt{exp}_n$
- A `begin` és `end` párt akkor kell kiírni, ha az adott helyen egyetlen kifejezésnek kell állnia
- Értéke az utolsó kifejezés értéke: $\mathtt{exp}_n$
-
```
21> L2 = [10,20,30], H2 = hd(L2), T2 = tl(L2),
21> H2 + bevezeto:sum(T2).
60
22> [begin a, "a", 5, [1,2] end, a].
[[1,2],a]
```
- Eltérés Prologtól (gyakori hiba): a vessző itt nem jelent logikai ÉS kapcsolatot, csak egymásutániságot!
  - $\mathtt{exp}_i$-ben ($i < n$) vagy változót kötünk,
  - vagy mellékhatást keltünk (pl. kiírás)

Függvénydeklaráció

- Egy vagy több, pontosvesszővel (;) elválasztott *klózból* állhat.
- Alakja:

```
fnév(A11, ..., A1m) [when ŐrSz1] -> SzekvenciálisKif1;
...
fnév(An1, ..., Anm) [when ŐrSzn] -> SzekvenciálisKifn.
```

- A függvényt a neve, az „aritása” (paramétereinek száma), valamint a moduljának a neve azonosítja.
- Az azonos nevű, de eltérő aritású függvények nem azonosak!
- Példák:

```
fac(N) -> fac(N, 1).

fac(0, R) -> R;
fac(N, R) -> fac(N-1, N*R).
```

- (Őrök bemutatása kicsit később)

Tartalom

Minta, mintaillesztés (egyesítés)

- Minta (pattern): term alakú kifejezés, amelyben szabad változó is lehet
- Sikeres illesztés esetén a szabad változók kötötté válnak, értékük a megfelelő részkifejezés értéke lesz.
- A mintaillesztés (egyesítés) műveleti jele: `=`
  Alakja: `MintaKif = TömörKif`
- Mintaillesztés $\neq$ értékadás!
- Példák:

`Pi = 3.14159`	$\rightsquigarrow$[4]	`Pi` $\mapsto$[5] `3.14159`
`3 = P`	$\rightsquigarrow$	hiba (jobboldal nem tömör)
`[H1|T1] = [1,2,3]`	$\rightsquigarrow$	`H1` $\mapsto$ `1`, `T1` $\mapsto$ `[2,3]`
`[1,2|T2] = [1,2,3]`	$\rightsquigarrow$	`T2` $\mapsto$ `[3]`
`[H2|[3]] = [1,2,3]`	$\rightsquigarrow$	meghiúsulás, hiba
`{A1,B1} = {{a},'Beta'}`	$\rightsquigarrow$	`A1` $\mapsto$ `{a}`, `B1` $\mapsto$ `'Beta'`
`{{a},B2} = {{a},'Beta'}`	$\rightsquigarrow$	`B2` $\mapsto$ `'Beta'`

[4] `Kif` $\rightsquigarrow$ jelentése: „`Kif` kiértékelése után”.
[5] `X` $\mapsto$ `V` jelentése: „`X` a `V` értékhez van kötve”.

Mintaillesztés függvény klózaira – 1. példa

- Függvény alkalmazásakor a klóz kiválasztása is mintaillesztéssel történik
- Máshol is, pl. a `case` vezérlési szerkezetnél is történik illesztés

`khf.erl` – DP kisházik ellenőrzése

```
-module(khf).
-compile(export_all).        % mindent exportál, csak teszteléshez!
%-export([kiadott/1, ...]). % tesztelés után erre kell cserélni

% kiadott(Ny) az Ny nyelven kiadott kisházik száma.
kiadott(cekla)  -> 1;        % 1. klóz
kiadott(prolog) -> 3;        % 2. klóz
kiadott(erlang) -> 3.        % 3. klóz
```

```
2> khf:kiadott(cekla).   % sikeres illesztés az 1. klózra
1
3> khf:kiadott(erlang). % sikertelen: 1-2. klóz, sikeres: 3. klóz
3
4> khf:kiadott(java).    % 3 sikertelen illesztés után hiba
** exception error: no function clause matching ...
```

Mintaillesztés függvény klózaira – 2. példa

- Hányszor szerepel egy elem egy listában? Első megoldásunk:

khf.erl – folytatás

```
% @spec elofordul0(E::term(), L::[term()]) -> N::integer().
% E elem az L listában N-szer fordul elő.
elofordul0(E, [])          -> 0;                          % 1.
elofordul0(E, [E|Farok])   -> 1 + elofordul0(E, Farok);   % 2.
elofordul0(E, [Fej|Farok]) -> elofordul0(E, Farok).       % 3.
```

```
5> khf:elofordul1(a, [a,b,a,1]).  % 2. klóz, majd 3., 2., 3., 1.
2
6> khf:elofordul1(java, [cekla,prolog,prolog]).  % 3., 3., 3., 1.
0
```

- A minták összekapcsolhatóak, az `E` változó több argumentumban is szerepel: `elofordul1(E, [E|Farok]) -> ...`
- Számít a klózok sorrendje, itt pl. a 3. általánosabb, mint a 2.!

Kitérő: változók elnevezése

- Az előző függvényre figyelmeztetést kapunk:

```
Warning: variable 'E' is unused
Warning: variable 'Fej' is unused
```

- A figyelmeztetés kikapcsolható alulvonással (_) kezdődő változóval

khf.erl – folytatás

```
elofordul1(_E, [])            -> 0;
elofordul1(E, [E|Farok])      -> 1 + elofordul1(E, Farok);
elofordul1(E, [_Fej|Farok]) -> elofordul1(E, Farok).
```

- A változó neve akár el is hagyható, de az _ elnevezésű változót tömör kifejezésben nem lehet használni (vagyis nem lehet kiértékelni)
- Több _ változónk is lehet, például:
  `[H,_,_] = [1,2,3]` $\rightsquigarrow$ `H` $\mapsto$ `1`
- Találós kérdés: miben különböznek az alábbi mintaillesztések?

```
A=hd(L).
[A|_]=L.
[A,_|_]=L.
```

Mintaillesztés függvény klózaira – 3. példa

- Teljesítette-e egy hallgató a khf követelményeket?

```
7> Hallgato1 = {'Diák Detti',
                 [{khf, [cekla,prolog,erlang,prolog]},
                  {zh, 59}]}.
```

khf.erl – folytatás

```
% @spec megfelelt(K::kovetelmeny(), H::hallgato()) -> true | false.
megfelelt(khf, {_Nev, [{khf, L}|_]}) ->
    C = elofordul1(cekla, L),
    P = elofordul1(prolog, L),
    E = elofordul1(erlang, L),
    (P >= 1) and (E >= 1) and (C + P + E >= 3);
megfelelt(zh, {_Nev, [{zh, Pont}|_]}) ->
    Pont >= 24;
megfelelt(K, {Nev, [_|F]}) ->
    megfelelt(K, {Nev, F});
megfelelt(_, {_, []}) ->
    false.
```

„Biztonságos” illesztés: ha egyik mindig sikerül

- Mit kezdjünk a `kiadott(java)` kiértékelésekor keletkező hibával?
- Erlangban gyakori: jelezzük a sikert vagy a hibát az eredményben

`khf.erl` – folytatás

```
% @spec safe_kiadott(Ny::atom()) -> {ok, Db::integer()} | error.
% Az Ny nyelven Db darab kisházit adtak ki.
safe_kiadott(cekla)  -> {ok, 1};
safe_kiadott(prolog) -> {ok, 3};
safe_kiadott(erlang) -> {ok, 3};
safe_kiadott(_Ny)    -> error.   % e klóz mindig illeszthető
```

- Az `ok` és az `error` atomokat konvenció szerint választottuk
- Kötés: ha a minta egyetlen szabad változó (`_Ny`), az illesztés sikeres
- De hogy férjünk hozzá az eredményhez?

```
8> khf:safe_kiadott(cekla).
{ok,1}
9> khf:safe_kiadott(java).
error
```

Feltételes kifejezés mintaillesztéssel (case)

- `case Kif of`
  `Minta`$_1$ `[when ŐrSz`$_1$`] -> SzekvenciálisKif`$_1$`;`
  `...`
  `Minta`$_n$ `[when ŐrSz`$_n$`] -> SzekvenciálisKif`$_n$
  `end.`
- Kiértékelés: balról jobbra
- Értéke: az első illeszkedő minta utáni szekvenciális kifejezés
- Ha nincs ilyen minta, hibát jelez

```
1> X=2, case X of 1 -> "1"; 3 -> "3" end.
** exception error: no case clause matching 2

2> X=2, case X of 1 -> "1"; 2 -> "2" end.
"2"

3> Y=fagylalt, 3 * case Y of fagylalt -> 100; tolcser -> 15 end.
300

4> Z=kisauto, case Z of fagylalt -> 100;
4>                      tolcser  -> 15;
4>                      Barmi    -> 99999 end.
99999
```

case példa

- Az adott nyelvből hány százalékot adtunk be?

khf.erl – folytatás

```
% @spec safe_teljesitmeny(Nyelv::atom(), Beadott_db::integer()) ->
%     {ok, Teljesitmeny::float()} | error.
safe_teljesitmeny(Nyelv, Beadott_db) ->
    case safe_kiadott(Nyelv) of
        {ok, Kiadott_db} -> {ok, Beadott_db / Kiadott_db};
        error            -> error
    end.
```

- Függvény klózai összevonhatóak a case segítségével:

```
kiadott(cekla)  -> 1;
kiadott(prolog) -> 3;
kiadott(erlang) -> 3.
```

helyett írható:

```
kiadott(Ny)  ->
    case Ny of
        cekla  -> 1;
        prolog -> 3;
        erlang -> 3
    end.
```

Tartalom

Listanézet (List Comprehensions)

- Listanézet (List Comprehensions): `[Kif || Minta <- Lista, Feltétel]`
  Közelítő definíció: `Kif` kifejezések *listája*, ahol a `Minta` a `Lista` olyan eleme, melyre `Feltétel` igaz.
- `Feltétel` tetszőleges logikai kifejezés lehet. A `Minta`ban előforduló változónevek elfedik a listakifejezésen kívüli azonos nevű változókat.
- Kis példák

```
1> [2*X || X <- [1,2,3]].    %  { 2·x | x ∈ {1,2,3} }
[2,4,6]
2> [2*X || X <- [1,2,3], X rem 2 =/= 0, X > 2].
[6]
3> lists:seq(1,3).           %  egészek 1-től 3-ig
[1,2,3]
4> [{X,Y} || X <- [1,2,3,4], Y <- lists:seq(1,X)].
[{1,1},
 {2,1},{2,2},
 {3,1},{3,2},{3,3},
 {4,1},{4,2},{4,3},{4,4}]
```

- Pontos szintaxis: `[X || Q1, Q2, ...]`, ahol `X` tetszőleges kifejezés, Q_i lehet generátor (`Minta <- Lista`) vagy szűrőfeltétel (predikátum)

Listanézet: példák

- Pitagoraszi számhármasok, melyek összege legfeljebb *N*

```
pitag(N) ->
    [{A,B,C} ||
        A <- lists:seq(1,N),
        B <- lists:seq(1,N),
        C <- lists:seq(1,N),
        A+B+C =< N,
        A*A+B*B =:= C*C
    ].
```

- Hányszor fordul elő egy elem egy listában?

```
elofordul2(Elem, L) ->
    length([X || X <- L, X=:=Elem]).
```

- A khf követelményeket teljesítő hallgatók

```
L = [{'Diák Detti', [{khf, [...]}]}, {'Lusta Ludvig', []}],
[Nev || {Nev, M} <- L, khf:megfelelt(khf, {Nev, M})].
```

Listanézet: érdekes példák

- Quicksort

```
qsort([]) ->
    [];
qsort([Pivot|Tail]) ->
    qsort([X || X <- Tail, X < Pivot])
    ++ [Pivot] ++
    qsort([X || X <- Tail, X >= Pivot]).
```

- Permutáció

```
perms([]) ->
    [[]];
perms(L) ->
    [[H|T] || H <- L, T <- perms(L--[H])].
```

  - Listák különbsége: `As--Bs` vagy `lists:subtract(As,Bs)`
    `As--Bs` az `As` olyan másolata, amelyből ki van hagyva a `Bs`-ben előforduló összes elem balról számított első előfordulása, feltéve, hogy volt ilyen elem `As`-ben

Tartalom

Függvényérték

- A funkcionális nyelvekben a függvény is *érték:*
  - leírható (jelölhető)
  - van típusa
  - névhez (változóhoz) köthető
  - adatszerkezet eleme lehet
  - paraméterként átadható
  - függvényalkalmazás eredménye lehet (zárójelezni kell!)
- Névtelen függvény (függvényjelölés) mint érték

```
fun (A11, ..., A1m) [when ŐrSz1] -> SzekvenciálisKif1;
    ...;
    (An1, ..., Anm) [when ŐrSzn] -> SzekvenciálisKifn
end.
```

- Már deklarált függvény mint érték

```
fun Modul:Fnev/Aritas   % például fun bevezeto:sum/1
fun Fnev/Aritas         % ha az Fnev „látható", pl. modulból
```

„Programming is fun!”

Függvényérték: példák

```
2> Area1 = fun ({circle,R})   -> R*R*3.14159;
               ({rectan,A,B}) -> A*B;
               ({square,A})   -> A*A
           end.
#Fun<erl_eval.6.13229925>
3> Area1({circle,2}).
12.56636
4> Osszeg = fun bevezeto:sum/1.
#Fun<bevezeto.sum.1>
5> Osszeg([1,2]).
3
6> fun bevezeto:sum/1([1,2]).
3
7> F1 = [Area1, Osszeg, fun bevezeto:sum/1, 12, area].
[#Fun<erl_eval.6.13229925>,#Fun<bevezeto.sum.1>,...]
8> (hd(F1))({circle, 2}). % külön zárójelezni kell!
12.56636
% hd/1 itt magasabbrendű függvény, zárójelezni kell értékét
```

Magasabb rendű függvények alkalmazása – `map`, `filter`

- Magasabb rendű függvény: paramétere vagy eredménye függvény
- Leképzés: `lists:map(Fun, List)` A `List` lista `Fun`-nal transzformált elemeiből álló lista

```
9> lists:map(fun erlang:length/1, ["alma", "korte"]).
[4,5]        % erlang:length/1: Built-In Function, lista hossza
10> lists:map(Osszeg, [[10,20], [10,20,30]]).
[30,60]
11> L = [{'Diák Detti', [{khf, [...]}]}, {'Lusta Ludvig', []}].
[{'Diák Detti',[{khf,[...]}]},{'Lusta Ludvig',[]}]
12> lists:map(fun(Hallg) -> khf:megfelelt(khf, Hallg) end, L).
[true,false]
```

- Szűrés: `lists:filter(Pred, List)`
  A `List` lista `Pred`-et kielégítő elemeinek listája

```
13> lists:filter(fun erlang:is_number/1, [x, 10, L, 20, {}]).
[10,20]
14> lists:filter(fun(Hallg) -> khf:megfelelt(khf, Hallg) end, L).
[{'Diák Detti',[{khf,[...]}]}]
```

Magasabb rendű függvények alkalmazása – `filter` példa

- Hányszor szerepel egy elem egy listában? Új megoldásunk:

`khf.erl` – folytatás

```
% @spec elofordul3(E::term(), L::[term()]) -> N::integer().
% E elem az L listában N-szer fordul elő.
elofordul3(Elem, L) ->
    length(lists:filter(fun(X) -> X =:= Elem end, L)).
```

```
15> khf:elofordul3(prolog, [cekla,prolog,prolog]).
2
```

- A névtelen függvényben felhasználhatjuk az `Elem` lekötött változót!
- A `filter/2` egy lehetséges megvalósítása:

```
filter(_, [])            -> [];
filter(P, [Fej|Farok]) -> case P(Fej) of
                              true  -> [Fej|filter(P,Farok)];
                              false -> filter(P,Farok)
                          end.
```

- *Fejtörő:* miért írjuk le kétszer a `filter(P,Farok)` hívást?

Redukálás a `fold` függvényekkel

- Jobbról balra haladva: `lists:foldr(Fun,Acc,List)`
- Balról jobbra haladva: `lists:foldl(Fun,Acc,List)`
- A `List` lista elemeiből és az `Acc` elemből a kétoperandusú `Fun`-nal képzett érték

  `lists:foldr(fun(X, Acc) -> X - Acc end, 0, [1,2,3,4])` ≡ -2
  `lists:foldl(fun(X, Acc) -> X - Acc end, 0, [1,2,3,4])` ≡ 2
- Példa `foldr` kiértékelési sorrendjére: `1-(2-(3-(4-0)))` = -2
  Példa `foldl` kiértékelési sorrendjére: `4-(3-(2-(1-0)))` = 2

```
% plus(X, Sum) -> X + Sum.
```

R

```
sum(Acc, []) ->
    Acc;
sum(Acc, [H|T]) ->
    plus(H, sum(Acc, T)).
```

```
foldr(Fun, Acc, []) ->
    Acc;
foldr(Fun, Acc, [H|T]) ->
    Fun(H, foldr(Fun, Acc, T)).
```

L

```
sum(Acc, []) ->
    Acc;
sum(Acc, [H|T]) ->
    sum(plus(H, Acc), T)).
```

```
foldl(Fun, Acc, []) ->
    Acc;
foldl(Fun, Acc, [H|T]) ->
    foldl(Fun, Fun(H, Acc), T)).
```

Tartalom

Listaműveletek

- Alapműveletek: `hd(L)`, `tl(L)`, `length(L)` (utóbbi lassú: $O(n)$!)
- Listák összefűzése (`As` $\oplus$ `Bs`): `As++Bs` vagy `lists:append(As,Bs)`
  `Cs = As++Bs` $\rightsquigarrow$ `Cs` $\mapsto$ az `As` összes eleme a `Bs` elé fűzve az eredeti sorrendben
- Példa

```
1> [a,'A',[65]]++[1+2,2/1,'A'].
[a,'A',"A",3,2.0,'A']
```

- Listák különbsége: `As--Bs` vagy `lists:subtract(As,Bs)`
  `Cs = As--Bs` $\rightsquigarrow$ `Cs` $\mapsto$ az `As` olyan másolata, amelyből ki van hagyva a `Bs`-ben előforduló összes elem balról számított első előfordulása, feltéve, hogy volt ilyen elem `As`-ben
- Példa

```
1> [a,'A',[65],'A']--["A",2/1,'A'].
[a,'A']
2> [a,'A',[65],'A']--["A",2/1,'A',a,a,a].
['A']
3> [1,2,3]--[1.0,2].  % erős típusosság:  1 ≢ 1.0
[1,3]
```

Aritmetikai műveletek

- Matematikai műveletek
  - Előjel: `+`, `-` (precedencia: 1)
  - Multiplikatív: `*`, `/`, `div`, `rem` (precedencia: 2)
  - Additív: `+`, `-` (precedencia: 3)
- Bitműveletek
  - `bnot`, `band` (precedencia: 2)
  - `bor`, `bxor`, `bsl`, `bsr` (precedencia: 3)
- Megjegyzések
  - `+`, `-`, `*` és `/` egész és lebegőpontos operandusokra is alkalmazhatók
  - `+`, `-` és `*` eredménye egész, ha mindkét operandusuk egész, egyébként lebegőpontos
  - `/` eredménye mindig lebegőpontos
  - `div` és `rem`, valamint a bitműveletek operandusai csak egészek lehetnek

Relációk

- Termek összehasonlítási sorrendje (v.ö. típusok):
  `number < atom < ref. < fun < port < pid < tuple < list < binary`
- Kisebb-nagyobb reláció
  <, =<, >=, >
- Egyenlőségi reláció (aritmetikai egyenlőségre is):
  ==, /= **ajánlás: helyette azonosan egyenlőt használjunk!**
- Azonosan egyenlő (különbséget tesz `integer` és `float` közt):
  =:=, =/= Példa:

```
1> 5.0 =:= 5.
false
```

- Az összehasonlítás eredménye a `true` vagy a `false` atom
- 
  Lebegőpontos értékre kerülendő: == =< >= =:=
  Elrettentő példák:

```
1> 10.1 - 9.9 == 0.2.
false
2> 0.0000000000000001 + 1 == 1.
true
```

- Kerekítés (`float` ↦ `integer`), explicit típuskonverzió (`integer` ↦ `float`):
  `erlang:trunc/1`, `erlang:round/1`, `erlang:float/1`

Logikai műveletek

- Logikai művelet:
  `not`, `and`, `or`, `xor`
- Csak a `true` és `false` atomokra alkalmazhatóak
- Lusta kiértékelésű („short-circuit”) logikai művelet:
  `andalso`, `orelse`
- Példák:

```
1> false and (3 div 0 =:= 2).
** exception error:  bad argument in an arithmetic expression

2> false andalso (3 div 0 =:= 2).
false
```

Beépített függvények (BIF)

- BIF (Built-in functions)
  - a futtatórendszerbe beépített, rendszerint C-ben írt függvények
  - többségük az **erts**-könyvtár `erlang` moduljának része
  - többnyire rövid néven (az `erlang:` modulnév nélkül) hívhatók
- Az alaptípusokon alkalmazható leggyakoribb BIF-ek:
  - Számok:
    `abs(Num)`, `trunc(Num)`, `round(Num)`, `float(Num)`
  - Lista:
    `length(List)`, `hd(List)`, `tl(List)`
  - Ennes:
    `tuple_size(Tuple)`,
    `element(Index,Tuple)`,
    `setelement(Index,Tuple,Value)`
    Megjegyzés: $1 \leq$ `Index` $\leq$ `tuple_size(Tuple)`

További BIF-ek

- Rendszer:
  `date()`, `time()`, `erlang:localtime()`, `halt()`
- Típusvizsgálat
  - `is_integer(Term)`, `is_float(Term)`,
  - `is_number(Term)`, `is_atom(Term)`,
  - `is_boolean(Term)`,
  - `is_tuple(Term)`, `is_list(Term)`,
  - `is_function(Term)`, `is_function(Term,Arity)`
- Típuskonverzió
  - `atom_to_list(Atom)`, `list_to_atom(String)`,
  - `integer_to_list(Int)`, `list_to_integer(String)`, `erlang:list_to_integer(String, Base)`,
  - `float_to_list(Float)`, `list_to_float(String)`,
  - `tuple_to_list(Tuple)`, `list_to_tuple(List)`
- Érdekesség: a BIF-ek mellett megtalálhatóak az operátorok az `erlang` modulban, lásd az `m(erlang).` kimenetét, pl. `fun erlang:'*'/2(3,4).`

Tartalom

Őrszekvencia (Guard sequence)

- Nézzük újra a következő definíciót:

```
fac(0) -> 1;
fac(N) -> N * fac(N-1).
```

  - Mi történik, ha megváltoztatjuk a klózok sorrendjét?
  - Mi történik, ha `-1`-re alkalmazzuk?
  - És ha `2.5`-re?

  A baj az, hogy a `fac(N) -> ...` klóz túl általános.

- Megoldás: korlátozzuk a mintaillesztést őrszekvencia alkalmazásával

```
fac(0) ->
    1;
fac(N) when is_integer(N), N>0 ->
    N*fac(N-1).
```

Ismétlés: függvénydeklaráció, case

- Függvénydeklaráció:

```
fnév(A11, ..., A1m) [when ŐrSz1] -> SzekvenciálisKif1;
...
fnév(An1, ..., Anm) [when ŐrSzn] -> SzekvenciálisKifn.
```

- Feltételes mintaillesztés (case):

```
case Kif of
    Minta1 [when ŐrSz1] -> SzekvenciálisKif1;
    ...
    Mintan [when ŐrSz1n] -> SzekvenciálisKifn
end.
```

Őr, őrszekvencia, őrkifejezés

- Az őrszekvenciával olyan tulajdonságot írunk elő, amit strukturális mintaillesztéssel nem tudunk leírni
- Az őrszekvenciát a `when` kulcsszó vezeti be
- Az őrszekvenciában előforduló összes változónak *kötöttnek* kell lennie

Elnevezések:

- **Őrkifejezés (Guard expression):** korlátozott Erlang-kifejezés, mellékhatás nélküli
- **Őr (Guard):** egyetlen őrkifejezés vagy őrkifejezések vesszővel (,) elválasztott sorozata
  - `true`, ha az összes őrkifejezés `true` (ÉS-kapcsolat)
  - Ha értéke `true` $\rightsquigarrow$ *sikerül*, bármely más term $\rightsquigarrow$ *meghiúsul*
- **Őrszekvencia (Guard sequence):** egyetlen őr vagy őrök pontosvesszővel (;) elválasztott sorozata
  - `true` (azaz sikerül), ha legalább egy őr `true` (VAGY-kapcsolat)
  - Sokszor helytelenül őrnek rövidítik; mentség: az őr tipikusan elegendő, őrszekvencia ritka

Őrkifejezés, mintaillesztés

Őrkifejezés:

- Őrkifejezések $\subset$ Erlang-kifejezések
- Garantáltan mellékhatás nélküli, hatékonyan kiértékelhető
- Vagy sikerül, vagy meghiúsul
- Hibát (kivételt) **nem** jelezhet; ha hibás az argumentuma, meghiúsul

A mintaillesztés lépései klózválasztásnál, `case`-nél:

- Strukturális mintaillesztés (hasonló a Prolog illesztésére)
- Őrszekvencia kiértékelése

Őrkifejezés

Őrkifejezés lehet:

- Term (vagyis konstans érték)
- Kötött változó
- Őrkifejezésekből aritmetikai, összehasonlító és logikai műveletekkel felépített kifejezés
- Őrkifejezéseket tartalmazó ennes vagy lista
- Bizonyos BIF-ek őrkifejezéssel paraméterezve:
  - Típust vizsgáló predikátumok (`is_TÍPUS`)
  - `abs(Number)` `round(Number)` `trunc(Number)` `float(Term)`
    `element(N, Tuple)` `tuple_size(Tuple)`
    `hd(List)` `length(List)` `tl(List)`
    `bit_size(Bitstring)` `byte_size(Bitstring)` `size(Tuple|Bitstring)`
    `node()` `node(Pid|Ref|Port)` `self()`

Őrkifejezés **nem** lehet:

- Függvényalkalmazás, mert esetleg mellékhatása lehet vagy lassú
- `++` (`lists:append/2`), `--` (`lists:subtract/2`)

Őrszekvencia: példák

orok.erl – ***kategoria(V) a V term egy lehetséges osztályozása.***

```
kategoria(V) ->
    case V of
        X when is_atom(X) ->
            atom;
        X when is_number(X), X < 0 ->
            negativ_szam;
        X when is_integer(X) ;
               is_float(X), abs(X-round(X)) < 0.0001 ->
            kerek_szam;
        X when is_list(X), length(X) > 5 ->
            hosszu_lista;
        ...
```

```
2> orok:kategoria(true).
atom
3> [{K,orok:kategoria(K)} || K <- [haho, -5, 5.000001, "kokusz"] ].
[{haho,atom}, {-5,negativ_szam}, {5.000001,kerek_szam},
 {"kokusz",hosszu_lista}]
```

Őrszekvencia: példák – folytatás

orok.erl – kategoria(V) folytatása

```
    ...
    {X,Y,Z} when X*X+Y*Y =:= Z*Z, is_integer(Z) ;
                 Z*Z+Y*Y =:= X*X, is_integer(X) ;
                 X*X+Z*Z =:= Y*Y, is_integer(Y) ->
        pitagoraszi_szamharmas;
    {Nev, []} when is_atom(Nev) ->
        talan_hallgato;
    {Nev, [{Tipus,_}|_]} when is_atom(Nev), is_atom(Tipus) ->
        talan_hallgato;
    [Ny1|_] when Ny1=:=cekla ; Ny1=:=prolog ; Ny1=:=erlang ->
        talan_programozasi_nyelvek_listaja;
    {tort, Sz, N} when abs(Sz div N) >= 0 ->  % Ha Sz vagy N nem
        racionalis; % egész, vagy ha N=:=0, hiba miatt meghiúsul
    _ -> egyeb
end.
```

```
4> [orok:kategoria(K) || K <- [{3,5,4}, {'D.D.',[]}, {tort,1,a}]].
[pitagoraszi_szamharmas,talan_hallgato,egyeb]
```

Feltételes kifejezés őrszekvenciával

- `if`
  `ŐrSz`$_1$ `-> SzekvenciálisKif`$_1$`;`
  `...`
  `ŐrSz`$_n$ `-> SzekvenciálisKif`$_n$
  `end.`
- Kiértékelés: balról jobbra.
- Értéke: az első teljesülő őrszekvencia utáni szekvenciális kifejezés
- Ha nincs ilyen őrszekvencia, futáskor hibát jelez.
- Példák

```
1> X=2.
2> if X<2 -> "<"; X>2 -> ">" end.
** exception error: no true branch...
3> if X<2 -> "<"; X>=2 -> ">=" end.
">="
4> if X<2 -> "<"; true -> ">=" end.
">="
```

khf.erl – folytatás

```
elofordul4(_, []) -> 0;
elofordul4(E, [Fej|Farok]) ->
    if
        Fej =:= E -> 1;
        true      -> 0
    end
    + elofordul4(E, Farok).
```

Az `if` a `case` speciális esete

- `case`: kifejezést illeszt mintákra őrszekvenciával, `if`: csak őrszekvenciák
- `if` helyettesítése `case`-zel (az `Alapértelmezés` sora opcionális):

```
case 1 of % _=1 mindig sikeres lenne
    _ when ŐrSz1 -> Kif1;
    ...
    _ when ŐrSzn -> Kifn;
    _            -> Alapértelmezés
end
```

≡

```
if
    ŐrSz1 -> Kif1;
    ...
    ŐrSzn -> Kifn;
    true  -> Alapért
end
```

- Fordítva: pl. használhatunk-e `case` helyett `if`-et?

```
filter(_, [])           -> [];
filter(P, [Fej|Farok]) -> case P(Fej) of
                              true -> [Fej|filter(P,Farok)];
                              false -> filter(P,Farok)
                          end.
```

Vigyázat! `if P(Fej) -> Kif...` hibás lenne, őrben nem lehet függvény „`illegal guard expression`”

Tartalom

Típusspecifikáció

- Régebben: csak *dokumentációs konvenció,* nem nyelvi elem az Erlangban
  - Mi most ezt tanuljuk
- Újabban: a nyelv része
- Készültek programok a típusspecifikáció és a programkód összevetésére
- A *typeName* típust így jelöljük: `typeName()`.
- Típusok: előre definiált és felhasználó által definiált

Előre definiált típusok

- `any()`, `term()`: bármely Erlang-típus
- `atom()`, `binary()`, `float()`, `function()`, `integer()`, `pid()`, `port()`, `reference()`: Erlang-alaptípusok
- `bool()`: a `false` és a `true` atomok
- `char()`: az `integer` típus karaktereket ábrázoló része
- `iolist() = [char()|binary()|iolist()]`[6]: karakter-io
- `tuple()`: ennestípus
- `list(L)`: `[L]` listatípus szinonimája
- `nil()`: `[]` üreslista-típus szinonimája
- `string()`: `list(char())` szinonimája
- `deep_string() = [char()|deep_string()]`
- `none()`: a „nincs típusa” típus; nem befejeződő függvény „eredményének” megjelölésére

[6] `...|...` választási lehetőség a szintaktikai leírásokban.

Új (felhasználó által definiált) típusok

- Szintaxis: `@type newType() = Típuskifejezés.`
- Típuskifejezés a term, az előre definiált típus, a felhasználó által definiált típus és a típusváltozó
- Uniótípus
  `T1|T2` típuskifejezés, ha `T1` és `T2` típuskifejezések
  ```
  % @type nyelv() = cekla | prolog | erlang.
  ```
- Listatípus
  `[T]` típuskifejezés, ha `T` típuskifejezés
  ```
  % @type nyelvlista() = [nyelv()].
  ```
- Ennestípus
  `{T1,...,Tn}` típuskifejezés, ha `T1,...,Tn` típuskifejezések
  ```
  % pl.  {'Diák Detti', [{khf, [cekla, prolog, prolog]}]} :
  % @type hallgato() = {atom(), [{atom(), munka()}]}.
  % @type munka() = nyelvlista() | integer() | ...
  ```
- Függvénytípus
  `fun(T1,...,Tn) -> T` típuskifejezés, ha `T1,...,Tn` és `T` típuskifejezések

Függvénytípus specifikálása

Egy függvény típusát az argumentumainak (formális paramétereinek) és az eredményének (visszatérési értékének) a típusa határozza meg.

- Szintaxis: `@spec funcName(T1,...,Tn) -> Tret.`
- `T1,...,Tn` és `Tret` háromféle lehet:
  - `TypeVar`
    Típusváltozó, tetszőleges típus jelölésére
  - `Type`
    Típuskifejezés
  - `Var::Type`
    Paraméterváltozóval bővítve dokumentációs célra
- Paraméterváltozó: a term részeinek nevet is adhatunk, pl.:

```
% @spec safe_last(Xs::[term()]) -> {ok, X::term()} | error.
%       X az Xs lista utolsó eleme.
% @spec split(N::integer(), List::[term()]) ->
%          {Prefix::[term()], Suffix::[term()]}.
```

Típusspecifikáció: példák

```
@type onOff()  = on | off.
@type person() = {person, name(), age()}.
@type people() = [person()].
@type name()   = {firstname, string()}.
@type age()    = integer().

@spec file:open(FileName, Mode) -> {ok, Handle} | {error, Why}.
@spec file:read_line(Handle) -> {ok, Line} | eof.

@spec lists:map(fun(A) -> B, [A]) -> [B].
@spec lists:filter(fun(X) -> bool(), [X]) -> [X].

@type sspec() = {size(), board()}.
@type size()  = integer().
@type board() = [[field()]].
@type field() = [info()].
@type info()  = e | o | s | w | integer().
@type ssol()  = [[integer()]].
@spec sudoku:sudoku(SSpec::sspec()) -> SSols::[ssol()].
```

Tartalom

Füzérkezelő függvények (`string` modul)

- `len(Str)`, `equal(Str1,Str2)`, `concat(Str1,Str2)`
- `chr(Str,Chr)`, `rchr(Str,Chr)`, `str(Str,SubStr)`, `rstr(Str,SubStr)`
  A karakter / részfüzér első / utolsó előfordulásának indexe, vagy 0, ha nincs benne
- `span(Str,Chrs)`, `cspan(Str,Chrs)`
  Az `Str` ama prefixumának hossza, amelyben kizárólag a `Chars`-beli karakterek fordulnak / nem fordulnak elő
- `substr(Str,Strt,Len)`, `substr(Str,Strt)`
  Az `Str` specifikált részfüzére

További füzérkezelő függvények (`string` modul)

- `tokens(Str,SepList)`
  A `SepList` karakterei mentén füzérek listájára bontja az `Str`-t
- `join(StrList,Sep)`
  Füzérré fűzi össze, `Sep`-pel elválasztva, az `StrList` elemeit
- `strip(Str)`, `strip(Str,Dir)`, `strip(Str,Dir,Char)`
  A formázó / `Char` karaktereket levágja a füzér elejéről / végéről

Részletek és továbbiak: Reference Manual.

Listakezelő függvények (`lists` modul)

- `nth(N,Lst)`, `nthtail(N,Lst)`, `last(Lst)`
  A `Lst` `N`-edik karaktere / ott kezdődő farka / utolsó eleme
- `append(Lst1,Lst2)` (++), `append(LstOfLsts)`
  Az `Lst1` és `Lst2` / `LstOfLsts` elemei egy listába fűzve
- `concat(Lst)`
  Az `Lst` összes eleme füzérré alakítva és egybefűzve
- `reverse(Lst)`, `reverse(Lst,Tl)`
  Az `Lst` megfordítva / megfordítva a `Tl` elé fűzve (más deklaratív nyelvekben `reverse/2`-nek `revAppend` a neve)
- `flatten(DeepList)`, `flatten(DeepList,Tail)`
  A `DeepList` kisimítva / kisimítva `Tail` elé fűzve
- `max(Lst)`, `min(Lst)`
  Az `Lst` legnagyobb / legkisebb eleme

További listakezelő függvények (`lists` modul)

- `filter(Pred,Lst)`, `delete(Elem,Lst)`
  A `Lst` `Pred`-et kielégítő elemek / `Elem` nélküli másolata
- `takewhile(Pred,Lst)`, `dropwhile(Pred,Lst)`, `splitwith(Pred,Lst)`
  Az `Lst` `Pred`-et kielégítő prefixumát tartalmazó / nem tartalmazó másolata; ilyen listákból álló pár
- `partition(Pred,Lst)`, `split(N,Lst)`
  A `Lst` elemei `Pred` / `N` szerint két listába válogatva
- `member(Elem,Lst)`, `all(Pred,Lst)`, `any(Pred,Lst)`
  Igaz, ha `Elem` / `Pred` szerinti minden / `Pred` szerinti legalább egy elem benne van az `Lst`-ben
- `prefix(Lst1,Lst2)`, `suffix(Lst1,Lst2)`
  Igaz, ha az `Lst2` az `Lst1`-gyel kezdődik / végződik

Továbbra is: listakezelő függvények (`lists` modul)

- `sublist(Lst,Len)`, `sublist(Lst,Strt,Len)`
  Az `Lst` 1-től / `Strt`-től kezdődő, `Len` hosszú része
- `subtract(Lst1,Lst2)` (`--`)
  Az `Lst1` `Lst2` elemeinek első előfordulását nem tartalmazó másolata
- `zip(Lst1,Lst2)`, `unzip(Lst)`
  Az `Lst1` és `Lst2` elemeiből képzett párok listája; az `Lst`-ben lévő párok szétválasztásával létrehozott két lista
- `sort(Lst)`, `sort(Fun,Lst)`
  Az `Lst` alapértelmezés / `Fun` szerint rendezett másolata
- `merge(LstOfLsts)`
  Az `LstOfLsts` listában lévő rendezett listák alapértelmezés szerinti összefuttatása

Még mindig: listakezelő függvények (`lists` modul)

- `merge(Lst1,Lst2)`, `merge(Fun,Lst1,Lst2)`,
  A rendezett `Lst1` és `Lst2` listák alapértelmezés / `Fun` szerinti összefuttatása
- `map(Fun,Lst)`
  Az `Lst` `Fun` szerinti átalakított elemeiből álló lista
- `foreach(Fun,Lst)`
  Az `Lst` elemeire a mellékhatást okozó `Fun` alkalmazása
- `sum(Lst)`
  Az `Lst` elemeinek összege, ha az összes elem számot eredményező kifejezés
- `foldl(Fun,Acc,Lst)`, `foldr(Fun,Acc,Lst)`
  Az `Acc` akkumulátor és az `Lst` elemeinek `Fun` szerinti redukálása, balról jobbra, illetve jobbról balra haladva

Részletek és továbbiak: Reference Manual.

Néhány további könyvtári modul és függvény

- `math` modul: `pi()`, `sin(X)`, `acos(X)`, `tanh(X)`, `asinh(X)`, `exp(X)`, `log(X)`, `log10(X)`, `pow(X,Y)`, `sqrt(X)`
- `io` modul: `write([IoDev,]Term)`, `fwrite(Format)`, `fwrite([IoDev,]Format,Data)`, `nl([IoDev])`, `format(Format)`, `format([IoDev,]Format,Data)`, `get_line([IoDev,]Prompt)`, `read([IoDev,]Prompt)`
- Formázójelek (`io` modul)

`~~`	a ~ jel	`~c`	az adott kódú karakter
`~s`	füzér	`~f`, `~e`, `~g`	lebegőpontos szám
`~b`, `~x`	egész	`~w`, `~p`	Erlang-term
`~n`	újsor		

```
1> io:format("~s ~b ~c ~f~n", [[$a,$b,$c],$a,$b,math:exp(1)]).
abc 97 b 2.718282
ok
2> X={"abc", [1,2,3], at}, io:format("~p ~w~n", [X,X]).
{"abc",[1,2,3],at} {[97,98,99],[1,2,3],at}
ok
```

IV. rész

Prolog alapok

Deklaratív programozási nyelvek

- A matematika függvényfogalmán alapuló funkcionális nyelvek: LISP, SML, Haskell, Erlang, ...
- A a matematika relációfogalmán alapuló logikai nyelvek: Prolog, SQL, Mercury, Korlátnyelvek (Constraint Programming), ...
- Közös tulajdonságaik
  - Deklaratív szemantika – a program jelentése matematikai állításként olvasható ki.
  - Deklaratív változó $\equiv$ matematikai változó – *egyetlen* ismeretlen értéket jelöl, vö. egyszeres értékadás
- Jelmondat
  - WHAT rather than HOW: a megoldás módja helyett inkább a megoldandó feladat specifikációját kell megadni
  - Általában nem elegendő a specifikáció (WHAT); a feladatok (hatékony) megoldásához szükséges a HOW rész végiggondolása is
  - Mindazonáltal a WHAT rész a fontosabb!

Az előadás LP részének áttekintése

- **1. blokk:** A Prolog nyelv alapjai
  - Szintaxis
  - Deklaratív szemantika
  - Procedurális szemantika (végrehajtási mechanizmus)
- **2. blokk:** Prolog programozási módszerek
  - A legfontosabb beépített eljárások
  - Fejlettebb nyelvi és rendszerelemek
- Kitekintés: Új irányzatok a logikai programozásban

Tartalom

A Prolog alapelemei: a családi kapcsolatok példája

- Adatok
  - Adottak személyekre vonatkozó állítások, pl.

gyerek	szülő
Imre	István
Imre	Gizella
István	Géza
István	Sarolta
Gizella	Civakodó Henrik
Gizella	Burgundi Gizella

férfi
Imre
István
Géza
Civakodó Henrik
...

- A feladat:
  - Definiálandó az unoka–nagyapa kapcsolat, pl. keressük egy adott személy nagyapját.

A nagyszülő feladat — Prolog megoldás

```
% szuloje(Gy, Sz):Gy szülője Sz.
% Tényállításokból álló predikátum
szuloje('Imre', 'Gizella').  % (sz1)
szuloje('Imre', 'István').   % (sz2)
szuloje('István', 'Sarolt'). % (sz3)
szuloje('István', 'Géza').   % (sz4)
szuloje('Gizella',
        'Burgundi Gizella'). % (sz5)
szuloje('Gizella',
        'Civakodó Henrik').  % (sz6)

% ffi(Szemely): Szemely férfi.
ffi('Imre'). ffi('István').  % (f1)-(f2)
ffi('Géza').                 % (f3)
ffi('Civakodó Henrik').      % (f4)

% Gyerek nagyszülője Nagyszulo.
% Egyetlen szabályból álló predikátum
nagyszuloje(Gyerek, Nagyszulo) :-
  szuloje(Gyerek, Szulo),
  szuloje(Szulo, Nagyszulo). % (nsz)
```

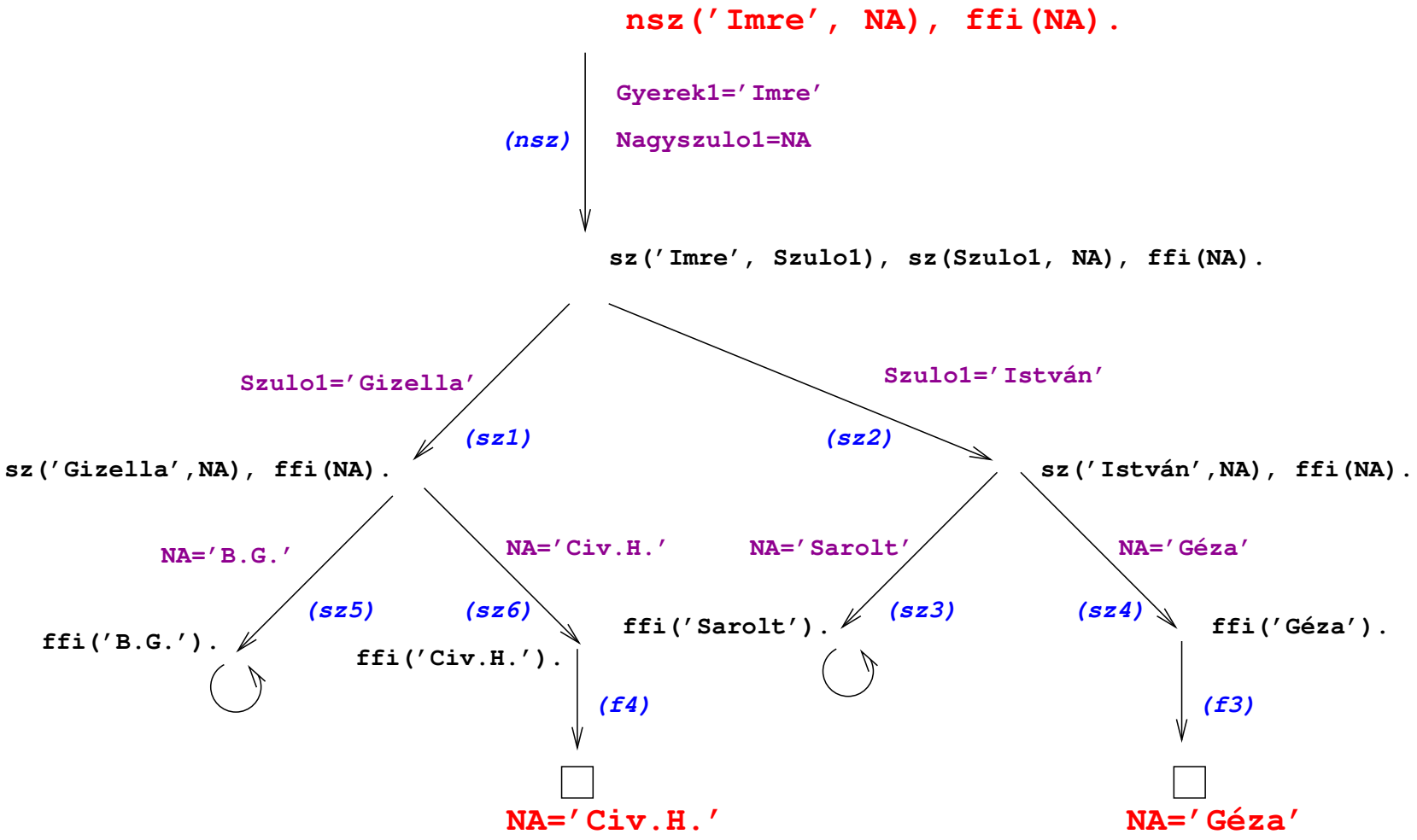
```
% Ki Imre nagyapja?
| ?- nagyszuloje('Imre', NA),
     ffi(NA).
NA = 'Civakodó Henrik' ? ;
NA = 'Géza' ? ;
no
% Ki Géza unokája?
| ?- nagyszuloje(U, 'Géza').
U = 'Imre' ? ;
no
% Ki Imre nagyszülője?
| ?- nagyszuloje('Imre', NSz).
NSz = 'Burgundi Gizella' ? ;
NSz = 'Civakodó Henrik' ? ;
NSz = 'Sarolt' ? ;
NSz = 'Géza' ? ;
no
```

Deklaratív szemantika – klózok logikai alakja

- A **szabály** jelentése implikáció: a törzsbeli célok **konjunkciójából** következik a fej.
  - Példa: `nagyszuloje(U,N) :- szuloje(U,Sz), szuloje(Sz,N).`
  - Logikai alak:
    $\forall UNSz(\texttt{nagyszuloje}(U,N) \leftarrow \texttt{szuloje}(U,Sz) \wedge \texttt{szuloje}(Sz,N))$
  - Ekvivalens alak:
    $\forall UN \quad (\texttt{nagyszuloje}(U,N) \leftarrow \exists Sz(\texttt{szuloje}(U,Sz) \wedge \texttt{szuloje}(Sz,N)))$
- A **tényállítás** feltétel nélküli állítás, pl.
  - Példa: `szuloje('Imre', 'István').`
  - Logikai alakja változatlan
  - Ebben is lehetnek változók, ezeket is univerzálisan kell kvantálni
- A **célsorozat** jelentése: keressük azokat a változó-behelyettesítéseket amelyek esetén a célok konjunkciója igaz
- Egy célsorozatra kapott válasz **helyes**, ha az adott behelyettesítésekkel a célsorozat következménye a program logikai alakjának
- A Prolog garantálja a helyességet, de a **teljességet** nem: nem biztos, hogy minden megoldást megkapunk –
  kaphatunk hibajelzést, végtelen ciklust (végtelen keresési teret) stb.

A nagyszülő példa végrehajtása – keresési tér

```
nagyszuloje(Gyerek, Nagyszulo) :-
  szuloje(Gyerek, Szulo),
  szuloje(Szulo, Nagyszulo). % (nsz)
```



A Prolog végrehajtás mint logikai következtetés

- A végrehajtáshoz szükséges egy P Prolog program, amely klózok sorozata, valamint egy S_0 kezdeti célsorozat
- A végrehajtás alaplépése: az ún. redukciós lépés:
  - bemenetei:
    - egy S_b célsorozat: $c_1, \ldots, c_n$, $n \geq 1$
    - egy $K \in P$ klóz: f :- $d_1, \ldots, d_k$, $k \geq 0$ (tényállítás: $k = 0$)

    ahol f és c_1 egyesíthetőek, azaz azonos alakra hozhatók, változók behelyettesítésével

    Jelölés: $\sigma = mgu(a, b)$ az a legáltalánosabb behelyettesítés amelyre $a\sigma = b\sigma$ (mgu = most general unifier)
  - kimenete:
    - egy S_k célsorozat: $d_1, \ldots, d_k, c_2, \ldots, c_n$, hossza: $n - 1 + k \geq 0$, amelyen a σ behelyettesítéseket elvégezzük
- Könnyen végiggondolható, hogy P-ből és S_k-ból következik $S_b\sigma$:
  - Ha egy $(\forall x_1, \ldots)A$ állítás igaz, akkor az $A\sigma$ állítás is az.
  - Ha $f\sigma = c_1\sigma$, $f\sigma \leftarrow d_1\sigma, \ldots, d_k\sigma$, és $S_k\sigma$ igaz akkor $S_b\sigma$ is igaz
- Ha redukciós lépések sorozatával S_0-ból eljutunk az üres célsorozathoz ($\square \equiv$ igaz) $\Longrightarrow$ S_0-t igazzá tevő behelyettesítést kapunk.

A Prolog végrehajtás redukciós modellje

Redukciós lépés: egy célsorozat redukálása egy újabb célsorozattá

- egy programklóz segítségével (az első cél felhasználói eljárást hív):
  - A klózt **lemásoljuk**, a változókat szisztematikusan újakra cserélve.
  - A célsorozatot szétbontjuk az első hívásra és a maradékra.
  - Az első hívást **egyesítjük** a klózfejjel
  - Ha az egyesítés nem sikerül, akkor a redukciós lépés is meghiúsul.
  - Sikeres egyesítés esetén az ehhez szükséges behelyettesítéseket elvégezzük a klóz **törzs**én és a **célsorozat** maradékán is
  - Az új célsorozat: a klóztörzs és utána a maradék célsorozat
- egy beépített eljárás segítségével (az első cél beépített eljárást hív):
  - Az első célbeli beépített eljáráshívást végrehajtjuk.
  - Ez lehet sikeres (változó-behelyettesítésekkel), vagy lehet sikertelen.
  - Siker esetén a behelyettesítéseket elvégezzük a célsorozat maradékán, ez lesz az új célsorozat.
  - Ha az eljáráshívás sikertelen, akkor a redukciós lépés meghiúsul.

A Prolog végrehajtási algoritmus – első közelítés

Egy célsorozat végrehajtása

1. Ha az első hívás beépített eljárásra vonatkozik, végrehajtjuk a redukciót.
2. Ha az első hívás felhasználói eljárásra vonatkozik, akkor megkeressük az eljárás első (visszalépés után: következő) olyan klózát, amelynek feje egyesíthető a hívással, és végrehajtjuk a redukciót.
3. Ha nincs egyesíthető fejű klóz, vagy a beépített eljárás meghiúsul, akkor visszalépés következik
   - visszatérünk a legutolsó, felhasználói eljárással történt (sikeres) redukciós lépéshez,
   - annak *bemeneti* célsorozatát megpróbáljuk *újabb* klózzal redukálni – ugrás a 2. lépésre
     (Ennek meghiúsulása értelemszerűen újabb visszalépést okoz.)
4. Egyébként folytatjuk a végrehajtást 1.-től az új célsorozattal.

A végrehajtás nem „intelligens”

- Pl. `| ?- nagyszuloje(U, 'Géza').` hatékonyabb lenne ha a klóz törzét jobbról balra hajtanánk végre
- DE: így a végrehajtás átlátható; a Prolog nem tételbizonyító, hanem programozási nyelv

A Prolog adatfogalma, a Prolog kifejezés

- konstans (`atomic`)
  - számkonstans (`number`) – egész vagy lebegőp, pl. `1`, `-2.3`, `3.0e10`
  - névkonstans (`atom`), pl. `'István'`, `szuloje`, `+`, `-`, `<`, `tree_sum`
- összetett- vagy struktúra-kifejezés (`compound`)
  - ún. kanonikus alak: $\langle$ struktúranév $\rangle$`(`$\langle$ arg_1 $\rangle$, ..., $\langle$ arg_n $\rangle$`)`
    - a $\langle$ struktúranév $\rangle$ egy névkonstans,
      az $\langle$ arg_i $\rangle$ argumentumok tetszőleges Prolog kifejezések
    - példák: `leaf(1)`, `person(william,smith,2003)`, `<(X,Y)`, `is(X, +(Y,1))`
  - szintaktikus „édesítőszerek”, pl. operátorok:
    `X is Y+1` $\equiv$ `is(X, +(Y,1))`
- változó (`var`)
  - pl. `X`, `Szulo`, `X2`, `_valt`, `_`, `_123`
  - a változó alaphelyzetben behelyettesítetlen, értékkel nem bír, egyesítés során egy tetszőleges Prolog kifejezést (akár egy másik változót) vehet fel értékül
  - ha visszalépünk egy redukciós lépésen keresztül, akkor az ott behelyettesített változók behelyettesítése megszűnik

Aritmetika Prologban – faktoriális

Aritmetikai beépített predikátumok

- `X is Kif`: A `Kif` **aritmetikai** kif.-t **kiértékeli** és értékét **egyesíti** `X`-szel.
- `Kif1>Kif2`: `Kif1` **aritmetikai értéke** nagyobb `Kif2` értékénél.
- Hasonlóan: `Kif1=<Kif2`, `Kif1>Kif2`, `Kif1>=Kif2`, `Kif1=:=Kif2` (aritmetikailag egyenlő), `Kif1=\=Kif2` (aritmetikailag nem egyenlő)
- Fontos aritmetikai operátorok: `+`, `-`, `*`, `/`, `rem`, `//` (egész-osztás)

A faktoriális függvény definíciója Prologban

- funkc. nyelven a faktoriális 1-argumentumú függvény: `Ered = fakt(N)`
- Prologban ennek egy kétargumentumú reláció felel meg: `fakt(N, Ered)`
- Konvenció: az utolsó argumentum(ok) a kimenő pararaméter(ek)

```
% fakt(N, F): F = N!.
fakt(0, 1).              % 0! = 1.
fakt(N, F) :-            % N! = F ha létezik olyan N1, F1, hogy
        N > 0,           %    N > 0, és
        N1 is N-1,       %    N1 = N-1. és
        fakt(N1, F1),    %    N1! = F1, és
        F is F1*N.       %    F = F1*N.
```

Adatstruktúrák Prologban – a bináris fák példája

- A bináris fa adatstruktúra
  - vagy egy csomópont (`node`), amelynek két részfája van (`left,right`)
  - vagy egy levél (`leaf`), amely egy egészt tartalmaz

Binárisfa-struktúra C-ben

```
enum treetype {Node, Leaf};
struct tree {
 enum treetype type;
 union {
   struct { struct tree *left;
            struct tree *right;
          } nd;
   struct { int value;
          } lf;
 } u;
};
```

A Prolog dinamikusan típusos nyelv – nincs szükség explicit típusdefinícióra

- Mercury típusleírás (komment)

```
% :- type tree --->
%        node(tree, tree)
%      | leaf(int).
```

- A típushoz tartozás ellenőrzése

```
% is_tree(T): T egy bináris fa
is_tree(leaf(V)) :- integer(V).
is_tree(node(Left,Right)) :-
    is_tree(Left),
    is_tree(Right).
```

Bináris fák összegzése

- Egy bináris fa levélösszegének kiszámítása:
  - levél esetén a levélben tárolt egész
  - csomópont esetén a két részfa levélösszegének összege

```
% S = tsum(T): T levélösszege S
int tsum(struct tree *tree)
{
 switch(tree->type) {
 case Leaf:
  return tree->u.lf.value;
 case Node:
  return tsum(tree->u.nd.left) +
         tsum(tree->u.nd.right);
   }
}
```

```
% tree_sum(Tree, S): Σ Tree = S.
tree_sum(leaf(Value), Value).
tree_sum(node(Left,Right), S) :-
        tree_sum(Left, S1),
        tree_sum(Right, S2),
        S is S1+S2.
| ?- tree_sum(node(leaf(5),
                  node(leaf(3),
                       leaf(2))),S).
S = 10 ? ;
no
| ?- tree_sum(T, 3).
T = leaf(3) ? ;
! Inst. error in argument 2 of is/2
! goal:  3 is _73+_74
```

Néhány beépített predikátum

- Kifejezések egyesítése
  - `X = Y`: az `X` és `Y` **szimbolikus** kifejezések változók behelyettesítésével azonos alakra hozhatók
  - `X \= Y`: az `X` és `Y` kifejezések nem hozhatók azonos alakra
- További hasznos predikátumok
  - `true, fail`: Mindig sikerül ill. mindig meghiúsul.
  - `write(X)`: Az `X` Prolog kifejezést kiírja.
  - `write_canonical(X)`: `X` kanonikus (alapstruktúra) alakját írja ki.
  - `nl`: Kiír egy újsort.
  - `trace, notrace`: A (teljes) nyomkövetést be- ill. kikapcsolja.

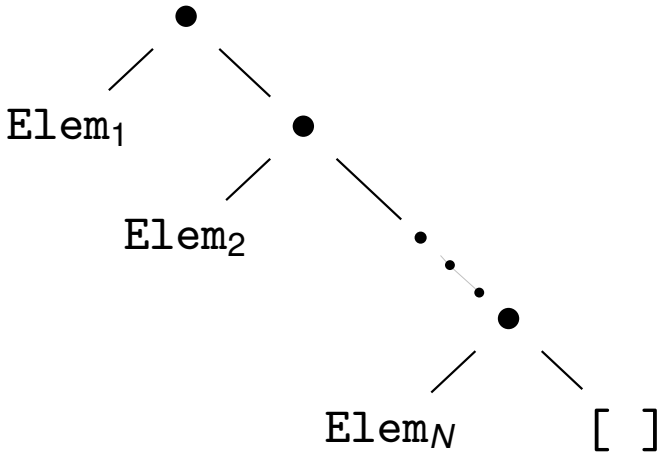
Programfejlesztési beépített predikátumok

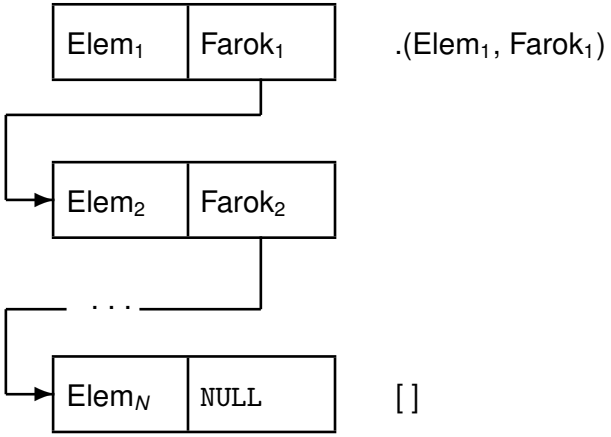
- `consult(File)`: A `File` állományban levő programot beolvassa és értelmezendő alakban eltárolja. (`File = user` ⇒ terminálról olvas.)
- `listing` vagy `listing(Predikátum)`: Az értelmezendő alakban eltárolt összes ill. adott nevű predikátumokat kilistázza.
- `halt`: A Prolog rendszer befejezi működését.

```
> sicstus
SICStus 4.3.2 (x86_64-linux-glibc2.12): Fri May  8 01:05:09 PDT 2015
| ?- consult(tree).
% consulted /home/user/tree.pl in module user, 10 msec 91776 bytes
yes
| ?- tree_sum(node(leaf(3),leaf(2)), S).
S = 5 ? ;
no
| ?- listing(tree).
(...)
yes
| ?- halt.
>
```

A Prolog lista-fogalma

- A Prolog lista
  - Az üres lista a `[]` névkonstans.
  - A nem-üres lista a `'.'(Fej,Farok)` struktúra (vö. Cékla `cons(...)`):
    - `Fej` a lista feje (első eleme), míg
    - `Farok` a lista farka, azaz a fennmaradó elemekből álló lista.
  - A listákat egyszerűsítve is leírhatjuk („szintaktikus édesítés”).
  - Megvalósításuk optimalizált, időben és helyben is hatékonyabb.
- A listák fastruktúra alakja és megvalósítása





Listák jelölése – szintaktikus „édesítőszerek”

- Az alapvető édesítés:
  `.(Fej,Farok)` helyett a `[Fej|Farok]` kifejezést írjuk
- Kiterjesztés N darab „fej”-elemre, a skatulyázás kiküszöbölése:
  $\texttt{[Elem}_1\texttt{|[...|[Elem}_N\texttt{|Farok]...]]} \Longrightarrow \texttt{[Elem}_1\texttt{,...,Elem}_N\texttt{|Farok]}$
- Ha a farok `[]`, a „`|[]`” jelsorozat elhagyható:
  $\texttt{[Elem}_1\texttt{,...,Elem}_N\texttt{|[]]} \Longrightarrow \texttt{[Elem}_1\texttt{,...,Elem}_N\texttt{]}$

```
| ?- [1,2] = [X|Y].              ⟹    X = 1, Y = [2] ?
| ?- [1,2] = [X,Y].              ⟹    X = 1, Y = 2 ?
| ?- [1,2,3] = [X|Y].            ⟹    X = 1, Y = [2,3] ?
| ?- [1,2,3] = [X,Y].            ⟹    no
| ?- [1,2,3,4] = [X,Y|Z].        ⟹    X = 1, Y = 2, Z = [3,4] ?
| ?- L = [1|_], L = [_,2|_].     ⟹    L = [1,2|_A] ? % nyílt végű
| ?- L = .(1,[2,3|[]]).          ⟹    L = [1,2,3] ?
| ?- L = [1,2|.(3,[])].          ⟹    L = [1,2,3] ?
```

Néhány egyszerű listakezelő eljárás

- Egy *n*-dimenziós vektort egy *n*-elemű számlistával ábrázolhatunk.
- Írjunk Prolog eljárásokat két vektor összegének, egy vektor és egy skalár (szám) szorzatának, és két vektor skalárszorzatának kiszámítására. Feltételezhető, hogy egy hívásban a vektorok azonos hosszúságúak.

```
% vossz(+A, +B, ?C): C az A és B vektorok összege
v_ossz([], [], []).
v_ossz([A|AL], [B|BL], [C|CL]) :-
        C is A+B,
        vossz(AL, BL, CL).

% vs_szorz(+A, +S, ?B): B az A vektor S skalárral való szorzata
vs_szorz([], _, []).
vs_szorz([A|AL], S, [B|BL]) :-
        B is A*S, vs_szorz(AL, S, BL).

% skszorz(+A, +B, ?S): S az A és B vektorok skalárszorzata
skszorz([], [], 0).
skszorz([A|AL], [B|BL], S) :-
        skszorz(AL, BL, S0), S is S0+A*B.
```

Tartalom

Predikátumok, klózok

- Példa:

```
% két klózból álló predikátum definíciója, funktora: tree_sum/2
tree_sum(leaf(Val), Val).          %                  1. klóz, tényáll.
tree_sum(node(Left,Right), S) :- %          fej   \
        tree_sum(Left, S1),        % cél    \       |
        tree_sum(Right, S2),       % cél    | törzs | 2. klóz, szabály
        S is S1+S2.                % cél    /       /
```

- Szintaxis:

⟨ Prolog program ⟩	::=	⟨ predikátum ⟩ ...	
⟨ predikátum ⟩	::=	⟨ klóz ⟩ ...	{azonos funktorú}
⟨ klóz ⟩	::=	⟨ tényállítás ⟩.␣ |	
		⟨ szabály ⟩.␣	{klóz funktora = fej funktora}
⟨ tényállítás ⟩	::=	⟨ fej ⟩	
⟨ szabály ⟩	::=	⟨ fej ⟩ :- ⟨ törzs ⟩	
⟨ törzs ⟩	::=	⟨ cél ⟩, ...	
⟨ cél ⟩	::=	⟨ kifejezés ⟩	
⟨ fej ⟩	::=	⟨ kifejezés ⟩	

Prolog kifejezések

- Példa – egy klózfej mint kifejezés:

```
% tree_sum(node(Left,Right), S)    % összetett kif., funktora
% -------- ----------------  _                      tree_sum/2
%      |          |           |
% struktúranév    \           argumentum, változó
%                  \- argumentum, összetett kif.
```

- Szintaxis:

⟨ kifejezés ⟩	::=	⟨ változó ⟩ |	{Nincs funktora}
		⟨ konstans ⟩ |	{Funktora: ⟨ konstans ⟩/0}
		⟨ összetett kif. ⟩ |	{Funktor: ⟨ struktúranév ⟩/⟨ arg.sz. ⟩}
		⟨ egyéb kifejezés ⟩	{Operátoros, lista, stb.}
⟨ konstans ⟩	::=	⟨ névkonstans ⟩ |	
		⟨ számkonstans ⟩	
⟨ számkonstans ⟩	::=	⟨ egész szám ⟩ |	
		⟨ lebegőp. szám ⟩	
⟨ összetett kif. ⟩	::=	⟨ struktúranév ⟩ (⟨ argumentum ⟩, . . .)	
⟨ struktúranév ⟩	::=	⟨ névkonstans ⟩	
⟨ argumentum ⟩	::=	⟨ kifejezés ⟩	

Lexikai elemek: példák és szintaxis

```
% változó:            Fakt FAKT _fakt X2 _2 _
% névkonstans:        fakt ≡ 'fakt' 'István' [] ; ',' += ** \= ≡ '\\='
% számkonstans:       0 -123 10.0 -12.1e8
% nem névkonstans:    !=, Istvan
% nem számkonstans:   1e8 1.e2
```

⟨ változó ⟩	::=	⟨ nagybetű ⟩⟨ alfanum. jel ⟩. . . |
		_ ⟨ alfanum. jel ⟩. . .
⟨ névkonstans ⟩	::=	’⟨ idézett kar. ⟩. . . ’ |
		⟨ kisbetű ⟩⟨ alfanum. jel ⟩. . . |
		⟨ tapadó jel ⟩. . . | ! | ; | [] | {}
⟨ egész szám ⟩	::=	{előjeles vagy előjeltelen számjegysorozat}
⟨ lebegőp.szám ⟩	::=	{belsejében tizedespontot tartalmazó
		számjegysorozat esetleges exponenssel}
⟨ idézett kar. ⟩	::=	{tetszőleges nem ' és nem \ karakter} |
		\ ⟨ escape szekvencia ⟩
⟨ alfanum. jel ⟩	::=	⟨ kisbetű ⟩ | ⟨ nagybetű ⟩ | ⟨ számjegy ⟩ | _
⟨ tapadó jel ⟩	::=	+ | - | * | / | \ | $ | ^ | < | > | = | ` | ~ | : | . | ? | @ | # | &

Prolog programok formázása

- Megjegyzések (comment)
  - A `%` százalékjeltől a sor végéig
  - A `/*` jelpártól a legközelebbi `*/` jelpárig.
- Formázó elemek (komment, szóköz, újsor, tabulátor stb.) szabadon használhatók
  - kivétel: összetett kifejezésben a struktúranév után tilos formázó elemet tenni (operátorok miatt);
  - prefix operátor (ld. később) és „`(`” között kötelező a formázó elem;
  - klózt lezáró pont (`.␣`): önmagában álló pont (előtte nem tapadó jel áll) amit egy formázó elem követ
- Programok javasolt formázása:
  - Az egy predikátumhoz tartozó klózok legyenek egymás mellett a programban, közéjük ne tegyünk üres sort.
  - A predikátum elé tegyünk egy üres sort és egy fejkommentet:

```
% predikátumnév(A1, ..., An): A1, ..., An közötti
% összefüggést leíró kijelentő mondat.
```

  - A klózfejet írjuk sor elejére, minden célt lehetőleg külön sorba, néhány szóközzel beljebb kezdve

Összefoglalás: A logikai programozás alapgondolata

- Logikai programozás (LP):
  - Programozás a matematikai logika segítségével
    - egy logikai program nem más mint **logikai állítások halmaza**
    - egy logikai **program futása** nem más mint **következtetési folyamat**
  - De: a logikai következtetés óriási keresési tér bejárását jelenti
    - szorítsuk meg a logika nyelvét
    - válasszunk egyszerű, ember által is követhető következtetési algoritmusokat
  - Az LP máig legelterjedtebb megvalósítása a **Prolog** = **Pro**gramozás **log**ikában (**Pro**gramming in **log**ic)
    - az elsőrendű logika egy erősen megszorított résznyelveaz ún. **definit-** vagy **Horn-klóz**ok nyelve,
    - végrehajtási mechanizmusa: **mintaillesztés**es eljáráshíváson alapuló **visszalépés**es keresés.

Erlang és Prolog: néhány eltérés és hasonlóság

Erlang	**Prolog**
függvény, értéke tetsz. típusú	predikátum, azaz Boole-értékű függvény
arg. bemenő, a fv.érték kimenő	arg.-ok bemenők és kimenők is
egyetlen visszatérési érték	választási pontok, több megoldás lehet
$\mathtt{S}_1, \ldots, \mathtt{S}_n$ szekv. kif., értéke $\mathtt{S}_n$	$\mathtt{C}_1, \ldots, \mathtt{C}_n$ célsor., redukció+visszalépés
külön ennes, lista típusok	a lista is összetett kifejezés
nincsenek felh. operátorok	felh. operátorok definiálhatók
Az = jobb oldalán tömör kif., bal oldalon mintakif.; őrfeltételekkel	az egyesítés szimmetrikus, mindkét oldalon minták

- Néhány hasonlóság:
  - az eljárás is klózokból áll, kiválasztás mintaillesztéssel, sorrendben, de míg Erlangban csak az **első** illeszkedő klózfej számít, Prologban az **összes**
  - változóhoz csak egyszer köthető érték
  - lista szintaxisa (de: Erlangban önálló típus), sztring (füzér), atom

Tartalom

Listák összefűzése – az `append/3` eljárás

- Ismétlés: Listák összefűzése Céklában:

```
// appf(L1, L2) = L1 ⊕ L2 (L1 és L2 összefűzése)
list appf(const list L1, const list L2)  {
  if (L1 == nil) return L2;
  return cons(hd(L1), appf(tl(L1), L2)); }
```

- Írjuk át a kétargumentumú `appf` függvényt `app0/3` Prolog eljárássá!

```
app0(L1, L2, Ret) :- L1 = [], Ret = L2.
app0([HD|TL], L2, Ret) :-
    app0(TL, L2, L3), Ret = [HD|L3].
```

- Logikailag tiszta Prolog programokban a `Vált = Kif` alakú hívások kiküszöbölhetőek, ha `Vált` minden előfordulását `Kif`-re cseréljük.

```
app([], L2, L2).
app([X|L1], L2, [X|L3]) :-    % HD → X, TL → L1 helyettesítéssel
    app(L1, L2, L3).
```

- Az `app...(L1, ...)` komplexitása: a max. futási idő arányos `L1` hosszával
- Miért jobb az `app/3` mint az `app0/3`?
  - `app/3` **jobbrekurzív**, ciklussal ekvivalens (nem fogyaszt vermet)
  - `app([1,...,1000],[0],[2,...])` 1, `app0(...)` 1000 lépésben hiúsul meg.
  - `app/3` használható szétszedésre is (lásd később), míg `app0/3` nem.

Lista építése *elölről* – nyílt végű listákkal

- Egy `X` Prolog kif. nyílt végű lista, ha `X` változó, vagy `X = [_|Farok]` ahol `Farok` nyílt végű lista.

  `| ?- L = [1|_], L = [_,2|_].` $\Longrightarrow$ `L = [1,2|_A] ?`

- A beépített `append/3` azonos az `app/3`-mal:

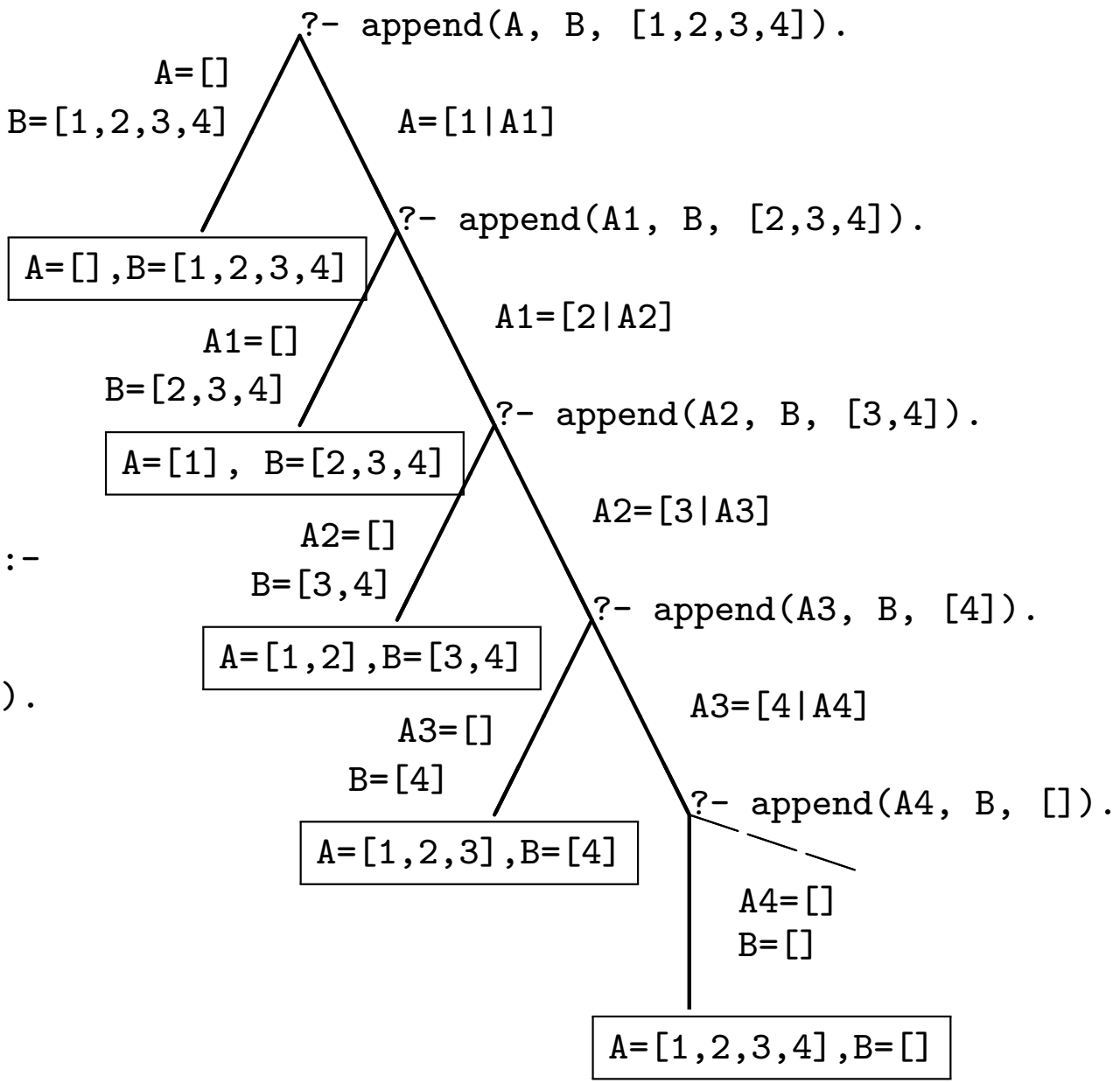
```
append([], L, L).
append([X|L1], L2, [X|L3]) :-
    append(L1, L2, L3).
```

- Az `append` eljárás már az első redukciónál felépíti az eredmény fejét!
  - Célok (pl.): `append([1,2,3], [4], Ered), write(Ered).`
  - Fej: `append([X|L1], L2, [X|L3])`
  - Behelyettesítés: `X = 1, L1 = [2,3], L2 = [4], Ered = [1|L3]`
  - Új célsorozat: `append([2,3], [4], L3), write([1|L3]).`
    (`Ered` nyílt végű lista, farka még behelyettesítetlen.)
  - A további redukciós lépések behelyettesítése és eredménye:

```
L3 =  [2|L3a]     append([3], [4], L3a),  write([1|[2|L3a]]).
L3a = [3|L3b]     append([], [4], L3b),   write([1,2|[3|L3b]]).
L3b = [4]                                 write([1,2,3|[4]]).
```

Listák szétbontása az append/3 segítségével

```
% append(L1, L2, L3):
% Az L3 lista az L1 és L2
% listák elemeinek egymás
% után fűzésével áll elő.
append([], L, L).
append([X|L1], L2, [X|L3]) :-
    append(L1, L2, L3).

| ?- append(A, B, [1,2,3,4]).
A = [], B = [1,2,3,4] ? ;
A = [1], B = [2,3,4] ? ;
A = [1,2], B = [3,4] ? ;
A = [1,2,3], B = [4] ? ;
A = [1,2,3,4], B = [] ? ;
no
```



Nyílt végű listák az append változatokban

```
app0([], L, L).
app0([X|L1], L2, R) :-
    app0(L1, L2, L3), R = [X|L3].
```

```
append([], L, L).
append([X|L1], L2, [X|L3]) :-
    append(L1, L2, L3).
```

- Ha az 1. argumentum zárt végű (n hosszú), mindkét változat legfeljebb $n+1$ lépésben egyértelmű választ ad, amely lehet nyílt végű:
  `| ?- app0([1,2], L2, L3).` $\Longrightarrow$ `L3 = [1,2|L2] ? ; no`
- A 2. arg.-ot nem bontjuk szét $\Longrightarrow$ mindegy, hogy nyílt vagy zárt végű
- Ha a 3. argumentum zárt végű (n hosszú), akkor az `append` változat legfeljebb $n+1$ megoldást ad, max. $\sim 2n$ lépésben (ld. előző dia); tehát:
  - `append(L1, L2, L3)` keresési tere véges, ha `L1` vagy `L3` zárt
- Ha az 1. és a 3. arg. is nyílt, akkor a válaszhalmaz csak ∞ sok Prolog kifejezéssel fedhető le, pl.
  `_` $\oplus$ `[1] = L` ($\equiv$`L` utolsó eleme `1`): `L = [1]; [_,1]; [_,_,1]; ...`
- `app0` szétszedésre nem jó, pl. `app0(L, [1,2], [])` $\Longrightarrow \infty$ ciklus, mert redukálva a 2. klózzal $\Longrightarrow$ `app0(L1, [1,2], L3), [X|L3] = [].`
- Az `append` eljárás jobbrekurzív, hála a logikai változó használatának

Variációk `append`-re – három lista összefűzése (kiegészítő anyag)

- `append(L1,L2,L3,L123)`: `L1` $\oplus$ `L2` $\oplus$ `L3` = `L123`

```
append(L1, L2, L3, L123) :-
        append(L1, L2, L12), append(L12, L3, L123).
```

- Lassú, pl.: `append([1,...,100],[1,2,3],[1], L)` 103 helyett 203 lépés!
- Szétszedésre nem alkalmas – végtelen választási pontot hoz létre
- Szétszedésre is alkalmas, hatékony változat

```
% L1 ⊕ L2 ⊕ L3 = L123,
% ahol vagy L1 és L2, vagy L123 adott (zárt végű).
append(L1, L2, L3, L123) :-
        append(L1, L23, L123), append(L2, L3, L23).
```

  - `append(+,+,?,?)` esetén az első `append/3` hívás nyílt végű listát ad:
    `| ?- append([1,2], L23, L).` $\Longrightarrow$ `L = [1,2|L23] ?`
  - Az `L3` argumentum behelyettesítettsége (nyílt vagy zárt végű lista-e) nem számít.

Listák megfordítása

- Naív (négyzetes lépésszámú) megoldás

```
% nrev(L, R): R = L megfordítása.
nrev([], []).
nrev([X|L], R) :-
    nrev(L, RL),
    append(RL, [X], R).
```

```
% nrev(L) = L megfordítása (Cékla)
list nrev(const list XL)          {
  if (XL == nil) return nil;
  int X = hd(XL); list L = tl(XL);
  list RL = nrev(L);
  return append(RL,cons(X,nil)); }
```

- Lineáris lépésszámú megoldás

```
% revapp(L1, R0, R): L1 megfordítását R0 elé fűzve kapjuk R-t.
revapp([], R0, R0).
revapp([X|L1], R0, R) :-
    revapp(L1, [X|R0], R).
```

```
% reverse(R, L): Az R lista az L megfordítása.
reverse(R, L) :-  revapp(L, [], R).
```

- `revapp`-ban `R0,R` egy akkumulátorpár: eddigi ill. végeredmény
- A `lists` könyvtár tartalmazza a `reverse/2` eljárás definícióját, betöltése:

```
:- use_module(library(lists)).
```

Listák gyűjtése elölről és hátulról (kiegészítő anyag)

- Prolog

```
revapp([], L, L).
revapp([X|L1], L2, L3) :-
    revapp(L1, [X|L2], L3).
```

```
append([], L, L).
append([X|L1], L2, [X|L3]) :-
    append(L1, L2, L3).
```

- C++

```
struct lnk  { char elem;
              lnk *next;
              lnk(char e): elem(e) {}   };

typedef lnk *list;
list revapp(list L1, list L2)
{ list l = L2;
  for (list p=L1; p; p=p->next)
  { list newl = new lnk(p->elem);
    newl->next = l; l = newl;
  }
  return l;
}
```

```
list append(list L1, list L2)
{ list L3, *lp = &L3;
  for (list p=L1; p; p=p->next)
  { list newl = new lnk(p->elem);
    *lp = newl; lp = &newl->next;
  }
  *lp = L2;  return L3;
}
```

Keresés listában – a `member/2` beépített eljárás

- `member(E, L)`: `E` az `L` lista eleme

```
member(Elem, [Elem|_]).
member(Elem, [_|Farok]) :-
    member(Elem, Farok).
```

- Eldöntendő (igen-nem) kérdés:

```
| ?- member(2, [1,2,3,2]).          ⟹  yes                          DE
| ?- member(2, [1,2,3,2]), R=yes.   ⟹  R=yes ? ; R=yes ? ; no
```

- Lista elemeinek felsorolása:

```
| ?- member(X, [1,2,3]).   ⟹  X = 1 ? ; X = 2 ? ; X = 3 ? ; no
| ?- member(X, [1,2,1]).   ⟹  X = 1 ? ; X = 2 ? ; X = 1 ? ; no
```

- Listák közös elemeinek felsorolása – az előző két hivásformát kombinálja:

```
| ?- member(X, [1,2,3]),
     member(X, [5,4,3,2,3]).   ⟹  X = 2 ? ; X = 3 ? ; X = 3 ? ; no
```

- Egy értéket egy (nyílt végű) lista elemévé tesz, végtelen választás!

```
| ?- member(1, L).   ⟹  L = [1|_A] ? ; L = [_A,1|_B] ? ;
                       L = [_A,_B,1|_C] ? ; ...
```

- A `member/2` keresési tere **véges**, ha 2. argumentuma zárt végű lista.

A `member/2` predikátum általánosítása: `select/3`

- `select(E, Lista, M)`: `E`-t `Lista`ból pont egyszer elhagyva marad `M`.

```
select(E, [E|Marad], Marad).     % Elhagyjuk a fejet, marad a farok.
select(E, [X|Farok], [X|M]) :-   % Marad a fej,
        select(E, Farok, M).     %    a farokból hagyunk el elemet.
```

- Felhasználási lehetőségek:

```
| ?- select(1, [2,1,3,1], L).    % Adott elem elhagyása
    ⟹      L = [2,3,1] ? ; L = [2,1,3] ? ; no
| ?- select(X, [1,2,3], L).      % Akármelyik elem elhagyása
    ⟹      L=[2,3], X=1 ? ;  L=[1,3], X=2 ? ;   L=[1,2], X=3 ? ; no
| ?- select(3, L, [1,2]).        % Adott elem beszúrása!
    ⟹      L = [3,1,2] ? ; L = [1,3,2] ? ; L = [1,2,3] ? ; no
| ?- select(3, [2|L], [1,2,7,3,2,1,8,9,4]).
     % Beszúrható-e 3 az [1,...]-ba úgy, hogy [2,...]-t kapjunk?
    ⟹      no
| ?- select(1, [X,2,X,3], L).
    ⟹      L = [2,1,3], X = 1 ? ; L = [1,2,3], X = 1 ? ; no
```

- A `lists` könyvtárban a fenti módon definiált select/3 eljárás keresési tere **véges**, ha vagy a 2., vagy a 3. argumentuma zárt végű lista.

Listák permutációja (kiegészítő anyag)

- `perm(Lista, Perm)`: `Lista` permutációja a `Perm` lista.

```
perm([], []).
perm(Lista, [Elso|Perm]) :-
        select(Elso, Lista, Maradek),
        perm(Maradek, Perm).
```

- Felhasználási példák:

```
| ?- perm([1,2], L).
    ⟹    L = [1,2] ? ; L = [2,1] ? ; no
| ?- perm([a,b,c], L).
    ⟹    L = [a,b,c] ? ; L = [a,c,b] ? ; L = [b,a,c] ? ;
          L = [b,c,a] ? ; L = [c,a,b] ? ; L = [c,b,a] ? ; no
| ?- perm(L, [1,2]).
    ⟹    L = [1,2] ? ;  végtelen keresési tér
```

- Ha `perm/2`-ben az első argumentum ismeretlen, akkor a `select` hívás keresési tere végtelen! Illik jelezni az I/O módokat a fejkommentben:

```
% perm(+Lista, ?Perm): Lista permutációja a Perm lista.
```

- A `lists` könyvtár tartalmaz egy kétirányban is működő `permutation/2` eljárást.

Tartalom

Operátor-kifejezések

- Példa: `S is -S1+S2` ekvivalens az `is(S, +(-(S1),S2))` kifejezéssel
- Operátoros kifejezések

  ⟨ összetett kif. ⟩ ::=

	⟨ struktúranév ⟩ (⟨ argumentum ⟩, . . .)	{eddig csak ez volt}
|	⟨ argumentum ⟩ ⟨ operátornév ⟩ ⟨ argumentum ⟩	{infix kifejezés}
|	⟨ operátornév ⟩ ⟨ argumentum ⟩	{prefix kifejezés}
|	⟨ argumentum ⟩ ⟨ operátornév ⟩	{posztfix kifejezés}
|	(⟨ kifejezés ⟩)	{zárójeles kif.}

  ⟨ operátornév ⟩ ::= ⟨ struktúranév ⟩ {ha operátorként lett definiálva}
- Egy vagy több azonos jellemzőjű operátor definiálása

  `op(Prio, Fajta, OpNév)` vagy `op(Prio, Fajta, [OpNév`$_1$`,...OpNév`$_n$`])`, ahol
  - `Prio` (prioritás): 1–1200 közötti egész
  - `Fajta`: az `yfx`, `xfy`, `xfx`, `fy`, `fx`, `yf`, `xf` névkonstansok egyike
  - `OpNév`$_i$ (az operátor neve): tetszőleges névkonstans
- Az `op/3` beépített predikátum meghívását általában a programot tartalmazó file elején, *direktívában* helyezzük el:

  ```
  :- op(800, xfx, [szuloje,nagyszuloje]).  'Imre' szuloje 'István'.
  ```
- A direktívák a programfile *betöltésekor* azonnal végrehajtódnak.

Operátorok jellemzői

- Egy operátort jellemez a fajtája és prioritása
- A fajta az asszociatívitás irányát és az írásmódot határozza meg:

Fajta			Írásmód	Értelmezés
bal-assz.	jobb-assz.	nem-assz.		
`yfx`	`xfy`	`xfx`	infix	`A f B` ≡ `f(A, B)`
	`fy`	`fx`	prefix	`f A` ≡ `f(A)`
`yf`		`xf`	posztfix	`A f` ≡ `f(A)`

- A zárójelezést a prioritás és az asszociatívitás együtt határozza meg, pl.
  - `a/b+c*d` ≡ `(a/b)+(c*d)` mert `/` és `*` prioritása 400 < 500 (`+` prioritása) (kisebb prioritás = **erősebb** kötés)
  - `a-b-c` ≡ `(a-b)-c` mert a `-` operátor fajtája `yfx`, azaz bal-asszociatív – balra köt, balról jobbra zárójelez (a fajtanévben az `y` betű mutatja az asszociatívitás irányát)
  - `a^b^c` ≡ `a^(b^c)` mert a `^` operátor fajtája `xfy`, azaz jobb-asszociatív (jobbra köt, jobbról balra zárójelez)
  - `a=b=c` szintaktikusan hibás, mert az `=` operátor fajtája `xfx`, azaz nem-asszociatív

Szabványos, beépített operátorok

Szabványos operátorok

Színkód:
már ismert, új aritmetikai, hamarosan jön

1200	xfx	:- -->	
1200	fx	:- ?-	
1100	xfy	;	diszjunkció
1050	xfy	->	if-then
1000	xfy	','	
900	fy	\+	negáció
700	xfx	= \=	
		< =< > >= =:= =\= is	
		@< @=< @> @>= == \== =..	
500	yfx	+ - \/ /\	bitműveletek
400	yfx	* / // rem	
		mod	modulus
		<< >>	léptetések
200	xfx	**	hatványozás
200	xfy	^	
200	fy	- \	bitenkénti negáció

További beépített operátorok SICStus Prologban

1150	fx	mode public
		dynamic block
		volatile
		discontiguous
		initialization
		multifile
		meta_predicate
1100	xfy	do
900	fy	spy nospy
550	xfy	:
500	yfx	\
200	fy	+

Operátorok implicit zárójelezése – általános szabályok

- Egy `X` $\mathtt{op}_1$ `Y` $\mathtt{op}_2$ `Z` zárójelezése, ahol $\mathtt{op}_1$ és $\mathtt{op}_2$ prioritása n_1 és n_2:
  - ha $n_1 > n_2$ akkor `X` $\mathtt{op}_1$ `(Y` $\mathtt{op}_2$ `Z)`;
  - ha $n_1 < n_2$ akkor `(X` $\mathtt{op}_1$ `Y)` $\mathtt{op}_2$ `Z`; (kisebb prio. $\Rightarrow$ erősebb kötés)
  - ha $n_1 = n_2$ és $\mathtt{op}_1$ jobb-asszociatív (`xfy`), akkor `X` $\mathtt{op}_1$ `(Y` $\mathtt{op}_2$ `Z)`;
  - egyébként, ha $n_1 = n_2$ és $\mathtt{op}_2$ bal-assz. (`yfx`), akkor `(X` $\mathtt{op}_1$ `Y)` $\mathtt{op}_2$ `Z`;
  - egyébként szintaktikus hiba
- Érdekes példa: `:- op(500, xfy, +^).  % :- op(500, yfx, +).`

```
| ?- :- write((1 +^ 2) + 3), nl.  ⇒ (1+^2)+3
| ?- :- write(1 +^ (2 + 3)), nl.  ⇒ 1+^2+3
```

  tehát: konfliktus esetén az első operátor asszociativitása „győz”.
- Alapszabály: egy n prioritású operátor zárójelezetlen operandusaként
  - legfeljebb $n - 1$ prioritású operátort fogad el az `x` oldalon
  - legfeljebb n prioritású operátort fogad el az `y` oldalon
- A zárójelezett kifejezéseket és az alapstruktúra-alakú kifejezéseket feltétel nélkül elfogadjuk operandusként
- Az alapszabály a prefix és posztfix operátorokra is alkalmazandó

Operátorok – kiegészítő megjegyzések

- A „vessző” jel többféle helyzetben is használható:
  - struktúra-argumentumokat, ill. listaelemeket határol el egymástól
  - 1000 prioritású `xfy` op. pl.: `(p:-a,b,c)`≡`:-(p,','(a,','(b,c)))`
    - A vessző atomként csak a `','`, határolóként csak a `,`, operátorként mindkét formában – `','` vagy `,` – használható.
  - `:-(p, a,b,c)` többértelmű: $\stackrel{?}{=}$ `:-(p, (a,b,c)),...` $\stackrel{?}{=}$ `:-(p,a,b,c)...`
  - Egyértelműsítés: argumentumaban vagy listaelemben az 1000-nél $\geq$ prioritású operátort tartalmazó kifejezést *zárójelezni kell*:

```
| ?- write_canonical((a,b,c)).  ⟹  ','(a,','(b,c))
| ?- write_canonical(a,b,c).   ⟹  ! write_canonical/3 does not exist
```

- Használható-e ugyanaz a név többféle fajtájú operátorként?
  - Nyilván nem lehet egy operátor egyszerre `xfy` és `xfx` is, stb.
  - De pl. a `+` és `-` operátorok `yfx` és `fy` fajtával is használhatók
- A könnyebb elemezhetőség miatt a Prolog szabvány kiköti, hogy
  - operátort operandusként zárójelbe kell tenni, pl. `Comp=(>)`
  - egy operátor nem lehet egyszerre infix és posztfix.

  Sok Prolog rendszer (pl. a SICStus) nem követeli meg ezek betartását

Operátorok törlése, lekérdezése

- Egy vagy több operátor törlésére az `op/3` beépített eljárást használhatjuk, ha első argumentumként (prioritásként) 0-t adunk meg.

```
| ?- X = a+b, op(0, yfx, +).  ⟹   X = +(a,b) ? ; no
| ?- X = a+b.                ⟹   ! Syntax error
                                  ! op. expected after expression
                                  ! X = a <<here>> + b .
| ?- op(500, yfx, +).       ⟹   yes
| ?- X = +(a,b).            ⟹   X = a+b ? ; no
```

- Az adott pillanatban érvényes operátorok lekérdezése:

```
current_op(Prioritás, Fajta, OpNév)
```

```
| ?- current_op(P, F, +).
⟹   F = fy, P = 200 ? ;
     F = yfx, P = 500 ? ;
no
| ?- current_op(_P, xfy, Op), write_canonical(Op), write(' '), fail.
; do -> ',' : ^
no
```

Operátorok felhasználása

- Mire jók az operátorok?
  - aritmetikai eljárások kényelmes irására, pl. `X is (Y+3) mod 4`
  - szimbolikus kifejezések kezelésére (pl. szimbolikus deriválás)
  - klózok leírására (`:-` és `','` is operátor), és meta-eljárásoknak való átadására, pl `asserta( (p(X):-q(X),r(X)) )`
  - eljárásfejek, eljáráshívások olvashatóbbá tételére:

    ```
    :- op(800, xfx, [nagyszülője, szülője]).
    ```

    ```
    Gy nagyszülője N :-  Gy szülője Sz, Sz szülője N.
    ```

  - adatstruktúrák olvashatóbbá tételére, pl.

    ```
    sav(kén, h*2-s-o*4).
    ```

- Miért rossz a Prolog operátorfogalma?
  - A modularitás hiánya miatt:
  - Az operátorok egy globális erőforrást képeznek, ez nagyobb projektben gondot okozhat.

Operátoros példa: polinom behelyettesítési értéke

- Formula: az ‘x’ névkonstansból és számokból az ‘+’ és ‘*’ operátorokkal felépülő kifejezés.
- A feladat: Egy formula értékének kiszámolása egy adott x érték esetén.

```
% erteke(Kif, X, E): A Kif formula x=X helyen vett értéke E.
erteke(x, X, E) :-
        E = X.
erteke(Kif, _, E) :-
        number(Kif), E = Kif.
erteke(K1+K2, X, E) :-
        erteke(K1, X, E1),
        erteke(K2, X, E2),
        E is E1+E2.
erteke(K1*K2, X, E) :-
        erteke(K1, X, E1),
        erteke(K2, X, E2),
        E is E1*E2.
```

```
| ?- erteke((x+1)*x+x+2*(x+x+3), 2, E).
E = 22 ? ;
no
```

Klasszikus szimbolikuskifejezés-feldolgozás: deriválás

- Írjunk olyan Prolog predikátumot, amely az `x` névkonstansból és számokból a `+`, `-`, `*` műveletekkel képzett kifejezések deriválását elvégzi!

```
% deriv(Kif, D):  Kif-nek az x szerinti deriváltja D.
deriv(x, 1).
deriv(C, 0) :-                    number(C).
deriv(U+V, DU+DV) :-              deriv(U, DU), deriv(V, DV).
deriv(U-V, DU-DV) :-              deriv(U, DU), deriv(V, DV).
deriv(U*V, DU*V + U*DV) :-        deriv(U, DU), deriv(V, DV).
```

```
| ?- deriv(x*x+x, D).
  ⟹    D = 1*x+x*1+1 ? ; no

| ?- deriv((x+1)*(x+1), D).
  ⟹    D = (1+0)*(x+1)+(x+1)*(1+0) ? ; no

| ?- deriv(I, 1*x+x*1+1).
  ⟹    I = x*x+x ? ; no

| ?- deriv(I, 0).
  ⟹    no
```

Tartalom

Diszjunkció

- Ismétlés: klóztörzsben a vessző (‘,’) jelentése „és”, azaz konjunkció
- A ‘;’ operátor jelentése „vagy”, azaz diszjunkció

```
% fakt(+N, ?F): F = N!.
fakt(0, 1).
fakt(N, F) :-
    N > 0, N1 is N-1,
    fakt(N1, F1), F is F1*N.
```

```
fakt(N, F) :-
    (   N = 0, F = 1

    ;   N > 0, N1 is N-1,
        fakt(N1, F1), F is F1*N
    ).
```

- A diszjunkciót nyitó zárójel elérésekor választási pont jön létre
  - először a diszjunkciót az első ágára redukáljuk
  - visszalépés esetén a diszjunkciót a második ágára redukáljuk
- Tehát az első ág sikeres lefutása után kilépünk a diszjunkcióból, és az utána jövő célokkal folytatjuk a redukálást
  - azaz a ‘;’ elérésekor a ‘)’-nél folytatjuk a futást
- A ‘;’ skatulyázható (jobbról-balra) és gyengébben köt mint a ‘,’
- Konvenció: a diszjunkciót *mindig* zárójelbe tesszük, a skatulyázott diszjunkciót és az ágakat feleslegesen nem zárójelezzük. Pl. (a felesleges zárójelek aláhúzva, kiemelve): `(p;(q;r)), (a;(b,c);d)`

A diszjunkció mint szintaktikus édesítőszer

- A diszjunkció egy segéd-predikátummal kiküszöbölhető, pl.:

```
a(X, Y, Z) :-
        p(X, U), q(Y, V),
        (   r(U, T), s(T, Z)
        ;   t(V, Z)
        ;   t(U, Z)
        ),
        u(X, Z).
```

- Kigyűjtjük azokat a változókat, amelyek a diszjunkcióban és azon kívül is előfordulnak
- A segéd-predikátumnak ezek a változók lesznek az argumentumai
- A segéd-predikátum minden klóza megfelel a diszjunkció egy ágának

```
seged(U, V, Z) :- r(U, T), s(T, Z).
seged(U, V, Z) :- t(V, Z).
seged(U, V, Z) :- t(U, Z).
```

```
a(X, Y, Z) :-
        p(X, U), q(Y, V),
        seged(U, V, Z),
        u(X, Z).
```

Diszjunkció – megjegyzések (kiegészítő anyag)

- Az egyes klózok ‘ÉS’ vagy ‘VAGY’ kapcsolatban vannak?
  - A program klózai **ÉS** kapcsolatban vannak, pl.

    ```
    szuloje('Imre', 'István').     szuloje('Imre', 'Gizella').        % (1)
    ```

    azt állítja: Imre szülője István **ÉS** Imre szülője Gizella.
  - Az *(1)* klózok alternatív (VAGY kapcsolatú) válaszokhoz vezetnek:

    ```
    :- szuloje('Imre' Ki). ⟹   Ki = 'István' ? ; Ki = 'Gizella' ? ; no
    ```

    „`X Imre` szülője” akkor és csak akkor ha `X = István` vagy `X = Gizella`.
- Az *(1)* predikátum átalakítható egyetlen, diszjunkciós klózzá:

  ```
  szuloje('Imre', Sz) :-          (   Sz = 'István'
                                  ;   Sz = 'Gizella'
                                  ).                                  % (2)
  ```

  Vö. De Morgan azonosságok: $(A \leftarrow B) \wedge (A \leftarrow C) \equiv (A \leftarrow (B \vee C))$
- Általánosan: tetszőleges predikátum egyklózossá alakítható:
  - a klózokat azonos fejűvé alakítjuk, új változók és =-ek bevezetésével:

    ```
    szuloje('Imre', Sz) :- Sz = 'István'.
    szuloje('Imre', Sz) :- Sz = 'Gizella'.
    ```
  - a klóztörzseket egy diszjunkcióvá fogjuk össze, lásd *(2)*.

A meghiúsulásos negáció (NF – Negation by Failure)

- A `\+ Hívás` vezérlési szerkezet (vö. $\nvdash$ – nem bizonyítható) procedurális szemantikája
  - végrehajtja a `Hívás` hívást,
  - ha `Hívás` sikeresen lefutott, akkor meghiúsul,
  - egyébként (azaz ha `Hívás` meghiúsult) sikerül.
- A `\+ Hívás` futása során `Hívás` legfeljebb egyszer sikerül
- A `\+ Hívás` sohasem helyettesít be változót
- Példa: Keressünk (adatbázisunkban) olyan gyermeket, aki **nem** szülő!
- Ehhez negációra van szükségünk, egy megoldás:

```
| ?- sz(X, _Sz), \+ sz(Gy, X). % negált cél ≡ ¬(∃Gy.sz(Gy,X))
⟹   X = 'Imre' ? ; no
```

- Mi történik ha a két hívást megcseréljük?

```
| ?- \+ sz(Gy, X), sz(X, _Sz).% negált cél ≡ ¬(∃Gy,X.sz(Gy,X))
⟹   no
```

- $\backslash + H$ deklaratív szemantikája: $\neg\exists\vec{X}(H)$, ahol $\vec{X}$ a H-ban a hívás pillanatában behelyettesítetlen változók felsorolását jelöli.

```
| ?- X = 2, \+ X = 1.        ⟹   X = 2 ?
| ?- \+ X = 1, X = 2.        ⟹   no
```

Gondok a meghiúsulásos negációval

- A negált cél jelentése függ attól, hogy mely változók bírnak értékkel
- Mikor nincs gond?
  - Ha a negált cél tömör (nincs benne behelyettesítetlen változó)
  - Ha nyilvánvaló, hogy mely változók behelyettesítetlenek (pl. mert „semmis” változók: _), és a többi változó tömör értékkel bír.

```
% nem_szulo(+Sz): adott Sz nem szulo
nem_szulo(Sz) :- \+ szuloje(_, Sz).
```

- További gond: „zárt világ feltételezése” (Closed World Assumption – CWA): ami nem bizonyítható, az nem igaz.

```
| ?- \+ szuloje('Imre', X).        ⟹   no
| ?- \+ szuloje('Géza', X).        ⟹   true ?          (*)
```

  - A klasszikus matematikai logika következményfogalma monoton: ha a premisszák halmaza bővül, a következmények halmaza nem szűkülhet.
  - A CWA alapú logika nem monoton, példa: bővítsük a programot egy `szuloje('Géza', xxx).` alakú állítással ⇒`(*)` meghiúsul.

Példa: együttható meghatározása lineáris kifejezésben

- Formula: számokból és az ‘x’ atomból ‘+’ és ‘*’ operátorokkal épül fel.
- Lineáris formula: a ‘*’ operátor (legalább) egyik oldalán szám áll.

```
% egyhat(Kif, E): A Kif lineáris formulában az x együtthatója E.
egyhat(x, 1).
egyhat(Kif, E) :-
        number(Kif), E = 0.
egyhat(K1+K2, E) :-
        egyhat(K1, E1),
        egyhat(K2, E2),
        E is E1+E2.
egyhat(K1*K2, E) :-                    % (4)
        number(K1),
        egyhat(K2, E0),
        E is K1*E0.
egyhat(K1*K2, E) :-                    % (5)
        number(K2),
        egyhat(K1, E0),
        E is K2*E0.
```

- A fenti megoldás hibás – többszörös megoldást kaphatunk:

```
| ?- egyhat(((x+1)*3)+x+2*(x+x+3), E).   ⟹   E = 8 ?; no
| ?- egyhat(2*3+x, E).                   ⟹   E = 1 ?; E = 1 ?; no
```

- A többszörös megoldás oka:
  az `egyhat(2*3, E)` hívás esetén a (4) és (5) klóz egyaránt sikeres!

Többszörös megoldások kiküszöbölése

- El kell érnünk, hogy ha a (4) sikeres, akkor (5) már ne sikerüljön
- A többszörös megoldás kiküszöbölhető:
  - Negációval – írjuk be (4) előfeltételének negáltját (5) törzsébe:

```
(...)
egyhat(K1*K2, E) :-                                          % (4)
        number(K1), egyhat(K2, E0), E is K1*E0.
egyhat(K1*K2, E) :-                                          % (5)
        \+ number(K1),
        number(K2), egyhat(K1, E0), E is K2*E0.
```

  - hatékonyabban, feltételes kifejezéssel:

```
(...)
egyhat(K1*K2, E) :-
        (   number(K1) -> egyhat(K2, E0), E is K1*E0
        ;   number(K2), egyhat(K1, E0), E is K2*E0
        ).
```

- A feltételes kifejezés hatékonyabban fut, mert:
  - a feltételt csak egyszer értékeli ki
  - nem hagy választási pontot

Feltételes kifejezések

- Szintaxis (`felt`, `akkor`, `egyébként` tetszőleges célsorozatok):

```
(...) :-
        (...),
        (   felt -> akkor
        ;   egyébként
        ),
        (...).
```

- Deklaratív szemantika: a fenti alak jelentése megegyezik az alábbival, ha a `felt` egy egyszerű feltétel (azaz nem oldható meg többféleképpen):

```
(...) :-
        (...),
        (   felt, akkor
        ;   \+ felt, egyébként
        ),
        (...).
```

Feltételes kifejezések (folyt.)

- Procedurális szemantika
  A `(felt->akkor;egyébként),folytatás` célsorozat végrehajtása:
  - Végrehajtjuk a `felt` hívást.
  - Ha `felt` sikeres, akkor az `(akkor,folytatás)` célsorozatra redukáljuk a fenti célsorozatot, a `felt` *első* megoldása által adott behelyettesítésekkel. A `felt` cél többi megoldását nem keressük meg!
  - Ha `felt` sikertelen, akkor az `(egyébként,folytatás)` célsorozatra redukáljuk, behelyettesítés nélkül.
- Többszörös elágaztatás skatulyázott feltételes kifejezésekkel:

```
(   felt1 -> akkor1
;   felt2 -> akkor2
;   ...
)
```

```
(   felt1 -> akkor1
;  (felt2 -> akkor2
;   ...
))
```

  A kiemelt, aláhúzott zárójelek feleslegesek (a ‘;’ egy `xfy` írásmódú op.).
- Az `egyébként` rész elhagyható, alapértelmezése: `fail`.
- `\+ felt` ekvivalens alakja: `( felt -> fail ; true )`

Feltételes kifejezés – példák

- Faktoriális

```
% fakt(+N, ?F): N! = F.
fakt(N, F) :-
        (   N = 0 -> F = 1          % N = 0,  F = 1
        ;   N > 0, N1 is N-1, fakt(N1, F1), F is N*F1
        ).
```

- Jelentése azonos a sima diszjunkciós alakkal (lásd komment), de annál hatékonyabb, mert nem hagy maga után választási pontot.
- Szám előjele

```
% Sign = sign(Num)
sign(Num, Sign) :-
        (   Num > 0 -> Sign = 1
        ;   Num < 0 -> Sign = -1
        ;   Sign = 0
        ).
```

További példa: számintervallum felsorolása

- Soroljuk fel az `N` és `M` közötti egészeket (ahol `N` és `M` maguk is egészek)

```
% between0(+M, +N, -I): M =< I =< N, I egész.
between0(M, N, M) :- M =< N.
between0(M, N, I) :- M < N,
        M1 is M+1, between0(M1, N, I).

| ?- between0(1, 2, _X), between0(3, 4, _Y), Z is 10*_X+_Y.
Z = 13 ? ; Z = 14 ? ; Z = 23 ? ; Z = 24 ? ; no
```

- A `between0(5,5,I)` hívás választási pontot hagy, optimalizált változat:

```
between(M, N, I) :- (   M > N -> fail
                    ;   M =:= N -> I = M
                    ;   (   I = M
                        ;   M1 is M+1, between(M1, N, I)
                        )
                    ).
```

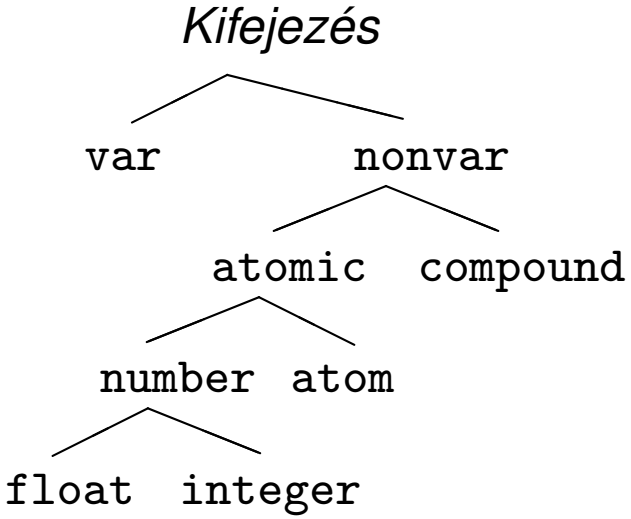
(A ( ) zárójelpár szintaktikusan felesleges,
de az olvasónak jelzi, hogy az „else” ágon egy diszjunkció van.)

- A fenti eljárás (még jobban optimalizálva) elérhető a `between` könyvtárban.

Tartalom

Az egyesítési algoritmus – a Prolog adatfogalma

- Prolog kifejezések osztályozása – kanonikus alak



`var(X)`	`X` változó
`nonvar(X)`	`X` nem változó
`atomic(X)`	`X` konstans
`compound(X)`	`X` struktúra
`number(X)`	`X` szám
`atom(X)`	`X` névkonstans
`float(X)`	`X` lebegőpontos szám
`integer(X)`	`X` egész szám

Az egyesítés célja

- Egyesítés (*unification*): két Prolog kifejezés (pl. egy eljáráshívás és egy klózfej) azonos alakra hozása, változók esetleges behelyettesítésével, a lehető legáltalánosabban (a legkevesebb behelyettesítéssel)
- Az egyesítés **szimmetrikus**: mindkét oldalon lehet – és behelyettesítődhet – változó
- Példák
  - Bemenő paraméterátadás – a fej változóit helyettesíti be:

    hívás: `nagyszuloje('Imre', Nsz),`
    fej: `nagyszuloje(Gy, N),`
    behelyettesítés: `Gy ← 'Imre', N ← Nsz`
  - Kimenő paraméterátadás – a hívás változóit helyettesíti be:

    hívás: `szuloje('Imre', Sz),`
    fej: `szuloje('Imre', 'István'),`
    behelyettesítés: `Sz ← 'István'`
  - Kétirányú paraméterátadás – fej- és hívásváltozókat is behelyettesít:

    hívás: `tree_sum(leaf(5), Sum)`
    fej: `tree_sum(leaf(V), V)`
    behelyettesítés: `V ← 5,  Sum ← 5`

Az egyesítési algoritmus feladata

- Az egyesítési algoritmus
  - bemenete: két Prolog kifejezés: *A* és *B*
    (pl. egy klóz feje és egy célsorozat első tagja)
  - feladata: a két kifejezés egyesíthetőségének eldöntése
  - matematikailag az eredménye: meghiúsulás, vagy siker és a legáltalánosabb egyesítő – *most general unifier*, *mgu*(A, B) – előállítása
  - praktikusan nem az *mgu* egyesítő előállítása szükséges, hanem az egyesítő behelyettesítés végrehajtása (a szóbanforgó klóz törzsén és a célsorozat maradékán)
- A legáltalánosabb egyesítő az, amelyik nem helyettesít be „feleslegesen”
  - példa: `tree_sum(leaf(V), V) = tree_sum(T, S)`
    - egy egyesítő behelyettesítés: `V`←`1`, `T`←`leaf(1)`, `S`←`1`
    - legáltalánosabb egyesítő behelyettesítés: `T`←`leaf(V)`, `S`←`V`, vagy `T`←`leaf(S)`, `V`←`S`
  - az *mgu* – változó-átnevezéstől (pl. `V`←`S`) eltekintve – **egyértelmű**
  - minden egyesítő előállítható a legáltalánosabból további behelyettesítéssel, pl. `V`←`1` ill. `S`←`1`

A „praktikus” egyesítési algoritmus

1. Ha A és B azonos változók vagy konstansok, akkor kilép sikerrel, behelyettesítés nélkül
2. Egyébként, ha A változó, akkor a $\sigma = \{A \leftarrow B\}$ behelyettesítést elvégzi, és kilép sikerrel
3. Egyébként, ha B változó, akkor a $\sigma = \{B \leftarrow A\}$ behelyettesítést elvégzi, és kilép sikerrel (a 2. és 3. lépések felcserélhetők)
4. Egyébként, ha A és B azonos nevű és argumentumszámú összetett kifejezések és argumentum-listáik $A_1,\ldots,A_N$ ill. $B_1,\ldots,B_N$, akkor
   - A_1 és B_1 egyesítését elvégzi (beleértve az ehhez szükséges behelyettesítések végrehajtását),
     ha ez sikertelen, akkor kilép meghiúsulással;
   - A_2 és B_2 egyesítését elvégzi, ha ez sikertelen, akkor kilép meghiúsulással;
     ...
   - A_N és B_N egyesítését elvégzi, ha ez sikertelen, akkor kilép meghiúsulással

   Kilép sikerrel
5. Minden más esetben kilép meghiúsulással (A és B nem egyesíthető)

Egyesítési példák a gyakorlatban

- Az egyesítéssel kapcsolatos beépített eljárások:
  - `X = Y` egyesíti a két argumentumát, meghiúsul, ha ez nem lehetséges.
  - `X \= Y` sikerül, ha két argumentuma nem egyesíthető, egyébként meghiúsul.
- Példák:

```
| ?- 3+(4+5) = Left+Right.
        Left = 3, Right = 4+5 ?
| ?- node(leaf(X), T) = node(T, leaf(3)).
        T = leaf(3), X = 3 ?
| ?- X*Y = 1+2*3.
        no                          % mert 1+2*3 ≡ 1+(2*3)
| ?- X*Y = (1+2)*3.
        X = 1+2, Y = 3 ?
| ?- f(X, 3/Y-X, Y) = f(U, B-a, 3).
        B = 3/3, U = a, X = a, Y = 3 ?
| ?- f(f(X), U+2*2) = f(U, f(3)+Z).
        U = f(3), X = 3, Z = 2*2 ?
```

Az egyesítés kiegészítése: előfordulás-ellenőrzés, *occurs check*

- Kérdés: `X` és `s(X)` egyesíthető-e?
  - A matematikai válasz: *nem*, egy változó nem egyesíthető egy olyan struktúrával, amelyben előfordul (ez az előfordulás-ellenőrzés).
  - Az ellenőrzés költséges, ezért alaphelyzetben nem alkalmazzák (emiatt ún. ciklikus kifejezések keletkezhetnek)
  - Szabványos eljárásként rendelkezésre áll: `unify_with_occurs_check/2`
  - Kiterjesztés (pl. SICStus): az előfordulás-ellenőrzés elhagyása miatt keletkező ciklikus kifejezések tisztességes kezelése.
- Példák:

```
| ?- X = s(1,X).
        X = s(1,s(1,s(1,s(1,s(...))))) ?
| ?- unify_with_occurs_check(X, s(1,X)).
        no
| ?- X = s(X), Y = s(s(Y)), X = Y.
        X = s(s(s(s(s(...))))), Y = s(s(s(s(s(...))))) ?
```

Az egyesítési alg. matematikai megfogalmazása (kieg. anyag)

- A *behelyettesítés* egy olyan σ függvény, amely a $Dom(\sigma)$-beli változókhoz kifejezéseket rendel. Általában posztfix jelölést használunk, pl. $\mathtt{X}\sigma$
  - Példa: $\sigma = \{\mathtt{X}\leftarrow\mathtt{a},\ \mathtt{Y}\leftarrow\mathtt{s(b,B)},\ \mathtt{Z}\leftarrow\mathtt{C}\}$, $Dom(\sigma) = \{\mathtt{X},\mathtt{Y},\mathtt{Z}\}$, $\mathtt{X}\sigma = \mathtt{a}$
- A behelyettesítés-függvény természetes módon kiterjeszthető:
  - $K\sigma$: σ alkalmazása egy *tetszőleges* K kifejezésre: σ behelyettesítéseit *egyidejűleg* elvégezzük K-ban.
  - Példa: $\mathtt{f(g(Z,h),A,Y)}\sigma = \mathtt{f(g(C,h),A,s(b,B))}$
- Kompozíció: $\sigma \otimes \theta$ = σ és θ egymás utáni alkalmazása: $\mathtt{X}(\sigma \otimes \theta) = \mathtt{X}\sigma\theta$
  - A $\sigma \otimes \theta$ behelyettesítés az $x \in Dom(\sigma)$ változókhoz az $(x\sigma)\theta$ kifejezést, a többi $y \in Dom(\theta)\backslash Dom(\sigma)$ változóhoz $y\theta$-t rendeli ($Dom(\sigma \otimes \theta) = Dom(\sigma) \bigcup Dom(\theta)$):

$$\sigma\otimes\theta = \{x \leftarrow (x\sigma)\theta \mid x \in Dom(\sigma)\} \bigcup \{\ y \leftarrow y\theta \mid y \in Dom(\theta)\backslash Dom(\sigma)\}$$

  - Pl. $\theta = \{\mathtt{X}\leftarrow\mathtt{b},\ \mathtt{B}\leftarrow\mathtt{d}\}$ esetén $\sigma \otimes \theta = \{\mathtt{X}\leftarrow\mathtt{a},\ \mathtt{Y}\leftarrow\mathtt{s(b,d)},\ \mathtt{Z}\leftarrow\mathtt{C},\ \mathtt{B}\leftarrow\mathtt{d}\}$
- Egy G kifejezés **általánosabb** mint egy S, ha létezik olyan ρ behelyettesítés, hogy $S = G\rho$
  - Példa: $G = \mathtt{f(A,Y)}$ általánosabb mint $S = \mathtt{f(1,s(Z))}$, mert $\rho = \{\mathtt{A}\leftarrow 1,\ \mathtt{Y}\leftarrow\mathtt{s(Z)}\}$ esetén $S = G\rho$.

A legáltalánosabb egyesítő előállítása (kiegészítő anyag)

- A és B kifejezések egyesíthetőek ha létezik egy olyan σ behelyettesítés, hogy $A\sigma = B\sigma$. Ezt az $A\sigma = B\sigma$ kifejezést A és B egyesített alakjának nevezzük.
- Két kifejezésnek általában több egyesített alakja lehet.
  - Példa: $A =$`f(X, Y)` és $B =$`f(s(U), U)` egyesített alakja pl.
    - $K_1 =$`f(s(a),a)` a $\sigma_1 = \{$`X`$\leftarrow$`s(a)`, `Y`$\leftarrow$`a`, `U`$\leftarrow$`a`$\}$ behelyettesítéssel
    - $K_2 =$`f(s(U),U)` a $\sigma_2 = \{$`X`$\leftarrow$`s(U)`, `Y`$\leftarrow$`U`$\}$ behelyettesítéssel
    - $K_3 =$`f(s(Y),Y)` a $\sigma_3 = \{$`X`$\leftarrow$`s(Y)`, `U`$\leftarrow$`Y`$\}$ behelyettesítéssel
- A és B legáltalánosabb egyesített alakja egy olyan C kifejezés, amely A és B minden egyesített alakjánál általánosabb
  - A fenti példában K_2 és K_3 legáltalánosabb egyesített alakok
- **Tétel**: A legáltalánosabb egyesített alak, változó-átnevezéstől eltekintve egyértelmű.
- A és B legáltalánosabb egyesítője egy olyan $\sigma = mgu(A, B)$ behelyettesítés, amelyre $A\sigma$ és $B\sigma$ a két kifejezés legáltalánosabb egyesített alakja. Pl. σ_2 és σ_3 a fenti A és B legáltalánosabb egyesítője.
- **Tétel**: A legáltalánosabb egyesítő, változó-átnevezéstől eltekintve egyértelmű.

A „matematikai” egyesítési algoritmus (kiegészítő anyag)

- Az egyesítési algoritmus
  - bemenete: két Prolog kifejezés: A és B
  - feladata: a két kifejezés egyesíthetőségének eldöntése
  - eredménye: siker esetén az $mgu(A, B)$ legáltalánosabb egyesítő
- A rekurzív egyesítési algoritmus $\sigma = mgu(A, B)$ előállítására
  1. Ha A és B azonos változók vagy konstansok, akkor $\sigma = \{\}$ (üres).
  2. Egyébként, ha A változó, akkor $\sigma = \{A \leftarrow B\}$.
  3. Egyébként, ha B változó, akkor $\sigma = \{B \leftarrow A\}$.
     (A (2) és (3) lépések sorrendje felcserélődhet.)
  4. Egyébként, ha A és B azonos nevű és argumentumszámú összetett kifejezések és argumentum-listáik $A_1, \ldots, A_N$ ill. $B_1, \ldots, B_N$, és

     a. *A_1 és B_1 legáltalánosabb egyesítője σ_1,*
     b. *$A_2\sigma_1$ és $B_2\sigma_1$ legáltalánosabb egyesítője σ_2,*
     c. *$A_3\sigma_1\sigma_2$ és $B_3\sigma_1\sigma_2$ legáltalánosabb egyesítője σ_3,*
     d. *...*

     akkor $\sigma = \sigma_1 \otimes \sigma_2 \otimes \sigma_3 \otimes \ldots$.
  5. Minden más esetben a A és B nem egyesíthető.

Egyesítési példák (kiegészítő anyag)

- A = `tree_sum(leaf(V), V)`, B = `tree_sum(leaf(5), S)`
  - (4.) A és B neve és argumentumszáma megegyezik
    - (a.) `mgu(leaf(V), leaf(5))` (4., majd 2. szerint) $= \{\mathtt{V} \leftarrow 5\} = \sigma_1$
    - (b.) `mgu(V`σ_1`, S)` $=$ `mgu(5, S)` (3. szerint) = $\{\mathtt{S} \leftarrow 5\} = \sigma_2$
  - tehát $mgu(A, B) = \sigma_1 \otimes \sigma_2 = \{\mathtt{V} \leftarrow 5, \mathtt{S} \leftarrow 5\}$
- A = `node(leaf(X), T)`, B = `node(T, leaf(3))`
  - (4.) A és B neve és argumentumszáma megegyezik
    - (a.) `mgu(leaf(X), T)` (3. szerint) $= \{\mathtt{T} \leftarrow \mathtt{leaf(X)}\} = \sigma_1$
    - (b.) `mgu(T`σ_1`, leaf(3))` $=$ `mgu(leaf(X), leaf(3))` (4, majd 2. szerint) = $\{\mathtt{X} \leftarrow 3\} = \sigma_2$
  - tehát $mgu(A, B) = \sigma_1 \otimes \sigma_2 = \{\mathtt{T} \leftarrow \mathtt{leaf(3)}, \mathtt{X} \leftarrow 3\}$

Az eljárás-redukciós végrehajtási modell

- A Prolog végrehajtás (ismétlés):
  - egy adott célsorozat futtatása egy adott programra vonatkozóan,
  - eredménye lehet:
    - siker – változó-behelyettesítésekkel
    - meghiúsulás (változó-behelyettesítések nélkül)
- A végrehajtás egy állapota: egy célsorozat
- A végrehajtás kétféle lépésből áll:
  - redukciós lépés: egy célsorozat + klóz $\rightarrow$ új célsorozat
  - visszalépés (zsákutca esetén): visszatérés a legutolsó választási ponthoz és a **további** (eddig nem próbált) klózokkal való redukciós lépések

A redukciós modell alapeleme, a redukciós lépés (ismétlés)

- Redukciós lépés: egy célsorozat redukálása egy újabb célsorozattá
  - egy programklóz segítségével (az első cél felhasználói eljárást hív):
    - A klózt **lemásoljuk**, minden változót szisztematikusan új változóra cserélve.
    - A célsorozatot szétbontjuk az első hívásra és a maradékra.
    - Az első hívást **egyesítjük** a klózfejjel
    - A szükséges behelyettesítéseket elvégezzük a klóz **törzs**én és a **célsorozat** maradékán is
    - Az új célsorozat: a klóztörzs és utána a maradék célsorozat
    - Ha a hívás és a klózfej nem egyesíthető ⇒meghiúsulás
  - egy beépített eljárás segítségével (az első cél beépített eljárást hív):
    - A célsorozatot szétbontjuk az első hívásra és a maradékra.
    - A beépített eljáráshívást végrehajtjuk
    - Siker esetén a behelyettesítéseket elvégezzük a célsorozat maradékán ez lesz az új célsorozat
    - Ha a beépített eljárás hívása sikertelen⇒meghiúsulás

Az eljárás-redukciós végrehajtási algoritmus

- A végrehajtási algoritmus leírásában használt adatstruktúrák:
  - `CS` – célsorozat
  - egy verem, melynek elemei `<CS,I>` alakú párok – ahol `CS` egy célsorozat, `I` a célsorozat első céljának redukálásához használt legutolsó klóz sorszáma.
- A verem a visszalépést szolgálja: minden választási pontnál a veremre mentjük az aktuális `<CS,I>` párt.
- Visszalépéskor a verem tetejéről leemelünk egy `<CS,I>` párt és a végrehajtás következő lépése: `CS` redukciója az `I+1`-edik klózzal.

A Prolog végrehajtási algoritmusa

1. *(Kezdeti beállítások:)* A verem üres, `CS := ` kezdeti célsorozat
2. *(Beépített elj.:)* Ha `CS` első hívása beépített akkor hajtsuk végre a red. lépést.
   a. Ha ez sikertelen ⇒ 6. lépés.
   b. Ha ez sikeres, `CS := ` a redukciós lépés eredménye, és ⇒ 5. lépés.
3. *(Klózszámláló kezdőértékezése:)* `I = 1`.
4. *(Redukciós lépés:)* Tekintsük `CS` első hívására alkalmazható klózok listáját. Ez indexelés nélkül a predikátum összes klóza lesz, indexelés esetén (lásd 2. Prolog blokk) ennek egy megszűrt részsorozata. Tegyük fel, hogy ez a lista `N` elemű.
   a. Ha `I > N` ⇒ 6. lépés.
   b. Redukciós lépés a lista `I`-edik klóza és a `CS` célsorozat között.
   c. Ha ez sikertelen, akkor `I := I+1`, és ⇒ 4a. lépés.
   d. Ha `I < N` (nem utolsó), akkor vermeljük `<CS,I>`-t.
   e. `CS := ` a redukciós lépés eredménye.
5. *(Siker:)* Ha `CS` üres, akkor sikeres vég, egyébként ⇒ 2. lépés.
6. *(Sikertelenség:)* Ha a verem üres, akkor sikertelen vég.
7. *(Visszalépés:)* Leemeljük a (nem üres) verem tetejéről a `<CS,I>`-párt, `I := I+1`, és ⇒ 4. lépés.

A faösszegző program többirányú aritmetikával

- Az korábbi faösszegző program a `tree_sum(T, 3)` hívás esetén hibát jelez az `is/2` hívásnál.
- Az `is` beépített eljárás helyett egy saját `plus` eljárást használva egészek korlátos tartományán megoldható a kétirányú működés.

```
% plus(A, B, C): A+B=C, ahol 0 < A,B,C =< 3 egész számok,
plus(1, 1, 2).     plus(1, 2, 3).    plus(2, 1, 3).

% tree_sum(Tree, S): A Tree fa leveleiben levő számok összege S.
```

```
% tree_sum(+Tree, ?S):
tree_sum(leaf(Value), Value).
tree_sum(node(Left,Right), S) :-
        tree_sum(Left, SL),
        tree_sum(Right, SR),
        S is SL+SR.
```

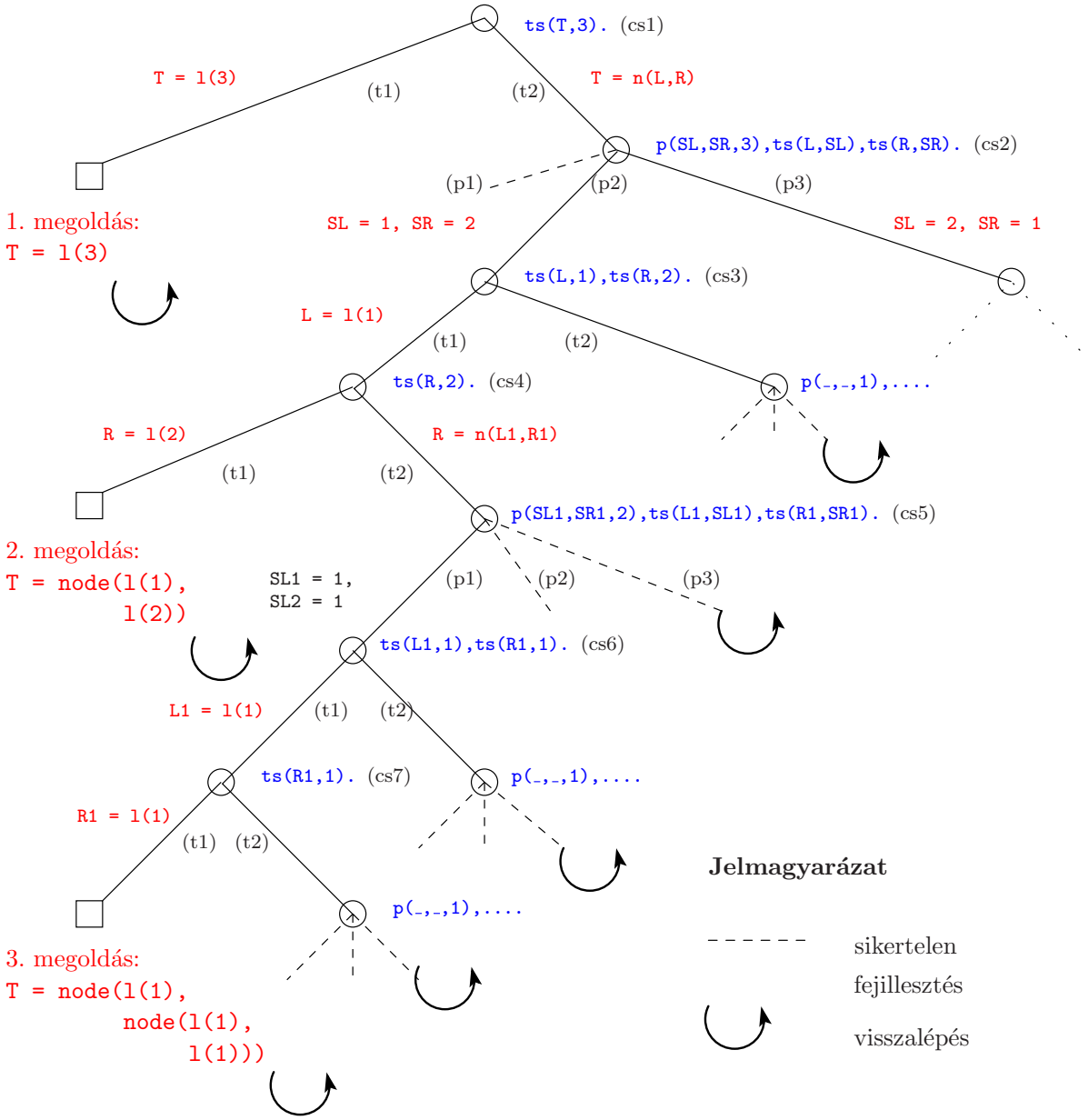
```
% tree_sum(?Tree, ?S):
tree_sum(leaf(Value), Value).
tree_sum(node(Left,Right), S) :-
        plus(SL, SR, S),
        tree_sum(Left, SL),
        tree_sum(Right, SR).
```

- A jobboldali változat `(+,?)` módban nagyon kevéssé hatékony `:-(`.

A többirányú faösszegző program keresési tere

A program:

```
p(1, 1, 2).        (p1)
p(1, 2, 3).        (p2)
p(2, 1, 3).        (p3)

ts(l(V), V).       (t1)
ts(n(L,R), S) :-
  p(SL,SR,S),
  ts(L, SL),
  ts(R, SR).       (t2)
```



A verem a 3. megoldásnál:

$\langle$ (cs2), 2 $\rangle$
$\langle$ (cs3), 1 $\rangle$
$\langle$ (cs5), 1 $\rangle$
$\langle$ (cs6), 1 $\rangle$
$\langle$ (cs7), 1 $\rangle$

A Prolog nyomkövető által használt eljárás-doboz modell

- A Prolog eljárás-végrehajtás két fázisa
  - előre menő: egymásba **skatulyázott eljárás-be** és **-ki**lépések
  - visszafelé menő: **új megoldás** kérése egy már lefutott eljárástól
- Egy egyszerű példaprogram, hívása `| ?- p(X).`

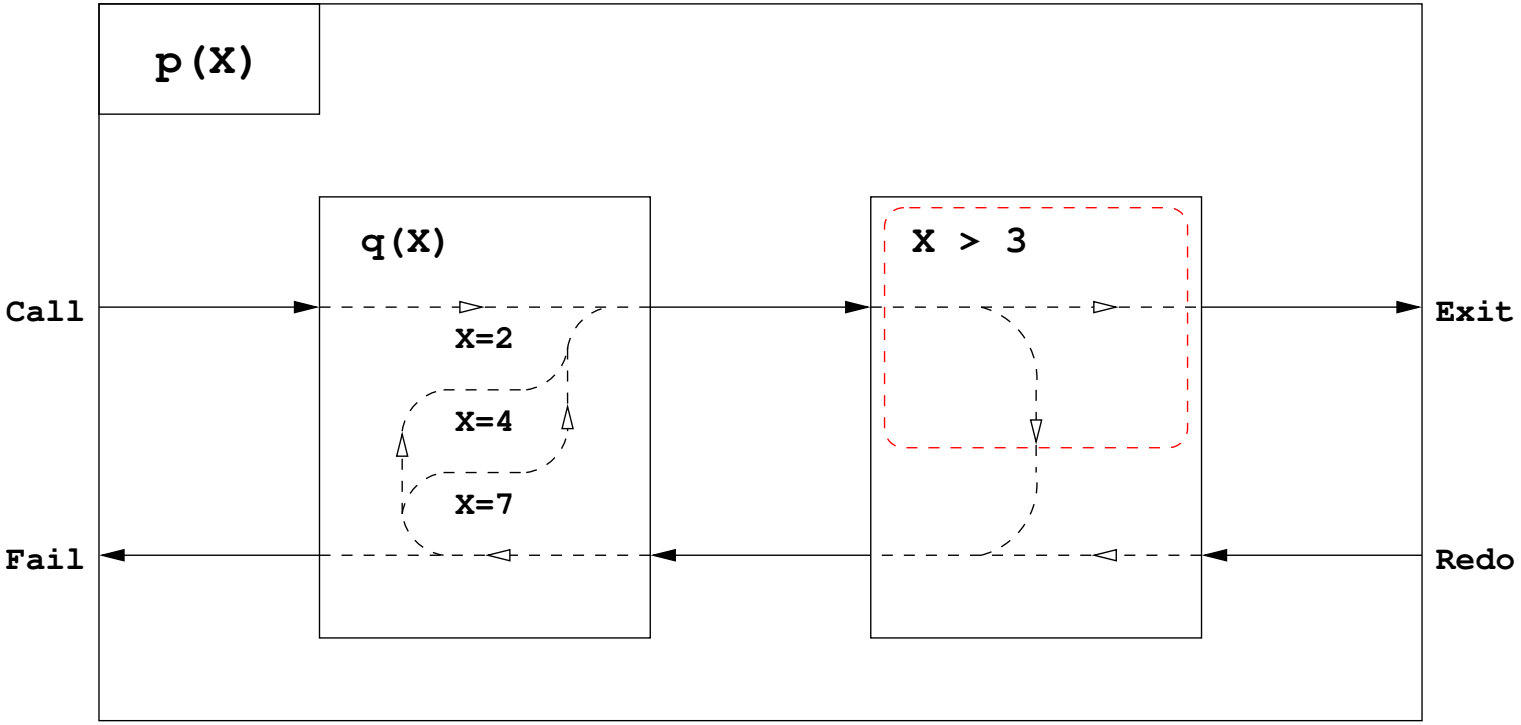
```
q(2).  q(4).  q(7).                    p(X) :- q(X), X > 3.
```

- Példafutás: belépünk a `p/1` eljárásba (Hívási kapu, Call port)
  - Belépünk a `q/1` eljárásba (Call port)
  - `q/1` sikeresen lefut, `q(2)` eredménnyel (Kilépési kapu, Exit port)
    - A `> /2` eljárásba belépünk a `2>3` hívással (Call)
    - A `> /2` eljárás sikertelenül fut le (Meghiúsulási kapu, Failport)
  - (visszafelé menő futás): visszatérünk (a már lefutott) `q/1`-be,újabb megoldást kérve (Újra kapu, Redo Port)
  - A `q/1` eljárás újra sikeresen lefut a `q(4)` eredménnyel (Exit)
    - A `4>3` hívással a `> /2`-be belépünk majd kilépünk (Call, Exit)
- A `p/1` eljárás sikeresen lefut `p(4)` eredménnyel (Exit)

Eljárás-doboz modell – grafikus szemléltetés

```
q(2).  q(4). q(7).
```

```
p(X) :- q(X), X > 3.
```



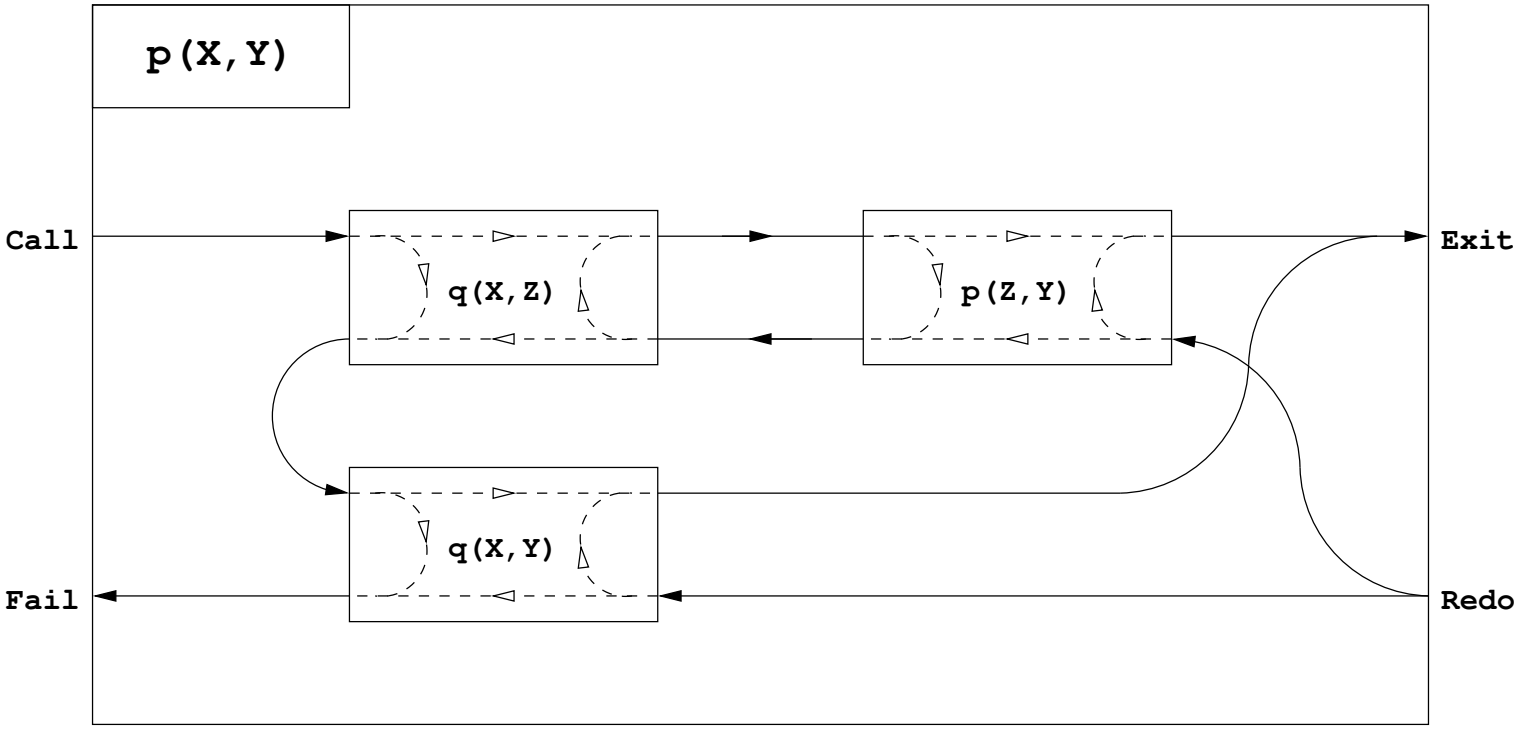
Eljárás-doboz modell – egyszerű nyomkövetési példa

- `?...Exit` jelzi, hogy maradt választási pont a lefutott eljárásban
- Ha nincs `?` az Exit kapunál, akkor a doboz törlődik (lásd a szaggatott piros téglalapot az előző dián az `X > 3` hívás körül)

```
q(2).  q(4). q(7).                    p(X) :- q(X), X > 3.

| ?- trace, p(X).
        1      1 Call: p(_463) ?
        2      2 Call: q(_463) ?
?       2      2 Exit: q(2) ?       % ? ≡ maradt választási pont q-ban
        3      2 Call: 2>3 ?
        3      2 Fail: 2>3 ?
        2      2 Redo: q(2) ?
?       2      2 Exit: q(4) ?
        4      2 Call: 4>3 ?
        4      2 Exit: 4>3 ?        % nincs ? ⇒ a doboz törlődik (*)
?       1      1 Exit: p(4) ?
X = 4 ? ;
        1      1 Redo: p(4) ?
                                    % (*) miatt nem látjuk a Redo-Fail kapukat a 4>3 hívásra
        2      2 Redo: q(4) ?
        2      2 Exit: q(7) ?
        5      2 Call: 7>3 ?
        5      2 Exit: 7>3 ?
        1      1 Exit: p(7) ?      % nincs ? ⇒ a doboz törlődik (*)
X = 7 ? ;  no
```

Eljárás-doboz: több klózból álló eljárás

```
p(X,Y) :- q(X,Z), p(Z,Y).
p(X,Y) :- q(X,Y).

q(1,2). q(2,3). q(2,4).
```



Eljárás-doboz modell – „kapcsolási” alapelvek

- A feladat: „szülő” eljárásdoboz és a „belső” eljárások dobozainak összekapcsolása
- Előfeldolgozás: érjük el, hogy a klózfejekben csak változók legyenek, ehhez a fej-egyesítéseket alakítsuk hívásokká, pl.
  `fakt(0,1).` ⇒`fakt(X,Y) :- X=0, Y=1.`
- Előre menő végrehajtás (balról-jobbra menő nyilak):
  - A szülő Call kapuját az 1. klóz első hívásának Call kapujára kötjük.
  - Egy belső eljárás Exit kapuját
    - a következő hívás Call kapujára, vagy,
    - ha nincs következő hívás, akkor a szülő Exit kapujára kötjük
- Visszafelé menő végrehajtás (jobbról-balra menő nyilak):
  - Egy belső eljárás Fail kapuját
    - az előző hívás Redo kapujára, vagy, ha nincs előző hívás, akkor
    - a következő klóz első hívásának Call kapujára, vagy
    - ha nincs következő klóz, akkor a szülő Fail kapujára kötjük
  - A szülő Redo kapuját mindegyik klóz utolsó hívásának Redo kapujára kötjük
    - mindig abba a klózra térünk vissza, amelyben legutoljára voltunk

SICStus nyomkövetés – legfontosabb parancsok

- Beépített eljárások
  - `trace`, `debug`, `zip` – a `c`, `l`, `z` paranccsal indítja a nyomkövetést
  - `notrace`, `nodebug`, `nozip` – kikapcsolja a nyomkövetést
  - `spy(P)`, `nospy(P)`, `nospyall` – töréspont be/ki a `P` eljárásra, $\forall$ ki.
- Alapvető nyomkövetési parancsok, ujsorral (`<RET>`) kell lezárni
  - `h` (help) – parancsok listázása
  - `c` (creep) vagy csak `<RET>` – lassú futás (minden kapunál megáll)
  - `l` (leap) – csak töréspontnál áll meg, de a dobozokat építi
  - `z` (zip) – csak töréspontnál áll meg, dobozokat nem épít
  - `+` ill. `-` – töréspont be/ki a kurrens eljárásra
  - `s` (skip) – eljárástörzs átlépése (Call/Redo $\Rightarrow$ Exit/Fail)
  - `o` (out) – kilépés az eljárástörzsből ($\Rightarrow$szülő Exit/Fail kapu)
- A Prolog végrehajtást megváltoztató parancsok
  - `u` (unify) – a kurrens hívást helyettesíti egy egyesítéssel
  - `r` (retry) – újrakezdi a kurrens hívás végrehajtását ($\Rightarrow$Call)
- Információ-megjelenítő és egyéb parancsok
  - `<` n – a kiírási mélységet n-re állítja ($n = 0 \Rightarrow \infty$ mélység)
  - `n` (notrace) – nyomkövető kikapcsolása
  - `a` (abort) – a kurrens futás abbahagyása

Eljárás-doboz modell – OO szemléletben (kiegészítő anyag)

- Minden eljáráshoz tartozik egy osztály, amelynek van egy konstruktor függvénye (amely megkapja a hívási paramétereket) és egy `next` „adj egy (következő) megoldást” metódusa.
- Az osztály nyilvántartja, hogy hányadik klózban jár a vezérlés
- A metódus első meghívásakor az első klóz első Hívás kapujára adja a vezérlést
- Amikor egy részeljárás Hívás kapujához érkezünk, **létrehozunk** egy példányt a meghívandó eljárásból, majd
- meghívjuk az eljáráspéldány „következő megoldás” metódusát (*)
  - Ha ez sikerül, akkor a vezérlés átkerül a következő hívás Hívás kapujára, vagy a szülő Kilépési kapujára
  - Ha ez meghiúsul, **megszüntetjük** az eljáráspéldányt majd ugrunk az előző hívás Újra kapujára, vagy a következő klóz elejére, stb.
- Amikor egy Újra kapuhoz érkezünk, a (*) lépésnél folytatjuk.
- A szülő Újra kapuja (a „következő megoldás” nem első hívása) a tárolt klózsorszámnak megfelelő klózban az utolsó Újra kapura adja a vezérlést.

OO szemléletű dobozok: p/2 C++ kódrészlet (kieg. anyag)

A p/2 eljárás (225. dia) C++ megfelelőjének „köv. megoldás” metódusa:

```
boolean p::next()            { // Return next solution for p/2
  switch(clno)           {
  case 0:                      // first call of the method
    clno = 1;                  // enter clause 1:                p(X,Y) :- q(X,Z), p(Z,Y).
    qaptr = new q(x, &z);      // create a new instance of subgoal q(X,Z)
  redo11:
    if(!qaptr->next()) {       // if q(X,Z) fails
      delete qaptr;            // destroy it,
      goto cl2;        }       // and continue with clause 2 of p/2
    pptr = new p(z, py);       // otherwise, create a new instance of subgoal p(Z,Y)
  case 1:                      // (enter here for Redo port if clno==1)
    /* redo12: */
    if(!pptr->next()) {        // if p(Z,Y) fails
      delete pptr;             // destroy it,
      goto redo11;     }       // and continue at redo port of q(X,Z)
    return TRUE;               // otherwise, exit via the Exit port
  cl2:
    clno = 2;                  // enter clause 2:                p(X,Y) :- q(X,Y).
    qbptr = new q(x, py);      // create a new instance of subgoal q(X,Y)
  case 2:                      // (enter here for Redo port if clno==2)
    /* redo21: */
    if(!qbptr->next()) {       // if q(X,Y) fails
      delete qbptr;            // destroy it,
      return FALSE;    }       // and exit via the Fail port
    return TRUE;               // otherwise, exit via the Exit port
                         } }
```

V. rész

Keresési feladat pontos megoldása

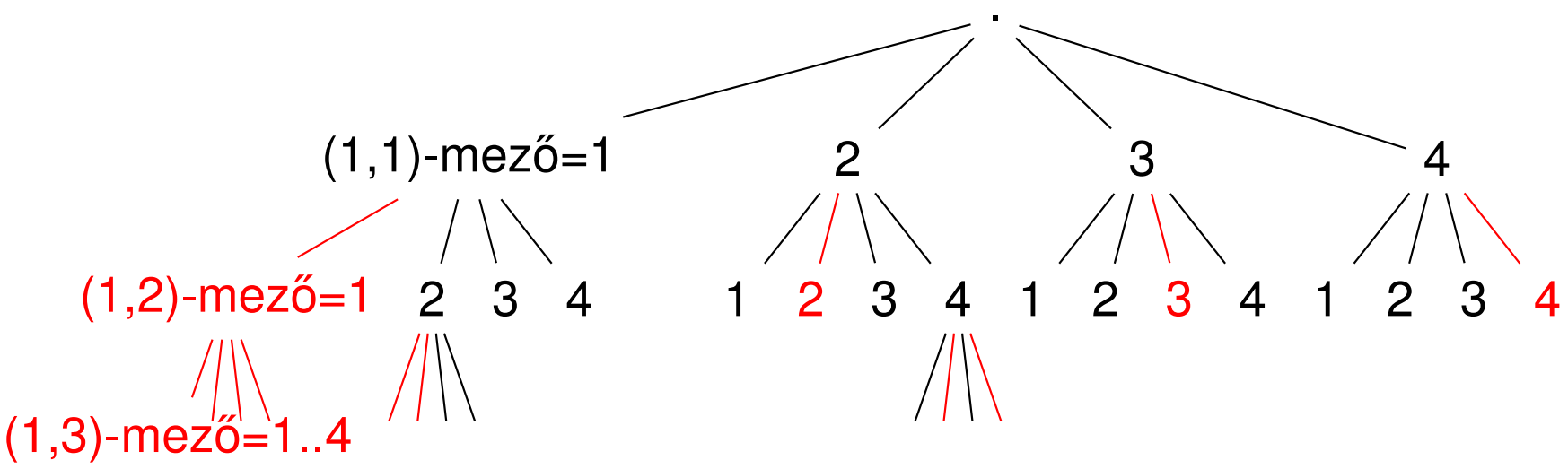
Tartalom

Pontos megoldás (Exact solution)

- Kombinatorikában sokszor *optimális megoldás* (optimal solution)
- Egy probléma pontos (egzakt) megoldása
- Nem közelítő (approximáció), nem szuboptimális (bizonyos heurisztikák)
- Keresési feladat: valamilyen *értelmezési tartomány* azon elemeit keressük, melyek megfelelnek a kiírt *feltételeknek*
  - lehetséges megoldás = *jelölt*
  - értelmezési tartomány = *keresési tér (search space)*, jelöltek halmaza
  - feltételek = *korlátok* vagy *kényszerek (constraints)*
- Pl. egy 16 mezős Sudoku-feladvány helyes megoldásai, 8 királynő egy sakktáblán, Hamilton-kör egy gráfban, Imre herceg nagyszülei ...
- A Prolog végrehajtási algoritmusa képes egy predikátumokkal és egy célsorozattal leírt probléma összes megoldását felsorolni (!)
- Funkcionális megközelítésben a megoldások felsorolását a programozónak meg kell írnia (logikaiban is megírható természetesen)

Keresési tér bejárása

- Itt csak véges keresési térrel foglalkozunk
- A megoldás keresését esetekre bonthatjuk, azokat alesetekre stb. $\rightsquigarrow$ Ilyenkor egy *keresési fát* járunk be
- Pl. 16 mezős Sudoku (1. sor, 1. oszlop) mezeje lehet 1,2,3,4
  Ezen belül (1. sor, 2. oszlop) mezeje lehet 1,2,3,4 stb.



- Bizonyos eseteknél (piros) tudjuk, hogy nem lesz megoldás (ha egy sorban egy érték több mezőben is szerepel)
- Hatékony megoldás: a keresési fa részeit levágjuk (nem járjuk be)

Példa: Send + More = Money

- Feladat: Keressük meg azon (S,E,N,D,M,O,R,Y) számnyolcasokat, melyekre $0 \leq$ S,E,N,D,M,O,R,Y ≤ 9 és S,M> 0, ahol az eltérő betűk eltérő értéket jelölnek, és

```
  S E N D
+ M O R E
---------
M O N E Y
```

a papíron történő összeadás szabályai szerint, vagyis

$$(1000\mathtt{S} + 100\mathtt{E} + 10\mathtt{N} + \mathtt{D}) + (1000\mathtt{M} + 100\mathtt{O} + 10\mathtt{R} + \mathtt{E}) =$$
$$= 10000\mathtt{M} + 1000\mathtt{O} + 100\mathtt{N} + 10\mathtt{E} + \mathtt{Y}.$$

- Naív megoldásunk: járjuk be a teljes keresési teret, és szűrjük meg azon nyolcasokra, melyekre teljesülnek a feltételek
- Keresési tér $\subseteq \{0, 1, \ldots, 9\}^8$, azaz egy 8-elemű Descartes-szorzat, mérete 10^8 (10 számjegy 8-adosztályú ismétléses variációi)
- Megoldás:

$$\{(\mathtt{S}, \mathtt{E}, \mathtt{N}, \mathtt{D}, \mathtt{M}, \mathtt{O}, \mathtt{R}, \mathtt{Y}) \mid \quad \mathtt{S}, \mathtt{E}, \mathtt{N}, \mathtt{D}, \mathtt{M}, \mathtt{O}, \mathtt{R}, \mathtt{Y} \in \{0..9\},\ \mathtt{all\_different},$$
$$\mathtt{S}, \mathtt{M} > 0,\ \mathtt{SEND} + \mathtt{MORE} = \mathtt{MONEY}\}$$

Kimerítő keresés

Exhaustive search, Generate and test, Brute force

- Kimerítő keresés: teljes keresési tér bejárása, jelöltek szűrése

`sendmory.erl` – Send More Money megoldások, alapfogalmak

```
% @type d() = 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9.
% @type octet() = {d(),d(),d(),d(),d(),d(),d(),d()}.

% @spec num(Ns::[d()]) -> N::integer().
% Az Ns számjegylista decimális számként N.
num(Ns)-> lists:foldl(fun(X,E) -> E*10+X end, 0, Ns).

% @spec check_sum(octet()) -> bool().
% A jelölt teljesíti-e az összeadási feltételt.
check_sum({S,E,N,D,M,O,R,Y}) ->
    Send = num([S,E,N,D]),
    More = num([M,O,R,E]),
    Money = num([M,O,N,E,Y]),
    Send+More =:= Money.
```

Kimerítő keresés – folytatás

sendmory.erl – folytatás

```
% @spec all_different(Xs::[any()]) -> B::bool()
all_different(L) -> length(L) =:= length(lists:usort(L)).

% @spec smm0() -> [octet()].
smm0() ->  Ds = lists:seq(0, 9),
           [{S,E,N,D,M,O,R,Y} ||
               S <- Ds,
               E <- Ds,
               N <- Ds,
               D <- Ds,
               M <- Ds,
               O <- Ds,
               R <- Ds,
               Y <- Ds,
               all_different([S,E,N,D,M,O,R,Y]),
               S > 0, M > 0,
               check_sum({S,E,N,D,M,O,R,Y})].
```

GENERATE

---

and TEST

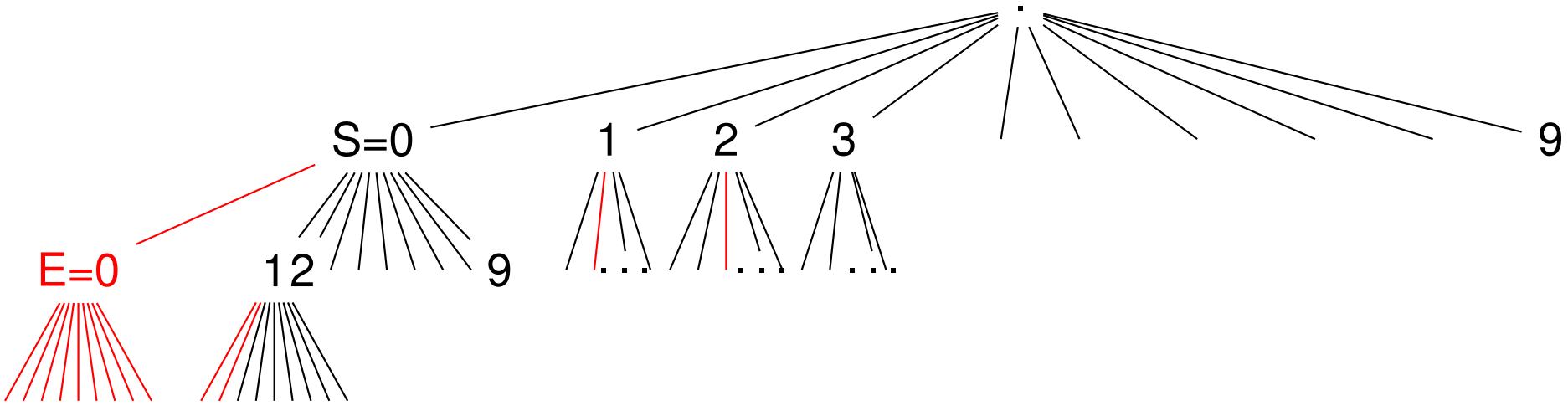
Keresési fa csökkentése (1)

- 10^8 eset ellenőrzése túl sokáig tart
- Ötlet: korábban, már generálás közben is szűrhetjük az egyezéseket

sendmory.erl – folytatás

```
% @spec smm1() -> [octet()].
smm1() ->
    Ds = lists:seq(0, 9),
    [{S,E,N,D,M,O,R,Y} ||
        S <- Ds,
        E <- Ds, E =/= S,
        N <- Ds, not lists:member(N, [S,E]),
        D <- Ds, not lists:member(D, [S,E,N]),
        M <- Ds, not lists:member(M, [S,E,N,D]),
        O <- Ds, not lists:member(O, [S,E,N,D,M]),
        R <- Ds, not lists:member(R, [S,E,N,D,M,O]),
        Y <- Ds, not lists:member(Y, [S,E,N,D,M,O,R]),
        S > 0, M > 0,
        check_sum({S,E,N,D,M,O,R,Y})].
```

Keresési fa csökkentése (2)



- A keresési fában azon részfákat, amelyekben egyezés van (pirosak), már generálás közben elhagyhatjuk
- Ez már nem kimerítő keresés (nem járjuk be az összes jelöltet)
- A javulást annak köszönhetjük, hogy jelöltek tesztelését előrébb hoztuk
- Vegyük észre, hogy a keresési tér csökkentésével is ide juthatunk: új keresési tér $\subseteq$ {10 elem 8-adosztályú ismétlés nélküli variációi}
- Mérete $10!/(10-8)! = 1\,814\,400 \ll 100\,000\,000$

Variációk felsorolása listanézettel

```
1> Domain = [a,b,c,d].          % A halmaz.
[a,b,c,d]
2> IVar = [ {X,Y,Z} ||          % Ismétléses variációk.
              X <- Domain,
              Y <- Domain,
              Z <- Domain ].
[{a,a,a}, {a,a,b}, {a,a,c}, {a,a,d}, {a,b,a}, {a,b,b}, {...}|...]
3> length(IVar).
64                              % 4*4*4 = 64.
4> INVar = [ {X,Y,Z} ||         % Ismétlés nélküli variációk.
               X <- Domain,
               Y <- Domain -- [X],
               Z <- Domain -- [X,Y] ].
[{a,b,c}, {a,b,d}, {a,c,b}, {a,c,d}, {a,d,b}, {a,d,c},
 {b,a,c},
 {...}|...]
5> length(INVar).
24                              % 4!/1! = 24.
```

Keresési tér csökkentése

- Újból kimerítő keresés, de kisebb a keresési tér

sendmory.erl – folytatás

```
% @spec smm2() -> [octet()].
% Minden ellenőrzés a generálás után történik.
smm2() ->
    Ds = lists:seq(0, 9),
    [{S,E,N,D,M,O,R,Y} ||
        S <- Ds -- [],
        E <- Ds -- [S],
        N <- Ds -- [S,E],
        D <- Ds -- [S,E,N],
        M <- Ds -- [S,E,N,D],
        O <- Ds -- [S,E,N,D,M],
        R <- Ds -- [S,E,N,D,M,O],
        Y <- Ds -- [S,E,N,D,M,O,R],
        S > 0, M > 0,
        check_sum({S,E,N,D,M,O,R,Y})].
```

Kimerítő keresés újból: keresési tér explicit felsorolása

- Vajon érdemes-e a jelöltek generálását elválasztani a teszteléstől? Nem!

sendmory.erl – folytatás

```
% @spec invars() -> [octet()].
% Számjegyek ismétlés nélküli 8-adosztályú variációi
invars() -> Ds = lists:seq(0,9),
            [{S,E,N,D,M,O,R,Y} ||
                S <- Ds -- [],
                E <- Ds -- [S],
                N <- Ds -- [S,E],
                D <- Ds -- [S,E,N],
                M <- Ds -- [S,E,N,D],
                O <- Ds -- [S,E,N,D,M],
                R <- Ds -- [S,E,N,D,M,O],
                Y <- Ds -- [S,E,N,D,M,O,R] ].

% @spec smm3() -> [octet()].
smm3() -> [Sol || {S,_E,_N,_D,M,_O,_R,_Y} = Sol <- invars(),
                  S > 0, M > 0, check_sum(Sol)].
```

Kimerítő keresés újból: keresési tér explicit felsorolása (2)

- Tovább csökkenthető a keresési tér, ha előrébb mozgatunk feltételeket

sendmory.erl – folytatás

```
% @spec smm4() -> [octet()].
% További ellenőrzések generálás közben.
smm4() ->
    Ds = lists:seq(0,9),
    [{S,E,N,D,M,O,R,Y} ||
        S <- Ds -- [0],                % 0 kizárva
        E <- Ds -- [S],
        N <- Ds -- [S,E],
        D <- Ds -- [S,E,N],
        M <- Ds -- [0,S,E,N,D],        % 0 kizárva
        O <- Ds -- [S,E,N,D,M],
        R <- Ds -- [S,E,N,D,M,O],
        Y <- Ds -- [S,E,N,D,M,O,R],
        check_sum({S,E,N,D,M,O,R,Y})].
```

Vágások a keresési fában generálás közben

- Ötlet: építsük hátulról a számokat, és ellenőrizzük a részösszegeket még generálás közben

sendmory.erl – folytatás

```
smm5() ->                                   %%      S E N D
    Ds = lists:seq(0, 9),                   %%    + M O R E
    [{S,E,N,D,M,O,R,Y} ||                   %%  = M O N E Y
        D <- Ds -- [],
        E <- Ds -- [D],
        Y <- Ds -- [D,E]
        (D+E) rem 10 =:= Y,
        N <- Ds -- [D,E,Y],
        R <- Ds -- [D,E,Y,N],
        (num([N,D])+num([R,E])) rem 100 =:= num([E,Y]),
        O <- Ds -- [D,E,Y,N,R],
        (num([E,N,D])+num([O,R,E])) rem 1000 =:= num([N,E,Y]),
        S <- Ds -- [D,E,Y,N,R,O,O],
        M <- Ds -- [D,E,Y,N,R,O,S,O],
        check_sum({S,E,N,D,M,O,R,Y})].
```

Vágások a keresési fában generálás közben (2)

- A vágások eredményeképpen nagyságrendileg gyorsabb megoldást kapunk
- A generálás minél korábbi fázisában vágunk, annál jobb: a keresési fában nem a legalsó szintről kell *visszalépni*, hogy új megoldást keressünk
- Előzőből ötlet: építsünk részmegoldásokat, és minden építő lépésnél ellenőrizzük, hogy lehet-e értelme a részmegoldást bővíteni megoldássá

`sendmory.erl` – folytatás

```
% @type partial_solution() = {[d()], [d()], [d()]}.

% @spec smm6() -> [octet()].
smm6() ->
    smm6({[],[],[]}, 5, lists:seq(0,9)).
```

- `{[],[],[]}` a kiindulási részmegoldásunk
- `5` méretű megoldásokat kell építeni
- `lists:seq(0,9)` a változók tartománya

Vágások a keresési fában generálás közben (3)

- Egy `PartialSolution = {SendLista, MoreLista, MoneyLista}` részmegoldás csak akkor bővíthető megoldássá, ha
  - A listák számjegyei jó pozícióban helyezkednek el: azonos betűk egyeznek, többi számjegy különbözik
  - A részletösszeg is helyes, csak az átvitelben térhet el

`sendmory.erl` – folytatás

```
% @spec check_equals(partial_solution()) -> bool().
check_equals(PartialSolution) ->
 case PartialSolution of
   {[D], [E], [Y]}                      -> all_different([D,E,Y]);
   {[N,D], [R,E], [E,Y]}                -> all_different([N,D,R,E,Y]);
   {[E,N,D], [O,R,E], [N,E,Y]}          -> all_different([O,N,D,R,E,Y]);
   {[S,E,N,D], [M,O,R,E], [O,N,E,Y]} -> all_different([S,M,O,N,D,R,E,Y]);
   {[O,S,E,N,D], [O,M,O,R,E], [M,O,N,E,Y]} ->
       all_different([S,M,O,N,D,R,E,Y]) andalso all_different([O,S,M]);
   _                                    -> false
 end.
```

Vágások a keresési fában generálás közben (4)

- Egy `PartialSolution = {Sendlista, Morelista, Moneylista}` részmegoldás csak akkor bővíthető megoldássá, ha
  - A listák számjegyei jó pozícióban helyezkednek el: azonos betűk egyeznek, többi számjegy különbözik
  - A részletösszeg is helyes, csak az átvitelben térhet el

`sendmory.erl` – folytatás

```
% @spec check_sum(partial_solution()) -> bool().
% Ellenőrzi, hogy aritmetikai szempontból helyes-e a részmegoldás.
% Az átvitellel (carry) nem foglalkozik, mert mindkettő helyes:
% {[1,2],[3,4],[4,6]} és {[9],[2],[1]},
% mert építhető belőlük teljes megoldás.
check_partialsum({Send, More, Money}) ->
    S = num(Send), M = num(More), My = num(Money),
    (S+M) rem round(math:pow(10,length(Send))) =:= My.
```

Vágások a keresési fában generálás közben (5)

sendmory.erl – folytatás

```
% @spec smm6(PS::partial_solution(), Num::integer(),
%            Domain::[integer()]) -> Sols::[octet()].
% Sols az összes megoldás, mely a PS részmegoldásból építhető,
% mérete (Send hossza) =< Num, a számjegyek tartománya Domain.
smm6({Send,_,_} = PS, Num, _Domain) when length(Send) =:= Num ->
  {[O,S,E,N,D], [O,M,O,R,E], [M,O,N,E,Y]} = PS,
  [{S,E,N,D,M,O,R,Y}];
smm6({Send,More,Money}, Num, Domain) when length(Send) < Num ->
  [Solution ||
     Dsend <- Domain,
     Dmore <- Domain,
     Dmoney <- Domain,
     PSol1 <- [ {[Dsend|Send],[Dmore|More],[Dmoney|Money]} ],
         % pl. így tudunk lekötni változót: PSol1 <- [ Érték ],
     check_equals(PSol1),
     check_partialsum(PSol1),
     Solution <- smm6(PSol1, Num, Domain) ].
```

Korlát-Kielégítési Probléma (Constraint Satisfaction Problem)

- Eddig előre „könnyen” átlátható keresési fát terveztünk meg, vágtunk meg és jártunk be; de a végső cél nem az átlátható keresési fa
- CSP-megközelítés:
  - amíg lehet, szűkítsük a választási lehetőségeket a *korlátok* alapján
  - ha már nem lehet, bontsuk esetekre a választási lehetőségeket

SMM mint CSP = (Változók, Tartományok, Korlátok)

- Változók: `S,E,N,D,M,O,R,Y`, segédváltozók: `0`, c_1, c_2, c_3, c_4
-

Tartományok:	0	c_1	c_2	c_3	c_4	s	e	n	d	m	o	r	y
Alsó határ:	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0
Felső határ:	0	1	1	1	1	9	9	9	9	9	9	9	9

- Korlátok:

```
  S E N D
+ M O R E
---------
M O N E Y
```

$$d + e + 0 = y + 10 \cdot c_1$$
$$n + r + c_1 = e + 10 \cdot c_2$$
$$e + o + c_2 = n + 10 \cdot c_3$$
$$s + m + c_3 = o + 10 \cdot c_4$$
$$0 + 0 + c_4 = m + 10 \cdot 0$$

CSP tevékenységek – szűkítés

- **Szűkítés egy korlát szerint**: egy korlát egy változójának d_i értéke *felesleges*, ha nincs a korlát többi változójának olyan értékrendszere, amely d_i-vel együtt kielégíti a korlátot
  Pl. az utolsó korlát: $0 + 0 + c_4 = m + 10 \cdot 0$, a változók tartománya:
  $0 \in [0]$, $c_4 \in [0,1]$, $m \in [1,2,3,4,5,6,7,8,9]$
  $m \in [2,3,4,5,6,7,8,9]$ értékek feleslegesek!
- Felesleges érték elhagyásával (szűkítéssel) ekvivalens CSP-t kapunk
- SMM kezdeti tartománya; és megszűkítve, tovább már nem szűkíthető:

```
c1: 01
c2: 01
c3: 01
c4: 01
s:  123456789
e: 0123456789
n: 0123456789
d: 0123456789
m:  123456789
o: 0123456789
r: 0123456789
y: 0123456789
```

szűkítés az összes lehetséges korláttal, ameddig sikerül:

```
c1: 01
c2: 01
c3: 01
c4:  1
s:         89
e: 0123456789
n: 0123456789
d: 0123456789
m:  1
o: 01
r: 0123456789
y: 0123456789
```

CSP tevékenységek – címkézés (labeling)

- Tovább már nem szűkíthető CSP esetén vizsgáljuk a többértelműséget:
- Többértelműség: van legalább két elemet tartalmazó tartomány, és egyik tartomány sem üres
- **Címkézés (elágazás)**:
  1. kiválasztunk egy többértelmű változót (pl. a legkisebb tartományút),
  2. a tartományt két vagy több részre osztjuk (választási pont),

```
c1: 01
c2: 01
c3: 01
c4:  1
s:          89
e: 0123456789
...
```

Két új CSP-t készítünk: `c1=0` és `c1>0` esetek:

```
c1: 0
c2: 01
c3: 01
c4:  1
s:          89
e: 0123456789
...
```

és

```
c1: 1
c2: 01
c3: 01
c4:  1
s:          89
e: 0123456789
...
```

  3. az egyes választásokat mind megoldjuk, mint új CSP-ket.

CSP tevékenységek – visszalépés

- Ha nincs többértelműség, és a tartományok nem szűkíthetőek tovább, két eset lehet:
  - Ha valamely változó tartománya üres, nincs megoldás ezen az ágon
  - Ha minden változó tartománya egy elemű, előállt egy megoldás

Az SMM CSP megoldás folyamata összefoglalva:

1. Felvesszük a változók és segédváltozók tartományait, ez az első *állapotunk* (az állapot egy CSP), ezt betesszük az *S* listába
2. Ha az *S* lista üres, megállunk, nincs több megoldás
3. Az *S* listából kiveszünk egy állapotot, és szűkítjük, ameddig csak lehet
4. Ha van üres tartományú változó, akkor az állapotból nem jutunk megoldáshoz, folytatjuk a 2. lépéssel
5. Ha nincs többértelmű változó az állapotban, az állapot egy megoldás, eltesszük, folytatjuk a 2. lépéssel
6. Valamelyik többértelmű változó tartományát részekre osztjuk, az így keletkező állapotokat visszatesszük a listába, folytatjuk a 2. lépéssel

SMM CSP megoldással – részlet

smm99.erl – SMM CSP megoldásának alapjai

```
% @type state()   = {varname(), domain()}.
% @type varname() = any().
% @type domain()  = [d()].

% @spec initial_state() -> St::state().
% St describes the variables of the SEND MORE MONEY problem.
initial_state() ->
    VarNames = [0,c1,c2,c3,c4,s,e,n,d,m,o,r,y],
    From     = [0, 0, 0, 0, 0,1,0,0,0,1,0,0,0],
    To       = [0, 1, 1, 1, 1,9,9,9,9,9,9,9,9],
    [ {V,lists:seq(F,T)} ||
        {V,{F,T}} <- lists:zip(VarNames, lists:zip(From, To))].

% @spec smm() -> [octet()].
smm() ->
    St = initial_state(),
    process(St, [], []).
```

SMM CSP megoldással – részlet (2)

smm99.erl – SMM CSP megoldásának fő függvénye

```
% process(St0::state(),Sts::[state()],Sols0::[octet()])->Sols::[octet()].
% Sols = Sols1++Sols0 s.t. Sols1 are the sols obtained from [St0|Sts].
process(...) -> ...;
process(St0, Sts, Sols0) ->
    St = narrow_domains(St0),
    DomSizes = [ length(Dom) || {_,Dom} <- St ],
    Max = lists:max(DomSizes),
    Min = lists:min(DomSizes),
    if Min =:= 0 ->            % there are empty domains
            process(final, Sts, Sols0);
       (St =/= St0) ->         % state changed
            process(St, Sts, Sols0);
       Max =:= 1 ->            % all domains singletons, solution found
            Sol = [Val || {_,[Val]} <- problem_vars(St)],
            process(final, Sts, [Sol|Sols0]);
       true ->
            {CSt1, CSt2} = make_choice(St),   % labeling
            process(CSt1, [CSt2|Sts], Sols0)
    end.
```

VI. rész

Haladó Prolog

- Az előző Prolog előadás-blokk (jegyzetbeli 3. fejezet) célja volt:
  - a Prolog nyelv alapjainak bemutatása,
  - a logikailag „tiszta” résznyelvre koncentrálva.
- A jelen előadás-blokk (jegyzetben a 4. fejezet) fő célja: olyan
  - beépített eljárások,
  - programozási technikák

  bemutatása, amelyekkel
  - hatékony Prolog programok készíthetők,
  - esetleg a tiszta logikán túlmutató eszközök alkalmazásával.

Haladó Prolog – tartalomjegyzék

- Meta-logikai eljárások
- Megoldásgyűjtő eljárások
- A keresési tér szűkítése
- Vezérlési eljárások
- A Prolog megvalósítási módszereiről
- Determinizmus és indexelés
- Jobbrekurzió, akkumulátorok
- Kényelmi eszközök: Definite Clause Grammars (DCG), ciklusok
- Imperatív programok átírása Prologba
- Modularitás
- Magasabbrendű eljárások
- Dinamikus adatbáziskezelés
- „Hagyományos” beépített eljárások
- Fejlettebb nyelvi és rendszerelemek

Tartalom

A meta-logikai, azaz a logikán túlmutató eljárások fajtái:

- A Prolog kifejezések pillanatnyi behelyettesítettségi állapotát vizsgáló eljárások (értelemszerűen logikailag nem tiszták):
  - kifejezések osztályozása (1)

```
| ?- var(X) /* X változó? */, X = 1. ⟹   X = 1
| ?- X = 1, var(X). ⟹   no
```

  - kifejezések rendezése (4)

```
| ?- X @< 3 /* X megelőzi 3-t? */, X = 4. ⟹   X = 4
   % a változók megelőzik a nem változó kifejezéseket
| ?- X = 4, X @< 3. ⟹   no
```

- Prolog kifejezéseket szétszedő vagy összerakó eljárások:
  - (struktúra) kifejezés $\Longleftrightarrow$ név és argumentumok (2)

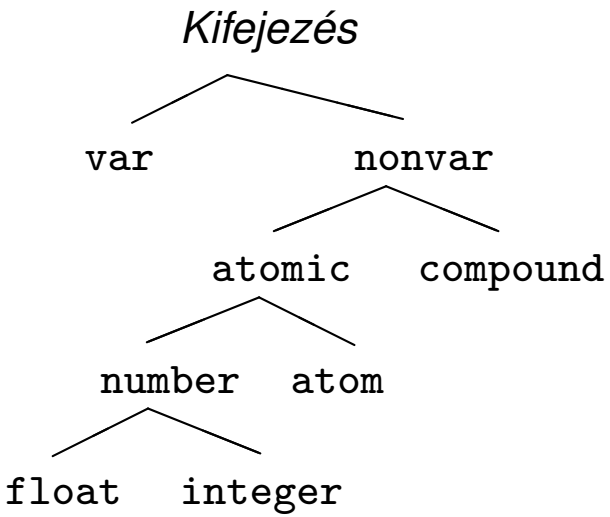
```
| ?- X = f(alma,körte), X =.. L ⟹   L = [f,alma,körte]
```

  - névkonstansok és számok $\Longleftrightarrow$ karaktereik (3)

```
| ?- atom_codes(A, [0'a,0'b,0'a]) ⟹   A = aba
```

Kifejezések osztályozása

- Kifejezésfajták – osztályozó beépített eljárások (ismétlés)



`var(X)`	`X` változó
`nonvar(X)`	`X` nem változó
`atomic(X)`	`X` konstans
`compound(X)`	`X` struktúra
`atom(X)`	`X` atom
`number(X)`	`X` szám
`integer(X)`	`X` egész szám
`float(X)`	`X` lebegőpontos szám

- SICStus-specifikus osztályozó eljárások:
  - `simple(X)`: `X` nem összetett (konstans vagy változó);
  - `callable(X)`: `X` atom vagy struktúra (nem szám és nem változó);
  - `ground(X)`: `X` tömör, azaz nem tartalmaz behelyettesítetlen változót.
- Az osztályozó eljárások használata – példák
  - `var`, `nonvar` – többirányú eljárásokban elágaztatásra
  - `number`, `atom`, `...` – nem-megkülönböztetett uniók feldolgozása (pl. szimbolikus deriválás)

Osztályozó eljárások: elágaztatás behelyettesítettség alapján

- Példa: a `length/2` beépített eljárás megvalósítása

```
% length(?L, ?N): Az L lista N hosszú.
length(L, N) :-    var(N), length(L, 0, N).
length(L, N) :- nonvar(N), dlength(L, 0, N).
```

```
% length(?L, +I0, -I):
%   Az L lista I-I0 hosszú.
length([], I, I).
length([_|L], I0, I) :-
        I1 is I0+1,
        length(L, I1, I).
```

```
% dlength(?L, +I0, +I):
%   Az L lista I-I0 hosszú.
dlength([], I, I).
dlength([_|L], I0, I) :-
        I0<I, I1 is I0+1,
        dlength(L, I1, I).
```

```
| ?- length([1,2], Len).   (length/3)   ⇒  Len = 2 ? ; no
| ?- length([1,2], 3).     (dlength/3)  ⇒  no
| ?- length(L, 3).         (dlength/3)  ⇒  L = [_A,_B,_C] ?;no
| ?- length(L, Len).       (length/3)   ⇒  L = [], Len = 0 ? ;
                    L = [_A], Len = 1 ? ; L = [_A,_B], Len = 2 ?
```

Struktúrák szétszedése és összerakása: az *univ* eljárás

- Az *univ* eljárás hívási mintái: `+Kif =..  ?Lista`
  `-Kif =..  +Lista`
- Az eljárás jelentése:
  - `Kif = `$Fun(A_1, \ldots, A_n)$ és `Lista = [`$Fun, A_1, \ldots, A_n$`]`, ahol Fun egy névkonstans és $A_1, \ldots, A_n$ tetszőleges kifejezések; vagy
  - `Kif = `C és `Lista = [`C`]`, ahol C egy konstans.
- Példák

```
| ?- el(a,b,10) =.. L.          ⟹   L = [el,a,b,10]
| ?- Kif =.. [el,a,b,10].       ⟹   Kif = el(a,b,10)
| ?- alma =.. L.                ⟹   L = [alma]
| ?- Kif =.. [1234].            ⟹   Kif = 1234
| ?- Kif =.. L.                 ⟹   hiba
| ?- f(a,g(10,20)) =.. L.       ⟹   L = [f,a,g(10,20)]
| ?- Kif =.. [/,X,2+X].         ⟹   Kif = X/(2+X)
| ?- [a,b,c] =.. L.             ⟹   L = ['.',a,[b,c]]
```

Struktúrák szétszedése és összerakása: a `functor` eljárás

- `functor/3`: kifejezés funktorának, adott funktorú kifejezésnek az előállítása
  - Hívási minták: `functor(-Kif, +Név, +Argszám)`
    `functor(+Kif, ?Név, ?Argszám)`
  - Jelentése: `Kif` egy `Név/Argszám` funktorú kifejezés.
    - A konstansok 0-argumentumú kifejezésnek számítanak.
    - Ha `Kif` kimenő, az adott funktorú legáltalánosabb kifejezéssel egyesíti (argumentumaiban csupa különböző változóval).
- Példák:

```
| ?- functor(el(a,b,1), F, N).    ⟹    F = el, N = 3
| ?- functor(E, el, 3).          ⟹    E = el(_A,_B,_C)
| ?- functor(alma, F, N).        ⟹    F = alma, N = 0
| ?- functor(Kif, 122, 0).       ⟹    Kif = 122
| ?- functor(Kif, el, N).        ⟹    hiba
| ?- functor(Kif, 122, 1).       ⟹    hiba
| ?- functor([1,2,3], F, N).     ⟹    F = '.', N = 2
| ?- functor(Kif, ., 2).         ⟹    Kif = [_A|_B]
```

Struktúrák szétszedése és összerakása: az `arg` eljárás

- `arg/3`: kifejezés adott sorszámú argumentuma.
  - Hívási minta: `arg(+Sorszám, +StrKif, ?Arg)`
  - Jelentése: A `StrKif` struktúra `Sorszám`-adik argumentuma `Arg`.
  - Végrehajtása: `Arg`-ot az adott sorszámú argumentummal **egyesíti**.
  - Az `arg/3` eljárás így nem csak egy argumentum elővételére, hanem a struktúra változó-argumentumának behelyettesítésére is használható (ld. a 2. példát alább).
- Példák:

```
| ?- arg(3, el(a, b, 23), Arg).      ⟹    Arg = 23
| ?- K=el(_,_,_), arg(1, K, a),
     arg(2, K, b), arg(3, K, 23).    ⟹    K = el(a,b,23)
| ?- arg(1, [1,2,3], A).             ⟹    A = 1
| ?- arg(2, [1,2,3], B).             ⟹    B = [2,3]
```

- Az *univ* visszavezethető a `functor` és `arg` eljárásokra (és viszont), például:

```
Kif =.. [F,A1,A2]    ⟺    functor(Kif, F, 2),
                          arg(1, Kif, A1), arg(2, Kif, A2)
```

Az *univ* alkalmazása: ismétlődő sémák összevonása

- A feladat: egy szimbolikus aritmetikai kifejezésben a kiértékelhető (infix) részkifejezések helyettesítése az értékükkel.
- 1. megoldás, *univ* nélkül:

```
% Az X szimbolikus kifejezés egyszerűsítése EX.
egysz0(X, X) :- atomic(X).
egysz0(U+V, EKif) :-
    egysz0(U, EU), egysz0(V, EV),
    kiszamol(EU+EV, EU, EV, EKif).
egysz0(U*V, EKif) :-
    egysz0(U, EU), egysz0(V, EV),
    kiszamol(EU*EV, EU, EV, EKif).
%...
% EU és EV részekből képzett EUV egyszerűsítése EKif.
kiszamol(EUV, EU, EV, EKif) :-
    (   number(EU), number(EV) -> EKif is EUV.
    ;   EKif = EUV
    ).
| ?- deriv((x+y)*(2+x), x, D), egysz0(D, ED).
     ⟹   D = (1+0)*(2+x)+(x+y)*(0+1), ED = 1*(2+x)+(x+y)*1 ? ; no
```

Az *univ* alkalmazása: ismétlődő sémák összevonása (folyt.)

- Kifejezés-egyszerűsítés, 2. megoldás, *univ* segítségével

```
egysz(X, EX) :-
    atomic(X), EX = X.
egysz(Kif, EKif) :-
    Kif =.. [Muv,U,V],      % Kif = Muv(U,V)
    egysz(U, EU), egysz(V, EV),
    EUV =.. [Muv,EU,EV],    % EUV = Muv(EU,EV)
    kiszamol(EUV, EU, EV, EKif).
```

- Kifejezés-egyszerűsítés, általánosítás tetszőleges *tömör* kifejezésre:

```
egysz1(Kif, EKif) :-
    Kif =.. [M|ArgL], egysz1_lista(ArgL, EArgL), EKif0 =.. [M|EArgL],
    % catch(:Cél,?Kiv,:KCél): ha Cél kivételt dob, KCél-t futtatja:
    catch(EKif is EKif0, _, EKif = EKif0).

% egysz1_lista(L, EL): EL = { EX | X ∈ L, egysz1(X, EX)}
egysz1_lista([], []).
egysz1_lista([K|Kk], [E|Ek]) :-
    egysz1(K, E), egysz1_lista(Kk, Ek).
```

```
| ?- egysz1(f(1+2+a, exp(3,2), a+1+2), E).  ⟹   E = f(3+a,9.0,a+1+2)
```

Általános kifejezés-bejárás *univ*-val: kiiratás

- A feladat: egy tetszőleges kifejezés kiiratása úgy, hogy
  - a kétargumentumú operátorok zárójelezett infix formában,
  - minden más alap-struktúra alakban jelenjék meg.

```
ki(Kif) :- compound(Kif), Kif =.. [Func, A1|ArgL],
    (   % kétargumentumú kifejezés, funktora infix operátor
        ArgL = [A2], current_op(_, Kind, Func), infix_fajta(Kind)
    ->  write('('), ki(A1),
        write(' '), write(Func), write(' '), ki(A2), write(')')
    ;   write(Func), write('('), ki(A1), listaki(ArgL), write(')')
    ).
ki(Kif) :- simple(Kif), write(Kif).

% infix_fajta(F): F egy infix operátorfajta.
infix_fajta(xfx). infix_fajta(xfy). infix_fajta(yfx).

% Az [A1,...,An] listát ",A1,...,An" alakban kiírja.
listaki([]).
listaki([A|AL]) :- write(','), ki(A), listaki(AL).
```

```
| ?- ki(f(+a, X*c*X, e)).
```
$\Longrightarrow$ `f(+(a),((_117 * c) * _117),e)`

`functor/3` és `arg/3` alkalmazása: részkifejezések keresése

- A feladat: egy tetszőleges kifejezéshez soroljuk fel a benne levő számokat, és minden szám esetén adjuk meg annak a *kiválasztóját*!
- Egy részkifejezés kiválasztója egy olyan lista, amely megadja, mely argumentumpozíciók mentén juthatunk el hozzá.
- Az $[i_1, i_2, \ldots, i_k]$ $k \geq 0$ lista egy `Kif`-ből az i_1-edik argumentum i_2-edik argumentumának, ... i_k-adik argumentumát választja ki.
  (Az `[]` kiválasztó `Kif`-ből `Kif`-et választja ki.)
- Pl. `a*b+f(1,2,3)/c`-ben `b` kiválasztója `[1,2]`, `3` kiválasztója `[2,1,3]`.

```
% kif_szám(?Kif, ?N, ?Kiv): Kif Kiv kiválasztójú része az N szám.
kif_szám(X, X, []) :-
        number(X).
kif_szám(X, N, [I|Kiv]) :-
        compound(X), % a var(X) eset kizárása miatt fontos!
        functor(X, _F, ArgNo), between(1, ArgNo, I), arg(I, X, X1),
        kif_szám(X1, N, Kiv).
```

```
| ?- kif_szám(f(1,[b,2]), N, K). ⟹   K = [1], N = 1 ? ;
                                     K = [2,2,1], N = 2 ? ; no
```

Atomok szétszedése és összerakása

- `atom_codes/2`: névkonstans és karakterkód-lista közötti átalakítás
  - Hívási minták: `atom_codes(+Atom, ?KódLista)`
    `atom_codes(-Atom, +KódLista)`
  - Jelentése: `Atom` karakterkódjainak a listája `KódLista`.
  - Végrehajtása:
    - Ha `Atom` adott (bemenő), és a $c_1 c_2 \ldots c_n$ karakterekből áll, akkor `KódLista`-t egyesíti a $[k_1, k_2, \ldots, k_n]$ listával, ahol k_i a c_i karakter kódja.
    - Ha `KódLista` egy adott karakterkód-lista, akkor ezekből a karakterekből összerak egy névkonstanst, és azt egyesíti `Atom`-mal.
- Példák:

```
| ?- atom_codes(ab, Cs).                 ⟹   Cs = [97,98]
| ?- atom_codes(ab, [0'a|L]).           ⟹   L = [98]
| ?- Cs="bc", atom_codes(Atom, Cs).     ⟹   Cs = [98,99], Atom = bc
| ?- atom_codes(Atom, [0'a|L]).         ⟹   hiba
```

Atomok szétszedése és összerakása – példák

- Keresés névkonstansokban

```
% Atom-ban a Rész nem üres részatom kétszer ismétlődik.
dadogó_rész(Atom, Rész) :-
    atom_codes(Atom, Cs),
    Ds = [_|_],
    append([_,Ds,Ds,_], Cs),
    atom_codes(Rész, Ds).
```

```
| ?- dadogó_rész(babaruhaha, R).    ⟹    R = ba ? ; R = ha ? ; no
```

- Atomok összefűzése

```
% atom_concat(+A, +B, ?C): A és B névkonstansok összefűzése C.
% (Szabványos beépített eljárás atom_concat(?A, ?B, +C) módban is.)
atom_concat(A, B, C) :-
    atom_codes(A, Ak), atom_codes(B, Bk),
    append(Ak, Bk, Ck),
    atom_codes(C, Ck).
```

```
| ?- atom_concat(abra, kadabra, A). ⟹   A = abrakadabra ?
```

Számok szétszedése és összerakása

- `number_codes/2`: szám és karakterkód-lista közötti átalakítás
  - Hívási minták: `number_codes(+Szám, ?KódLista)`
    `number_codes(-Szám, +KódLista)`
  - Jelentése: Igaz, ha `Szám` tizes számrendszerbeli alakja a `KódLista` karakterkód-listának felel meg.
  - Végrehajtása:
    - Ha `Szám` adott (bemenő), és a $c_1 c_2 \ldots c_n$ karakterekből áll, akkor `KódLista`-t egyesíti a $[k_1, k_2, \ldots, k_n]$ kifejezéssel, ahol k_i a c_i karakter kódja.
    - Ha `KódLista` egy adott karakterkód-lista, akkor ezekből a karakterekből összerak egy számot (ha nem lehet, hibát jelez), és azt egyesíti `Szám`-mal.
- Példák:

```
| ?- number_codes(12, Cs).                ⟹   Cs = [49,50]
| ?- number_codes(0123, [0'1|L]).         ⟹   L = [50,51]
| ?- number_codes(N, " - 12.0e1").        ⟹   N = -120.0
| ?- number_codes(N, "12e1").             ⟹   hiba (nincs .0)
| ?- number_codes(120.0, "12e1").         ⟹   no (mert a szám adott! :-)
```

Kifejezések rendezése: szabványos sorrend

- A Prolog szabvány definiálja két tetszőleges Prolog kifejezés sorrendjét.
- Jelölés: $X \prec Y$ – az X kifejezés megelőzi az Y kifejezést.
- A szabványos sorrend definíciója:
  1. X és Y azonos $\Leftrightarrow X \prec Y$ és $Y \prec X$ egyike sem igaz.
  2. Ha X és Y különböző osztályba tartozik, akkor az osztály dönt: *változó* $\prec$ *lebegőpontos szám* $\prec$ *egész szám* $\prec$ *név* $\prec$ *struktúra*.
  3. Ha X és Y változó, akkor sorrendjük rendszerfüggő.
  4. Ha X és Y lebegőpontos vagy egész szám, akkor $X \prec Y \Leftrightarrow X < Y$.
  5. Ha X és Y név, akkor a lexikografikus (abc) sorrend dönt.
  6. Ha X és Y struktúrák:
     1. Ha X és Y aritása ($\equiv$ argumentumszáma) különböző, akkor $X \prec Y \Leftrightarrow X$ aritása kisebb mint Y aritása.
     2. Egyébként, ha a struktúrák neve különböző, akkor $X \prec Y \Leftrightarrow X$ neve $\prec Y$ neve.
     3. Egyébként (azonos név, azonos aritás) balról az első nem azonos argumentum dönt.
- (A SICStus Prologban kiterjesztésként megengedett végtelen (ciklikus) kifejezésekre a fenti rendezés nem érvényes.)

Kifejezések összehasonlítása – beépített eljárások

- Két tetszőleges kifejezés összehasonlítását végző eljárások:

hívás	igaz, ha
`Kif1 == Kif2`	`Kif1` $\not\prec$ `Kif2` $\wedge$ `Kif2` $\not\prec$ `Kif1`
`Kif1 \== Kif2`	`Kif1` $\prec$ `Kif2` $\vee$ `Kif2` $\prec$ `Kif1`
`Kif1 @< Kif2`	`Kif1` $\prec$ `Kif2`
`Kif1 @=< Kif2`	`Kif2` $\not\prec$ `Kif1`
`Kif1 @> Kif2`	`Kif2` $\prec$ `Kif1`
`Kif1 @>= Kif2`	`Kif1` $\not\prec$ `Kif2`

- Az összehasonlítás mindig a belső ábrázolás (kanonikus alak) szerint történik:

  `| ?- [1, 2, 3, 4] @< struktúra(1, 2, 3).` $\Longrightarrow$ **sikerül (6.1 szabály)**

- Lista rendezése: `sort(+L, ?S)`
  - Jelentése: az `L` lista `@<` szerinti rendezése `S`, `==/2` szerint azonos elemek ismétlődését kiszűrve.

```
| ?- sort([a,c,a,b,b,c,c,e,b,d], S).
S = [a,b,c,d,e] ? ;
no
```

Összefoglalás: a Prolog egyenlőség-szerű beépített eljárásai

- `U = V`: `U` egyesítendő `V`-vel. Soha sem jelez hibát.

```
| ?- X = 1+2.      ⟹   X = 1+2
| ?- 3 = 1+2.      ⟹   no
```

- `U == V`: `U` azonos `V`-vel. Soha sem jelez hibát és soha sem helyettesít be.

```
| ?- X == 1+2.     ⟹   no
| ?- 3 == 1+2.     ⟹   no
| ?- +(1,2)==1+2   ⟹   yes
```

- `U =:= V`: Az `U` és `V` aritmetikai kifejezések értéke megegyezik. Hibát jelez, ha `U` vagy `V` nem (tömör) aritmetikai kifejezés.

```
| ?- X =:= 1+2.    ⟹   hiba
| ?- 1+2 =:= X.    ⟹   hiba
| ?- 2+1 =:= 1+2.  ⟹   yes
| ?- 2.0 =:= 1+1.  ⟹   yes
```

- `U is V`: `U` egyesítendő a `V` aritmetikai kifejezés értékével. Hiba, ha `V` nem (tömör) aritmetikai kifejezés.

```
| ?- 2.0 is 1+1.   ⟹   no
| ?- X is 1+2.     ⟹   X = 3
| ?- 1+2 is X.     ⟹   hiba
| ?- 3 is 1+2.     ⟹   yes
| ?- 1+2 is 1+2.   ⟹   no
```

- (`U =.. V`: `U` „szétszedettje” a `V` lista)

```
| ?- 1+2 =.. X.    ⟹   X = [+,1,2]
| ?- X =.. [f,1].  ⟹   X = f(1)
```

Összefoglalás: a Prolog nem-egyenlő jellegű beépített eljárásai

A nem-egyenlőség jellegű eljárások soha sem helyettesítenek be változót!

- U \= V: U nem egyesíthető V-vel.
  Soha sem jelez hibát.

```
| ?- X \= 1+2.        ⟹   no
| ?- +(1,2) \= 1+2.   ⟹   no
```

- U \== V: U nem azonos V-vel.
  Soha sem jelez hibát.

```
| ?- X \== 1+2.       ⟹   yes
| ?- 3 \== 1+2.       ⟹   yes
| ?- +(1,2)\==1+2     ⟹   no
```

- U =\= V: Az U és V aritmetikai kifejezések értéke különbözik.
  Hibát jelez, ha U vagy V nem (tömör) aritmetikai kifejezés.

```
| ?- X =\= 1+2.       ⟹   hiba
| ?- 1+2 =\= X.       ⟹   hiba
| ?- 2+1 =\= 1+2.     ⟹   no
| ?- 2.0 =\= 1+1.     ⟹   no
```

A Prolog (nem-)egyenlőség jellegű beépített eljárásai – példák

		Egyesítés		*Azonosság*		*Aritmetika*		
U	*V*	*U* = *V*	*U* \= *V*	*U* == *V*	*U* \== *V*	*U* =:= *V*	*U* =\= *V*	*U* is *V*
1	2	*no*	yes	*no*	yes	*no*	yes	*no*
a	b	*no*	yes	*no*	yes	error	error	error
1+2	+(1,2)	yes	*no*	yes	*no*	yes	*no*	*no*
1+2	2+1	*no*	yes	*no*	yes	yes	*no*	*no*
1+2	3	*no*	yes	*no*	yes	yes	*no*	*no*
3	1+2	*no*	yes	*no*	yes	yes	*no*	yes
X	1+2	X=1+2	*no*	*no*	yes	error	error	X=3
X	Y	X=Y	*no*	*no*	yes	error	error	error
X	X	yes	*no*	yes	*no*	error	error	error

Jelmagyarázat: yes – siker; *no* – meghiúsulás, error – hiba.

Tartalom

Keresési feladat Prologban – felsorolás vagy gyűjtés?

- Keresési feladat: adott feltételeknek megfelelő dolgok meghatározása.
- Prolog nyelven egy ilyen feladat alapvetően kétféle módon oldható meg:
  - gyűjtés – az összes megoldás összegyűjtése, pl. egy listába;
  - felsorolás – a megoldások visszalépéses felsorolása: egyszerre egy megoldást kapunk, de visszalépéssel sorra előáll minden megoldás.
- Egyszerű példa: egy lista páros elemeinek megkeresése:

% **Gyűjtés:**

```
% páros_elemei(L, Pk): Pk az L
% lista páros elemeinek listája.
páros_elemei([], []).
páros_elemei([X|L], Pk) :-
    X mod 2 =\= 0,
    páros_elemei(L, Pk).
páros_elemei([P|L], [P|Pk]) :-
    P mod 2 =:= 0,
    páros_elemei(L, Pk).
```

% **Felsorolás:**

```
% páros_eleme(L, P): P egy páros
% eleme az L listának.
páros_eleme([X|L], P) :-
    X mod 2 =:= 0, P = X.
páros_eleme([_X|L], P) :-
    % _X akár páros, akár páratlan
    % folytatjuk a felsorolást:
    páros_eleme(L, P).

% egyszerűbb megoldás:
páros_eleme2(L, P) :-
    member(P, L), P mod 2 =:= 0.
```

Gyűjtés és felsorolás kapcsolata

- Ha adott `páros_elemei`, hogyan definiálható `páros_eleme`?
  - A `member/2` könyvtári eljárás segítségével, pl.

```
páros_eleme(L, P) :-
    páros_elemei(L, Pk), member(P, Pk).
```

  - Természetesen ez így nem hatékony!
- Ha adott `páros_eleme`, hogyan definiálható `páros_elemei`?
  - Megoldásgyűjtő beépített eljárás segítségével, pl.

```
páros_elemei(L, Pk) :-
    findall(P, páros_eleme(L, P), Pk).
    % páros_eleme(L, P) összes P megoldásának listája Pk.
```

  - a `findall/3` beépített eljárás – és társai – az Erlang listanézetéhez hasonlóak, pl.:

```
% seq(+A, +B, ?L): L = [A,...,B], A és B egészek.
seq(A, B, L) :-
    B >= A-1,
    findall(X, between(A, B, X), L).
```

A `findall(?Gyűjtő, :Cél, ?Lista)` beépített eljárás

- Az eljárás végrehajtása (procedurális szemantikája):
  - a `Cél` kifejezést eljáráshívásként értelmezi, meghívja (A `:Cél` annotáció meta- (azaz eljárás) argumentumot jelez);
  - minden egyes megoldásához előállítja `Gyűjtő` egy *másolatát*, azaz a változókat, ha vannak, szisztematikusan újakkal helyettesíti;
  - Az összes `Gyűjtő` másolat listáját egyesíti `Lista`-val.
- Példák az eljárás használatára:

```
| ?- findall(X, (member(X, [1,7,8,3,2,4]), X>3), L).
                ⟹    L = [7,8,4] ? ; no
| ?- findall(Y, member(X-Y, [a-c,a-b,b-c,c-e,b-d]), L).
                ⟹   L = [c,b,c,e,d] ? ; no
```

- Az eljárás jelentése (deklaratív szemantikája):
  `Lista` $=$ { `Gyűjtő` másolat | ($\exists$ `X` ... `Z`)`Cél` igaz }
  ahol `X`, ..., `Z` a `findall` hívásban levő *szabad változók*.

  Szabad változó (definíció): olyan, a hívás pillanatában behelyettesítetlen változó, amely a `Cél`-ban előfordul de a `Gyűjtő`-ben nem.

A `bagof(?Gyűjtő, :Cél, ?Lista)` beépített eljárás

- Példa az eljárás használatára:

```
gráf([a-c,a-b,b-c,c-e,b-d]).

| ?- gráf(_G), findall(B, member(A-B, _G), VegP).      % ld. előző dia
                                ⟹   VegP = [c,b,c,e,d] ? ; no
| ?- gráf(_G), bagof(B, member(A-B, _G), VegPk).
                                ⟹   A = a, VegPk = [c,b] ? ;
                                ⟹   A = b, VegPk = [c,d] ? ;
                                ⟹   A = c, VegPk = [e] ? ; no
```

- Az eljárás végrehajtása (procedurális szemantikája):
  - a `Cél` kifejezést eljáráshívásként értelmezi, meghívja;
  - összegyűjti a megoldásait (a `Gyűjtő`-t és a szabad változók behelyettesítéseit);
  - a szabad változók összes behelyettesítését *felsorolja* és mindegyik esetén a `Lista`-ban megadja az összes hozzá tartozó `Gyűjtő` értéket.
- A `bagof` eljárás jelentése (deklaratív szemantikája):
  `Lista` $=$ { `Gyűjtő` | `Cél` igaz }, `Lista` $\neq$ `[]`.

A `bagof` megoldásgyűjtő eljárás (folyt.)

- Explicit egzisztenciális kvantorok
  - `bagof(Gyűjtő, V1 ^ ...^ Vn ^ Cél, Lista)` alakú hívása a `V1, ..., Vn` változókat egzisztenciálisan kvantáltnak tekinti, így ezeket nem sorolja fel.
  - jelentése: $\texttt{Lista} = \{\ \texttt{Gyűjtő} \mid (\exists\ \texttt{V1}, \ldots, \texttt{Vn})\texttt{Cél}\ \text{igaz}\ \} \neq \texttt{[]}$.

```
| ?- gráf(_G), bagof(B, A^member(A-B, _G), VegP).
                                  ⟹   VegP = [c,b,c,e,d] ? ; no
```

- Egymásba ágyazott gyűjtések
  - szabad változók esetén a `bagof` nemdeterminisztikus lehet, így érdemes lehet skatulyázni:

```
% A G irányított gráf fokszámlistája FL:
% FL = { A-N | N = |{ V | A-V ∈ G }|, N > 0 }
fokszámai(G, FL) :-
    bagof(A-N, Vk^(bagof(V, member(A-V, G), Vk),
                   length(Vk, N)                ), FL).

| ?- gráf(_G), fokszámai(_G, FL).
                 ⟹   FL = [a-2,b-2,c-1] ? ; no
```

A bagof megoldásgyűjtő eljárás (folyt.)

- Fokszámlista kicsit hatékonyabb előállítása
  - Az előző példában a meta-argumentumban célsorozat szerepelt, ez mindenképpen interpretáltan fut – nevezzük el segédeljárásként
  - A segédeljárás bevezetésével a kvantor is szükségtelenné válik:

```
% pont_foka(?A, +G, ?N): Az A pont foka a G irányított gráfban N, N>0.
pont_foka(A, G, N) :-
        bagof(V, member(A-V, G), Vk), length(Vk, N).

% A G irányított gráf fokszámlistája FL:
fokszámai(G, FL) :-    bagof(A-N, pont_foka(A, G, N), FL).
```

- Példák a bagof/3 és findall/3 közötti kisebb különbségekre:

```
| ?- findall(X, (between(1, 5, X), X<0), L). ⟹   L = [] ? ; no
| ?-   bagof(X, (between(1, 5, X), X<0), L). ⟹   no
| ?- findall(S, member(S, [f(X,X),g(X,Y)]), L).
                                ⟹   L = [f(_A,_A),g(_B,_C)] ? ; no
| ?-   bagof(S, member(S, [f(X,X),g(X,Y)]), L).
                                ⟹   L = [f(X,X),g(X,Y)] ? ; no
```

- A bagof/3 logikailag tisztább mint a findall/3, de időigényesebb!

A `setof(?Gyűjtő, :Cél, ?Lista)` beépített eljárás

- az eljárás végrehajtása:
  - ugyanaz mint: `bagof(Gyűjtő, Cél, L0), sort(L0, Lista),`
  - itt `sort/2` egy univerzális rendező eljárás, amely az `L0` listát `@<` szerint rendezi, az ismétlődések kiszűrésével, és az eredményt `Lista`-ban adja vissza.
- Példa a `setof/3` eljárás használatára:

```
gráf([a-c,a-b,b-c,c-e,b-d]).

% Gráf egy pontja P.
pontja(P, Gráf) :- member(A-B, Gráf), ( P = A ; P = B).

% A G gráf pontjainak listája Pk.
gráf_pontjai(G, Pk) :- setof(P, pontja(P, G), Pk).

| ?- gráf(_G), gráf_pontjai(_G, Pk).
⟹   Pk = [a,b,c,d,e] ? ; no
| ?- gráf(_G), bagof(P, pontja(P, _G), Pk).
⟹   Pk = [a,c,a,b,b,c,c,e,b,d] ? ; no
```

Tartalom

Prolog nyelvi eszközök a keresési tér szűkítésére

- Eszközök
  - Az első Prolog rendszerektől kezdve: vágó, szabványos jelölése `!`
  - Későbbi kiterjesztés: az `( if -> then ; else )` feltételes szerk.
- Feltételes szerkezet – procedurális szemantika (ismétlés)
  A `(felt->akkor;egyébként),folyt` célsorozat végrehajtása:
  - Végrehajtjuk a `felt` hívást (egy önálló végrehajtási környezetben).
  - Ha `felt` sikeres $\Longrightarrow$ „`akkor,folyt`” célsorozattal folytatjuk, a `felt` első megoldása által eredményezett behelyettesítésekkel. A `felt` cél többi megoldását nem keressük meg!
  - Ha `felt` meghiúsul $\Longrightarrow$ „`egyébként,folyt`” célsorozattal folytatjuk.
- Feltételes szerkezet – alternatív procedurális szemantika:
  - A feltételes szerkezetet egy speciális diszjunkciónak tekintjük:

```
(   felt, {vágás}, akkor
;   egyébként
)
```

  - A **{vágás}** jelentése: megszünteti a `felt`-beli választási pontokat, és `egyébként` választását is letiltja.

Feltételes szerkezet: választási pontok a feltételben

- Eddig főleg determinisztikus (választásmentes) feltételeket mutattunk.
- Példafeladat: `első_poz_elem(L, P)`: `P` az `L` lista első pozitív eleme.
  - Első megoldás, rekurzióval (mérnöki)

```
első_poz_elem([X|_],  X) :- X > 0.
első_poz_elem([X|L], EP) :- X =< 0, első_poz_elem(L, EP).
```

  - Második megoldás, visszalépéses kereséssel (matematikusi)

```
első_poz_elem(L, EP) :-
        append(NemPozL, [EP|_], L), EP > 0,
        \+ van_poz_eleme(NemPozL).

van_poz_eleme(L)  :- member(P, L), P > 0.
```

  - Harmadik megoldás, feltételes szerkezettel (Prolog hekker)

```
első_poz_elem(L, EP) :-
        (   member(X, L), X > 0 -> EP = X % (1)
        ;   fail                          % ez a sor elhagyható
        ).
```

- Figyelem: a harmadik megoldás épít a `member/2` felsorolási sorrendjére!
- Az `(1)` sorban az `EP = X` egyenlőség kiküszöbölése esetén `első_poz_elem(+,+)` módban hibásan működhet!

A vágó eljárás

- A vágó beépített eljárás (`!`) végrehajtása:
  1. letiltja az adott predikátum további klózainak választását,

     ```
     első_poz_elem([X|_], X) :- X > 0, !.
     első_poz_elem([X|L], EP) :- X =< 0, első_poz_elem(L, EP).
     ```

  2. megszünteti a választási pontokat az előtte levő eljáráshívásokban.

     ```
     első_poz_elem(L, EP) :-  member(EP, L), EP > 0, !.
     ```

- Miért vágunk le ágakat a keresési térben?
  - Mi tudjuk, hogy nincs megoldás, de a Prolog nem – zöld vágó
    - (Például, a legtöbb Prolog megvalósítás „nem tudja”, hogy a $X > 0$ és $X \leq 0$ feltételek kizárják egymást.)
  - Eldobunk megoldásokat – vörös vágó, ez a program jelentését megváltoztatja
    - (Vörös vágó lesz a zöldből ha a „felesleges” feltételeket elhagyjuk (pl. az `X =< 0` feltételt a fenti 2. klózban)

Példák a vágó eljárás használatára

```
% fakt(+N, ?F): N! = F.
fakt(0, 1) :- !.
fakt(N, F) :- N > 0, N1 is N-1, fakt(N1, F1), F is N*F1.
```

zöld

```
% last(+L, ?E): L utolsó eleme E.
last([E], E) :- !.
last([_|L], Last) :- last(L, Last).
```

zöld

```
% pozitívak(+L, -P): P az L pozitív elemeiből áll.
pozitívak([], []).
pozitívak([E|Ek], [E|Pk]) :-
       E > 0, !,
.      pozitívak(Ek, Pk).
pozitívak([_E|Ek], Pk) :-
       /* \+ _E > 0, */ pozitívak(Ek, Pk).
```

vörös

Ha nincs kikommentezve akkor zöld

Figyelem: a fenti példák nem tökéletesek, hatékonyabb ill. általánosabban használható változatukat később ismertetjük!

A vágó definíciója

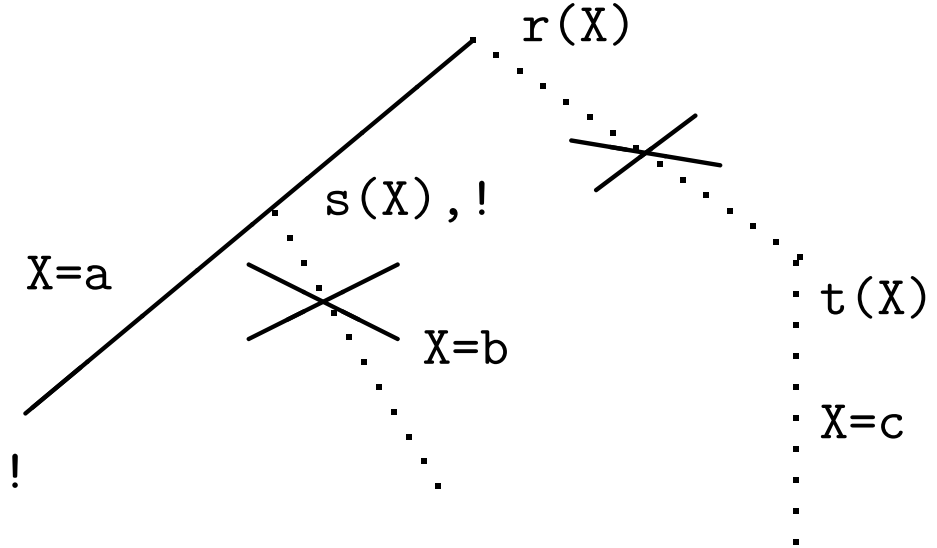
- Segédfogalom: egy cél **szülőjének** az őt tartalmazó klóz fejével illesztett hívást nevezzük
  - A 4-kapus modellben a szülő a körülvevő dobozhoz rendelt cél.
  - Pl. `last([E], E) :- !.` – a vágó szülője lehet a `last([7], X)` hívás.
  - A `g` nyomkövető parancs a cél őseit (a szülőt, a szülő szülőjét stb) listázza ki.
- A vágó végrehajtása:
  - mindig sikerül; de mellékhatásként a végrehajtás adott állapotától visszafelé egészen a szülő célig – azt is beleértve – megszünteti a választási pontokat.
- A vágás kétféle választási pontot szüntet meg:

```
r(X):- s(X), !.    % az s(X)-beli választási pontokat – a vágót megelőző
                   % cél(ok)nak az első megoldására való megszorítás
r(X):- t(X).       % az r(X) további klózainak választását – a vágót tartalmazó
                   % klóz mellett való elköteleződés (commit)
```

- A vágó szemléltetése a 4-kapus doboz modellben: a vágó `Redo` kapujából a körülvevő (szülő) doboz `Fail` kapujára megyünk.

A vágó által megszüntetett választási pontok

```
% vágó nélküli példa
q(X):- s(X).
q(X):- t(X).

% ugyanaz a példa vágóval
r(X):- s(X), !.
r(X):- t(X).

s(a).      s(b).      t(c).

% a vágó nélküli példa futása
:- q(X), write(X), fail.
                  -->        abc
% a vágót tartalmazó példa futása
:- r(X), write(X), fail.
                  -->        a
```



A diszjunktív feltételes szerkezet visszavezetése vágóra

- A diszjunktív feltételes szerkezet, a diszjunkcióhoz hasonlóan egy segédeljárással váltható ki:

```
p :-                                  p :-
    aaa,                                  aaa, segéd(...), zzz.

    (   felt1 -> akkor1               segéd(...) :- felt1, !, akkor1.
    ;   felt2 -> akkor2     ⟹        segéd(...) :- felt2, !, akkor2.
    ;   ...                           ...
    ;   egyébként                     segéd(...) :- egyébként.
    ),
    zzz.
```

- Az `egyébként` ág elmaradhat, ilyenkor a megfelelő klóz is elmarad.
- A `felt` részekben értelmetlen vágót használni
- Az `akkor` részekben lehet vágó. Ennek hatásköre, a -> nyílból generált vágóval ellentétben, a teljes `p` predikátum (ilyenkor a Prolog megvalósítás egy speciális, ún. távolbaható vágót használ).
- Vágót rendkívül ritkán szükséges feltételes szerkezetben szerepeltetni.

A vágás első alapesete – klóz mellett való elkötelezés

- A klóz melletti elkötelezés egy egyszerű feltételes szerkezetet jelent.

```
szülő :- feltétel, !, akkor.
szülő :- egyébként.
```

- A vágó szükségtelenné teszi a `feltétel` negációjának végrehajtását a többi klózban. A logikailag tiszta, de nem hatékony alak:

```
szülő :- feltétel, akkor.
szülő :- \+ feltétel, egyébként.
```

  De: a fenti két alak csak akkor ekvivalens, ha `feltétel` egyszerű, nincs benne választás.

- Analógia: ha `a`, `b` és `c` Boole-értékű változók, akkor
  `if a then b else c` $\equiv$ a $\wedge$ b $\vee\neg$ a $\wedge$ c
- A vágó által kiváltott negált feltételt célszerű kommentként jelezni:

```
szülő :- feltétel, !, akkor.
szülő :- /* \+ feltétel, */ egyébként.
```

Feltételes szerkezetek és fejillesztés

- Vigyázat: a tényleges feltétel részét képezik a fejbeli egyesítések!

```
% abs(X, A): A = |X| (A az X abszolút értéke).
abs(X, X) :- X >= 0, !.                abs(X, A) :- A = X, X >= 0, !.
abs(X, A) :- A is -X.                  abs(X, A) :- A is -X.
% a vágó előtt van fej-egyesítés       % az egyesítés explicitté téve
```

- A fej-egyesítés gondot okozhat, ha az eljárást ellenőrzésre használjuk:

```
| ?- abs(10, -10).  -->  yes
```

- A megoldás a **vágás alapszabálya**:
  - A kimenő paraméterek értékadását mindig a vágó után végezzük!

```
abs(X, A) :- X >= 0, !, A = X.
abs(X, A) :- A is -X.
```

  - Ez nemcsak általánosabban használható, hanem hatékonyabb kódot is ad: csak akkor helyettesíti be a kimenő paramétert, ha már tudja, mi az értéke (nincs „előre-behelyettesítés”, mint a fenti példákban).
  - (**„kimenő” paraméterek** – vágó alkalmazásakor általában nincs többirányú használat :-)

A bevezető példáknak a vágás alapszabályát betartó változata

```
% fakt(+N, ?F): N! = F.
fakt(0, F) :- !, F = 1.
fakt(N, F) :- N > 0, N1 is N-1, fakt(N1, F1), F is N*F1.

% last(+L, ?E): az L nem üres lista utolsó eleme E.
last([E], Last)    :- !, Last = E.
last([_|L], Last)  :- last(L, Last).

% pozitívak(+L, ?Pk): Pk az L pozitív elemeiből áll.
pozitívak([], []).
pozitívak([E|Ek], Pk) :-
        E > 0, !, Pk = [E|Pk0], pozitívak(Ek, Pk0).
pozitívak([_E|Ek], Pk) :-
        /* \+ _E > 0, */ pozitívak(Ek, Pk).
```

Megjegyzés: a diszjunktív alakban a feltételek eleve explicitek, nincs fejlesztési probléma, ezért **a diszjunktív feltételes szerkezet használatát javasoljuk a vágó helyett**.

Példa: `max(X, Y, Z)`: `X` és `Y` maximuma `Z` (kiegészítő anyag)

- 1. változat, tiszta Prolog. Lassú (előre-behelyettesítés, két hasonlítás), választási pontot hagy.

```
max(X, Y, X) :- X >= Y.
max(X, Y, Y) :- Y > X.
```

- 2. változat, zöld vágóval. Lassú (előre-behelyettesítés, két hasonlítás), nem hagy választási pontot.

```
max(X, Y, X) :- X >= Y, !.
max(X, Y, Y) :- Y > X.
```

- 3. változat, vörös vágóval. Gyorsabb (előre-behelyettesítés, egy hasonlítás), nem hagy választási pontot, de nem használható ellenőrzésre, pl. `| ?- max(10, 1, 1)` sikerül.

```
max(X, Y, X) :- X >= Y, !.
max(X, Y, Y).
```

- 4. változat, vörös vágóval. Helyes, nagyon gyors (egy hasonlítás, nincs előre-behelyettesítés) és nem is hoz létre választási pontot.

```
max(X, Y, Z) :- X >= Y, !, Z = X.
max(X, Y, Y) /* :- Y > X */.
```

A vágás második alapesete – első megoldásra való megszorítás

- Mikor használjuk az első megoldásra megszorító vágót?
  - behelyettesítést nem okozó, eldöntendő kérdés esetén;
  - feladatspecifikus optimalizálásra (hekkelésre :-);
  - végtelen választási pontot létrehozó eljárások megszelidítésére.
- Eldöntendő kérdés: eljáráshívás csupa bemenő paraméterrel

```
% egy_komponensbeli(+A, +B, +Gráf):
% Az A és B pontok a G gráfnak ugyanabban a komponensében vannak.
egy_komponensbeli(A, B, Graf) :-
        utvonal(A, B, Graf), !.
```

- Eldöntendő kérdés esetén általában nincs értelme többszörös választ adni/várni.

Feladatspecifikus optimalizálás (Kiegészítő anyag)

- Az alábbi példa ugyanazt a módszert használja. mint az `első_poz_elem/2`, csak sokkal bonyolultabb feladatra.
- A feladat: megállapítandó egy lista első fennsíkjának a hossza. (*Fennsíknak* nevezzük egy számlista olyan folytonos, nem üres részlistáját, amelyik pozitív számokból áll és semelyik irányban sem terjeszthető ki.)

```
% Az L lista első fennsíkjának a hossza H.
efhossz(L, H) :-
        append(_NemFennsik, FennsikMaradek, L),
        FennsikMaradek = [X|_], X > 0, !,
        append(Fennsik, Maradek, FennsikMaradek),
        (   Maradek = []
        ;   Maradek = [Y|_], Y =< 0
        ), !,
        length(Fennsik, H).
```

- a fenti diszjunkció kiváltható egy negációval:

```
\+␣( Maradek = [Y|_], Y > 0 )
```

Végtelen választás megszelidítése: memberchk

- A memberchk/2 beépített eljárás Prolog definíciója:

```
% memberchk(X, L): "X eleme az L listának" kérdés első megoldása.

% 1. változat                    % 2. ekvivalens változat
memberchk(X, L):-                memberchk(X, [X|_]) :- !.
        member(X, L), !.         memberchk(X, [_|L]) :-
                                         memberchk(X, L).
```

- memberchk/2 használata
  - Eldöntő kérdésben (visszalépéskor nem keresi végig a lista maradékát.)

```
| ?- memberchk(1, [1,2,3,4,5,6,7,8,9]).
```

  - Nyílt végű lista elemévé tesz, pl.:

```
| ?- memberchk(1,L), memberchk(2,L), memberchk(1,L).
        L = [1,2|_A] ?
```

Nyílt végű listák kezelése memberchk segítségével: szótárprogram

```
szótaraz(Sz):-
        read(M-A), !,
        % A read(X) beépített eljárás egy kifejezést
        % olvas be és egyesíti X-szel
        memberchk(M-A,Sz),
        write(M-A), nl,
        szótaraz(Sz).
szótaraz(_).
```

Egy futása:

```
| ?- szótaraz(Sz).
|: alma-apple.
alma-apple
|: korte-pear.
korte-pear
```

```
|: alma-X.
alma-apple
|: X-pear.
korte-pear
|: vege.    % nem egyesíthető M-A-val

Sz = [alma-apple,korte-pear|_A] ?
```

Tartalom

Vezérlési eljárások, a `call/1` beépített eljárás

- Vezérlési eljárás: A Prolog végrehajtáshoz kapcsolódó beépített eljárás.
- A vezérlési eljárások többsége **magasabbrendű** eljárás, azaz olyan eljárás, amely egy vagy több argumentumát eljáráshívásként értelmezi. (A magasabbrendű Prolog eljárásokat szokás **meta-eljárásnak** is hívni.)
- A meta-eljárások fő képviselője a `call(+Cél)`:
  - `Cél` egy struktúra vagy névkonstans (vö. `callable/1`).
  - Jelentése (deklaratív szemantika): `Cél` igaz.
  - Hatása (procedurális szemantika): a `Cél` kifejezést hívássá alakítja és végrehajtja.
- A klóztörzsben célként megengedett egy `X` változó használata, ezt a rendszer egy `call(`*`Modulnév`*`:X)` hívássá alakítja át.

```
| kétszer(X) :- call(X), X.

| ?- kétszer(write(ba)), nl.   ⟹   baba
| ?- listing(kétszer).        ⟹   kétszer(X) :-
                                      call(user:X), call(user:X).
```

Vezérlési szerkezetek mint eljárások

- A `call/1` argumentumában szerepelhetnek vezérlési szerkezetek is, mert ezek beépített eljárásként is jelen vannak a Prolog rendszerben:
  - `(',')/2`: konjunkció.
  - `(;)/2`: diszjunkció.
  - `(->)/2`: if-then; `(;)/2`: if-then-else.
  - `(\+)/2`: meghiúsulásos negáció.
- A `call`-ban szereplő vezérlési szerkezetek ugyanúgy futnak, mint az interpretált (azaz `consult`-tal betöltött) kód.
- A `Cél`-beli vágó csak a `call` belsejében vág (szülője a `call(Cél)` hívás).
- `\+ Cél`: `Cél` „nem bizonyítható”. A beépített eljárás definíciója vágóval:

```
\+ X :- call(X), !, fail.
\+ _X.
```

- Példák:

```
| ?- _Cél = (kétszer(write(ba)), write(' ')), kétszer(_Cél), nl.
baba baba
| ?- kétszer((member(X, [a,b,c,d]), write(X), fail ; nl)).
abcd
abcd
```

call/1 példa: futási időt mérő meta-eljárás

```
% Kiírja Goal első megoldásának előállításához vagy a meghiúsuláshoz
% szükséges időt, a Txt szöveg kiséretében.
time(Txt, Goal) :-
        statistics(runtime, [T0,_]),  % T0 az indítás óta eltelt CPU idő,
                                      % msec-ban (szemétgyűjtés nélkül).
        (   call(Goal) -> Res = true
        ;   Res = false
        ),
        statistics(runtime, [T1,_]), T is T1-T0,
        format('~w futási idő = ~3d sec\n', [Txt,T]),
                % ~w formázó: kiírás a write/1 segítségével
                % ~3d formázó: I egész kiírása I/1000-ként, 3 tizedesre
        Res = true.                   % meghiúsul, ha Goal meghiúsult
```

A call/1 költséges: egy 4472 hosszú lista megfordítása nrev-vel (kb. 10 millió append hívás), minden append körül egy felesleges call-lal ill. anélkül:

	call nélkül	call-lal	Lassulás
lefordítva	0.47 sec	2.46 sec	5.23
interpretálva	6.97 sec	8.66 sec	1.24

További beépített vezérlési eljárások

- `once(Cél)`: `Cél` igaz, és csak az első megoldását kérjük. Definíciója:

  ```
  once(X) :- call(X), !.
  ```

  vagy, feltételes szerkezettel

  ```
  once(X) :- (   call(X) -> true   ).
  ```

- `true`: azonosan igaz, `fail`: azonosan hamis (mindig meghiúsul).
- `repeat`: végtelen sokszor igaz (végtelen választási pont). Definíciója:

  ```
  repeat.
  repeat :- repeat.
  ```

- A `repeat` eljárást egy mellékhatásos eljárás ismétlésére használhatjuk.
- Példa (egyszerű kalkulátor):

  ```
  bc :-  repeat, read(Expr),
             (   Expr = end_of_file -> true
             ;   Res is Expr, write(Expr = Res), nl, fail
             ),
         !.
  ```

- A végtelen választási pontot kötelező egy vágóval semlegesíteni!

Példa: magasabbrendű reláció definiálása – Kiegészítő anyag

- Az implikáció (P ⇒ Q) megvalósítása negáció segítségével:

```
% P minden megoldása esetén Q igaz.
forall(P, Q) :-
     \+ (P, \+Q). % Szintaktikus emlékeztető:
                  % az első \+ után kötelező a szóköz!

| ?- _L = [1,2,3],
     % _L minden eleme pozitív:
     forall(member(X, _L), X > 0).
true ?
| ?- _L = [1,-2,3], forall(member(X, _L), X > 0).
no
| ?- _L = [1,2,3],
     % _L szigorúan monoton növő:
     forall(append(_,[A,B|_], _L), A < B).
true ?
```

- `forall/2` csak eldöntendő kérdés esetén használható.

Tartalom

Determinizmus

- Egy hívás determinisztikus, ha (legfeljebb) egyféleképpen sikerülhet.
- Egy eljáráshívás egy sikeres végrehajtása determinisztikusan futott le, ha nem hagyott választási pontot a híváshoz tartozó részfában:
  - vagy választásmentesen futott le, azaz létre sem hozott választási pontot (figyelem: ez a Prolog megvalósítástól függ!);
  - vagy létrehozott ugyan választási pontot, de megszüntette (kimerítette, levágta).
- A SICStus Prolog nyomkövetésében ? jelzi a nemdeterminisztikus lefutást:

```
p(1, a).
p(2, b).
p(3, b).
```

```
| ?- p(1, X).                          %  det. hívás,
                 1 1 Exit: p(1,a)      %    det. lefutás
| ?- p(Y, a).                          %  det. hívás,
               ? 1 1 Exit: p(1,a)      %    nemdet. lefutás
| ?- p(Y, b), Y > 2.                   %  nemdet. hívás
               ? 1 1 Exit: p(2,b)      %    nemdet. lefutás
                 1 1 Exit: p(3,b)      %    det. lefutás
```

A determinisztikus lefutás és a választásmentesség

- Mi a determinisztikus lefutás haszna?
  - a futás gyorsabb lesz,
  - a tárigény csökken,
  - más optimalizálások (pl. jobbrekurzió) alkalmazhatók.
- Hogyan ismerheti fel a fordító a választásmentességet
  - egyszerű feltételes szerkezet (vö. Erlang őrfeltétel)
  - indexelés (indexing)
  - vágó és indexelés kölcsönhatása
- Az alábbi definíciók esetén a `p(`*Nonvar*`, Y)` hívás választásmentes, azaz nem hoz létre választási pontot:

Egyszerű feltétel

```
p(X, Y) :-
    (   X =:= 1 -> Y = a
    ;   Y = b
    ).
```

Indexelés

```
p(1, a).
p(2, b).
```

Indexelés és vágó

```
p(1, Y) :- !,
    Y = a.
p(_, b).
```

Választásmentesség feltételes szerkezetek esetén

- Feltételes szerkezet végrehajtásakor általában választási pont jön létre.
- A SICStus Prolog a „`( felt -> akkor ; egyébként )`” szerkezetet választásmentesen hajtja végre, ha a `felt` konjunkció tagjai csak:
  - aritmetikai összehasonlító eljáráshívások (pl. `<, =<, =:=`), és/vagy
  - kifejezés-típust ellenőrző eljáráshívások (pl. `atom, number`), és/vagy
  - általános összehasonlító eljáráshívások (pl. `@<, @=<,==`).
- Választásmentes kód keletkezik a „`fej :- felt, !, akkor.`” klózból, ha `fej` argumentumai különböző változók, és `felt` olyan mint fent.
- Például választásmentes kód keletkezik az alábbi definíciókból:

```
vektorfajta(X, Y, Fajta) :-
  (   X =:= 0, Y =:= 0
      % X=0, Y=0 nem lenne jó
  ->  Fajta = null
  ;   Fajta = nem_null
  ).
```

```
vektorfajta(X, Y, Fajta) :-
  X =:= 0, Y =:= 0, !,
  Fajta = null.
vektorfajta(_X, _Y, nem_null).
```

Indexelés

- Mi az indexelés?
  - egy adott hívásra illeszthető klózok gyors kiválasztása,
  - egy eljárás klózainak fordítási idejű csoportosításával.
- A legtöbb Prolog rendszer, így a SICStus Prolog is, az első fej-argumentum alapján indexel (first argument indexing).
- Az indexelés alapja az első fejargumentum külső funktora:
  - `C` szám vagy névkonstans esetén `C/0`;
  - `R` nevű és `N` argumentumú struktúra esetén `R/N`;
  - változó esetén nem értelmezett.
- Az indexelés megvalósítása:
  - Fordítási időben: funktor $\Rightarrow$ illeszthető fejű klózok részhalmaza.
  - Futási időben: a részhalmaz lényegében konstans idejű kiválasztása (hash tábla használatával).
  - Fontos: ha egyelemű a részhalmaz, nincs választási pont!

Példa indexelésre

```
p(0, a).            /* (1) */
p(X, t) :- q(X).    /* (2) */
p(s(0), b).         /* (3) */
p(s(1), c).         /* (4) */
p(9, z).            /* (5) */
```

```
q(1).
q(2).
```

- A `p(A, B)` hívással illesztendő klózok:
  - ha `A` változó, akkor `(1) (2) (3) (4) (5)`
  - ha `A = 0`, akkor `(1) (2)`
  - ha `A` fő funktora `s/1`, akkor `(2) (3) (4)`
  - ha `A = 9`, akkor `(2) (5)`
  - minden más esetben `(2)`
- Példák hívásokra:
  - `p(1, Y)` nem hoz létre választási pontot.
  - `p(s(1), Y)` létrehoz választási pontot, de determinisztikusan fut le.
  - `p(s(0), Y)` nemdeterminisztikusan fut le.

Struktúrák, változók a fejargumentumban

- Ha a klózok szétválasztásához szükség van az első (struktúra) argumentum részeire is, akkor érdemes segédeljárást bevezetni.
- Pl. `p/2` és `q/2` ekvivalens, de `q(`*Nonvar*`, Y)` determinisztikus lefutású!

```
p(0, a).
p(s(0), b).
p(s(1), c).
p(9, z).
```

```
q(0, a).
q(s(X), Y) :-
     q_seged(X, Y).
q(9, z).
```

```
q_seged(0, b).
q_seged(1, c).
```

- Az indexelés figyelembe veszi a törzs elején szereplő egyenlőséget: `p(X, ...) :- X = Kif, ...` esetén `Kif` funktora szerint indexel.
- Példa: lista hosszának reciproka, üres lista esetén 0:

```
rhossz([], 0).
rhossz(L, RH) :- L = [_|_], length(L, H), RH is 1/H.
```

- A 2. klóz kevésbé hatékony változatai

```
rhossz([X|L], RH) :-  length([X|L], H), RH is 1/H.
                                  % ^ újra felépíti [X|L]-t.
rhossz(L, RH) :-  L \= [], length(L, H), RH is 1/H.
                                  % L=[] esetén választási pontot hagy.
```

Indexelés – további tudnivalók

- Indexelés és aritmetika
  - Az indexelés nem foglalkozik aritmetikai vizsgálatokkal.
  - Pl. az `N = 0` és `N > 0` feltételek esetén a SICStus Prolog nem veszi figyelembe, hogy ezek kizárják egymást.
  - Az alábbi `fakt/2` eljárás lefutása nem-determinisztikus:

```
fakt(0, 1).
fakt(N, F) :- N > 0, N1 is N-1, fakt(N1, F1), F is N*F1.
```

- Indexelés és listák
  - Gyakran kell az üres és nem-üres lista esetét szétválasztani.
  - A bemenő lista-argumentumot célszerű az első argumentum-pozícióba tenni.
  - Az `[]` és `[...|...]` eseteket az indexelés megkülönbözteti (funktoruk: `'[]'/0` ill. `'.'/2`).
  - A két klóz sorrendje nem érdekes (feltéve, hogy zárt listával hívjuk az első pozíción) – de azért tegyük a leálló klózt mindig előre.

Listakezelő eljárások indexelése: példák

- Az `append/3` választásmentesen fut le, ha első argumentuma zárt végű.

```
append([], L, L).
append([X|L1], L2, [X|L3]) :-  append(L1, L2, L3).
```

- A `last/2` közvetlen megfogalmazása nemdeterminisztikusan fut le:

```
% last(L, E): Az L lista utolsó eleme E.
last([E], E).
last([_|L], E) :- last(L, E).
```

- Érdemes segédeljárást bevezetni, `last2/2` választásmentesen fut

```
last2([X|L], E) :- last2(L, X, E).

% last2(L, X, E): Az [X|L] lista utolsó eleme E.
last2([], E, E).
last2([X|L], _, E) :- last2(L, X, E).
```

- Az utolsó listaelemet választásmentesen felsoroló `member/2`:

```
member(E, [H|T]) :-     member_(T, H, E).

% member_(L, X, E): Az [X|L] lista eleme E.
member_(_, E, E).
member_([H|T], _, E) :- member_(T, H, E).
```

Az indexelés és a vágó kölcsönhatása

- Hogyan vehető figyelembe a vágó az indexelés fordításakor?
- Példa: a `p(1, A)` hívás választásmentes, de a `q(1, A)` nem!

```
p(1, Y) :- !, Y = 2.  % (1)
p(X, X).              % (2)
Arg1=1 → (1), Arg1≠1 → (2)
```

```
q(1, 2) :- !.     % (1)
q(X, X).          % (2)
Arg1=1 → {(1),(2)}, Arg1≠1 → (2)
```

- A fordító figyelembe veszi a vágót az indexelésben, ha garantált, hogy egy adott fő funktor esetén a vágót elérjük. Ennek feltételei:
  - 1. arg. változó, konstans, vagy csak változókat tartalmazó struktúra,
  - a további argumentumok változók,
  - a fejben az összes változóelőfordulás különböző,
  - a törzs első hívása a vágó (előtte megengedve egy fejillesztést kiváltó egyenlőséget).
- Ekkor az adott funktorhoz tartozó listából kihagyja a vágó utáni klózokat.
- Példa: `p(X, D, E) :- X = s(A, B, C), !, ....` `p(X, Y, Z) :- ....`
- Ez egy újabb érv a vágás alapszabálya mellett:

A kimenő paraméterek értékadását mindig a vágó után végezzük!

A vágó és az indexelés hatékonysága – kieg. anyag

- Fibonacci-szerű sorozat: $f_1 = 1;\ \ f_2 = 2;\ \ f_n = f_{\lfloor 3n/4 \rfloor} + f_{\lfloor 2n/3 \rfloor},\ \ n > 2$

```
% determ. xx=''
fib(1, 1).
fib(2, 2).
fib(N, F) :-
```

```
% determ. lefut. xx='c'
fibc(1, 1) :- !.
fibc(2, 2) :- !.
fibc(N, F) :-
```

```
% választásmentes, xx='ci'
fibci(1, F) :- !, F = 1.
fibci(2, F) :- !, F = 2.
fibci(N, F) :-
```

```
N > 2, N2 is N*3//4, N3 is N*2//3,
fibxx(N2, F2), fibxx(N3, F3),
F is F2+F3.
```

- Futási idők $N = 6000$ esetén

	fib	fibc	fibci
futási idő	1.25 sec	1.22 sec	1.13 sec
meghiúsulási idő	0.29 sec	0.03 sec	0.00 sec
összesen	1.54 sec	1.25 sec	1.13 sec
nyom-verem mérete	37.4Mbyte	18.7 Mbyte	240 byte

- `fibc` esetén a meghiúsulási idő azért nem 0, mert a rendszer a nyom-vermet (trail-stack) dolgozza fel. (A nyom-verem tárolja a változó-értékadások visszacsinálási információit.)

Tartalom

Jobbrekurzió (farok-rekurzió, tail-recursion) optimalizálás

- Az általános rekurzió költséges, helyben és időben is.
- Jobbrekurzióról beszélünk, ha
  - a rekurzív hívás a klóztörzs utolsó helyén van, vagy az utolsó helyen szereplő diszjunkció egyik ágának utolsó helyén stb., és
  - a rekurzív hívás pillanatában nincs választási pont a predikátumban (a rekurzív hívást megelőző célok determinisztikusan futottak le, nem maradt nyitott diszjunkciós ág).
- Jobbrekurzió optimalizálás: az utolsó hívás végrehajtása előtt az eljárás által lefoglalt hely felszabadul ill. szemétgyűjtésre alkalmassá válik.
- Ez az optimalizálás nemcsak rekurzív hívás esetén, hanem minden **utolsó** hívás esetén megvalósul – a pontos név: utolsó hívás optimalizálás (last call optimisation).
- A jobbrekurzió így tehát nem növeli a memória-igényt, korlátlan mélységig futhat – mint a ciklusok az imperatív nyelvekben. Példa:

```
ciklus(Állapot) :- lépés(Állapot, Állapot1), !, ciklus(Állapot1).
ciklus(_Állapot).
```

Predikátumok jobbrekurzív alakra hozása – listaösszeg

- A listaösszegzés „természetes”, nem jobbrekurzív definíciója:

```
% sum0(+L, ?S): L elemeinek összege S (S = 0+L_n+L_{n-1}+...+L_1).
sum0([], 0).
sum0([X|L], S):-        sum0(L,S0), S is S0+X.
```

- Jobbrekurzív lista-összegző:

```
% sum(+L, ?S): L  elemeinek összege S (S = 0+L_1+L_2+...+L_n).
sum(L, S):-             sum(L, 0, S).

% sum(+L, +S0, ?S): L elemeit S0-hoz adva kapjuk S-t. (≡ Σ L = S-S0)
sum([], S, S).
sum([X|L], S0, S):-     S1 is S0+X, sum(L, S1, S).
```

- A jobbrekurzív `sum` eljárás több mint 3-szor gyorsabb mint a `sum0`!
- Az akkumulátor az imperatív (azaz megváltoztatható értékű) változó fogalmának deklaratív megfelelője:
  - A `sum/3`-ban az `S0` és `S` argumentumok akkumulátorpárt alkotnak.
  - Az akkumulátorpár két része az adott változó mennyiség (a példában az összeg) különböző időpontokban vett értékeit mutatja:
    - `S0` az összeg a `sum/3` meghívásakor: a változó kezdőértéke;
    - `S` az összeg a `sum/3` lefutása után: a változó végértéke.

Az akkumulátorok használata

- Az akkumulátorokkal általánosan több egymás utáni változtatást is leírhatunk:

```
p(..., A0, A):-
        q0(..., A0, A1), ...,
        q1(..., A1, A2), ...,
        qn(..., An, A).
```

- A `sum/3` második klóza ilyen alakra hozva:

```
sum([X|L], S0, S):- plus(X, S0, S1), sum(L, S1, S).

plus(X, S0, S) :- S is S0+X.
```

- Akkumulátorváltozók elnevezési konvenciója: kezdőérték: *Vált*`0`; közbülső értékek: *Vált*`1`, ..., *Vált*`n`; végérték: *Vált*.
- A Prolog akkumulátorpár nem más mint a funkcionális programozásból ismert gyűjtőargumentum és a függvény eredményének együttese.
- A DCG formalizmus – akkumulátorpárok automatikus „átszövése”:

```
sum([X|L]) --> plus(X), sum(L).
```

Akkumulátorok használata – folytatás

- Többszörös akkumulálás – lista összege és négyzetösszege

```
% sum2(+L, +S0, ?S, +Q0, ?Q): S-S0 =Σ Li, Q-Q0 = Σ Li^2
sum2([], S, S, Q, Q).
sum2([X|L], S0, S, Q0, Q):-
        S1 is S0+X, Q1 is Q0+X*X, sum2(L, S1, S, Q1, Q).
```

- Többszörös akkumulátorok összevonása egyetlen állapotváltozóvá

```
% sum3(+L, +S0/Q0, ?S/Q): S-S0 =Σ Li, Q-Q0 = Σ Li^2
sum3([], SQ, SQ).
sum3([X|L], SQ0, SQ) :-
        plus3(X, SQ0, SQ1), sum3(L, SQ1, SQ).
        % teljesen analóg a "sima" összegzővel

plus3(X, S0/Q0, S/Q) :- S is S0+X, Q is Q0+X*X.
```

Különbséglisták

- A `revapp` mint akkumuláló eljárás

```
% revapp(Xs, L0, L): Xs megfordítását L0 elé füzve kapjuk L-t.
% Másképpen: Xs megfordítása L-L0.
revapp([], L, L).
revapp([X|Xs], L0, L) :-
        L1 = [X|L0], revapp(Xs, L1, L).
```

- Az `L-L0` jelölés (különbséglista): az a lista, amelyet úgy kapunk, hogy `L` végéről elhagyjuk `L0`-t (ez feltételezi, hogy `L0` szuffixuma `L`-nek).
- Például az `[1,2,3]` listának megfelelő különbséglisták:
  - `[1,2,3,4]-[4]`, `[1,2,3,a,b]-[a,b]`, `[1,2,3]-[]`, ...
  - A legáltalánosabb (nyílt) különbséglistában a „kivonandó” változó: `[1,2,3|L]-L`
- Egy nyílt különbséglista konstans időben összefűzhető egy másikkal:

```
% app_dl(DL1, DL2, DL3): DL1 és DL2 különbséglisták összefűzése DL3.
app_dl(L-L0, L0-L1, L-L1).
| ?- app_dl([1,2,3|L0]-L0, [4,5|L1]-L1, DL).
        ⟹ DL = [1,2,3,4,5|L1]-L1, L0 = [4,5|L1]
```

- A nyílt különbséglista „egyszer használatos”, egy hozzáfűzés után már nem lesz nyílt!

Különbséglisták (folyt. – kiegészítő anyag)

- Példa: lineáris idejű listafordítás, `nrev` stílusában, különbséglistával:

```
% nrev(L, DR): Az L lista megfordítása a DR különbséglista.
nrev_dl([], L-L).                    % L-L ≡ üres különbséglista
nrev_dl([X|L], DR) :-
    nrev_dl(L, DR0),
    app_dl(DR0, [X|T]-T, DR).        % [X|T]-T ≡ egyelemű különbséglista
% app_dl(DL1, DL2, DL3): DL1 és DL2 különbséglisták összefűzése DL3.
app_dl(L-L0, L0-L1, L-L1).
% Az L lista megfordítása R
rev(L, R) :- nrev_dl(L, R-[]).
```

- Az `nrev_dl/2` eljárás törzsében érdemes a két hívást megcserélni (jobbrekurzió!).
- `nrev_dl(L, R-R0)` $\Longrightarrow$ `rev2(L, R0, R)` átalakítással és `app_dl` kiküszöbölésével a fenti `nrev_dl/2` eljárásból kapunk egy `rev2/3`-t, amely azonos `revapp/3`-mal!
- Ettől az átalakítástól kb 3-szor gyorsabb lesz a program $\Rightarrow$ érdemes a különbséglisták helyett akumulátorpárokat használni!
- A továbbiakban a különbséglista jelölést csak a fejkommentek megfogalmazásában használjuk.

Az append mint akkumuláló eljárás (kiegészítő anyag)

- Írjunk egy `eleje_marad(Eleje, L, Marad)` eljárást!

```
% eleje_marad(Eleje, L, Marad): Az L lista prefixuma az Eleje lista,
% ennek L-ből való elhagyása után marad a Marad lista.
eleje_marad([], L, L).
eleje_marad([X|Xs], L0, L) :-
        L0 = [X|L1], eleje_marad(Xs, L1, L).
```

- Az akkumulálási lépés: `L0 = [X|L1]`, egy elem elhagyása a lista elejéről.
- A 2. és 3. argumentum felcserélésével az `eleje_marad` eljárás átalakul az `append` eljárássá!
- Tehát az `append` is tekinthető akkumuláló eljárásnak (a 2. és 3. argumentum a szokásos akkumulátorpárokhoz képest fel van cserélve):

```
% append(Xs, L, L0): L0 elejéről Xs elemeit lehagyva marad L.
% Másképpen: Xs = L0-L.
append([], L, L).
append([X|Xs], L, L0) :-
        L0 = [X|L1], append(Xs, L, L1).
```

- Az akkumulálási lépés: az `L0` változó értékül kap egy listát, melynek farka `L1`, az akkumulálált mennyiség: az a változó, amelyben az összefűzés eredményét várjuk.

Tartalom

Egy mintafeladat: $a^n b^n$ alakú sorozat előállítása (kieg. anyag)

- Első megoldás, $3n$ lépés

```
% anbn(N, L): Az L lista N db a-ból
% és azt követő N db b-ből áll.
anbn(N, L) :-
        an(N, a, AN),
        an(N, b, BN),
        append(AN, BN, L).

% an(N, A, L): L az A elemet N-szer
% tartalmazó lista
an(0, _A, L) :- !, L = [].
an(N, A, [A|L]) :-
        N > 0,
        N1 is N-1,
        an(N1, A, L).
```

- Második megoldás, $2n$ lépés

```
anbn(N, L) :-
        an(N, b, [], BN),
        an(N, a, BN, L).

% an(N, A, L0, L): L-L0 az A
% elemet N-szer tartalmazó lista
an(0, _A, L0, L) :- !, L = L0.
an(N, A, L0, [A|L]) :-
        N > 0,
        N1 is N-1,
        an(N1, A, L0, L).
```

$a^n b^n$ alakú sorozatok (kieg. anyag, folyt.)

- Harmadik megoldás, *n* lépés

```
anbn(N, L) :-
        anbn(N, [], L).

% anbn(N, L0, L): Az L-L0 lista N db a-ból és azt követő N db b-ből áll.
anbn(0, L0, L) :- !, L = L0.
anbn(N, L0, [a|L]) :-
        N > 0,
        N1 is N-1,
        anbn(N1, [b|L0], L).
```

- A második klóz nem jobbrekurzív változata

```
anbn(N, L0, L) :-
        N > 0, N1 is N-1,
        L1 = [b|L0],       % 1. lépés: L0 elé b => L1
        anbn(N1, L1, L2), % 2. lépés: L1 elé a^N1 b^N1 => L2
        L = [a|L2].        % 3. lépés: L2 elé a => L
```

$a^n b^n$ alakú sorozatok – C++ megoldás (kiegészítő anyag)

- C++ megoldás

```
link *anbn(unsigned n) {
  link *l = 0, *b = 0;     // ez elé építjük a b-ket
  link **a = &l;           // ebbe tesszük az a-kat
  for (; n > 0; --n) {
    *a = new link('a');    // elölről
    a = &(*a)->next;       // hátra épít
    b = new link('b', b); // hátulról előre épít
  }
  *a = b; return l;
}
```

Összetettebb adatstruktúrák akkumulálása (kiegészítő anyag)

- Az adatstruktúra:
  ```
  % :- type bfa -> ures ; bfa(int, bfa, bfa).
  ```
- A fa csomópontjaiban tároljuk a számértékeket, a levelek nem tárolnak információt.
- Egészek gyűjtése rendezett bináris fában
  - `beszur(BFa0, E, BFa)`: Az `E` egész számnak a `BFa0` fába való beszúrása a `BFa` bináris fát eredményezi.
  - Itt `BFa0` és `BFa` egy akkumulátorpár, de az indexelés érdekében `BFa0` az első argumentum-pozícióba kerül.
- Példafutás:
  ```
  | ?- beszur(ures, 3, Fa0),
       beszur(Fa0, 1, Fa1),
       beszur(Fa1, 5, Fa2).

  Fa0 = bfa(3,ures,ures),
  Fa1 = bfa(3,bfa(1,ures,ures),ures),
  Fa2 = bfa(3,bfa(1,ures,ures),bfa(5,ures,ures)) ?
  ```

Akkumulálás bináris fákkal (kieg. anyag)

- Elem beszúrása bináris fába

```
% beszur(BF0, E, BF): E beszúrása BF0 rendezett fába
% a BF rendezett fát adja
% :- pred beszur(bfa::in, int::in, bfa::out).
beszur(ures, Elem, bfa(Elem, ures, ures)).
beszur(BF0, Elem, BF):-
        BF0 = bfa(E,B,J),  % az indexelés működik!
        (   Elem =:= E -> BF = BF0
        ;   Elem < E ->
            BF = bfa(E,B1,J),
            beszur(B, Elem, B1)
        ;   BF = bfa(E,B,J1),
            beszur(J, Elem, J1)
        ).
```

Akkumulálás bináris fákkal – kieg. anyag, folyt.

- Lista konverziója bináris fává

```
% lista_bfa(L, BF0, BF): L elemeit beszúrva BF0-ba kapjuk BF-t.
% :- pred lista_bfa(list(int)::in, bfa::in, bfa::out).
lista_bfa([], BF, BF).
lista_bfa([E|L], BF0, BF):-
        beszur(BF0, E, BF1),
        lista_bfa(L, BF1, BF).

| ?- lista_bfa([3,1,5], ures, BF).
BF = bfa(3,bfa(1,ures,ures),bfa(5,ures,ures)) ? ;
no

| ?- lista_bfa([3,1,5,1,2,4], ures, BF).
BF = bfa(3,bfa(1,ures,bfa(2,ures,ures)),
          bfa(5,bfa(4,ures,ures),ures)) ? ;
no
```

Akkumulálás bináris fákkal – kieg. anyag, folyt.

- Bináris fa konverziója listává

```
% bfa_lista(BF, L0, L): A BF fa levelei az L-L0 listát adják.
% :- pred bfa_lista(bfa::in, list(int)::in,
%                                list(int)::out).
bfa_lista(ures, L, L).
bfa_lista(bfa(E, B, J), L0, L) :-
        bfa_lista(J, L0, L1),
        bfa_lista(B, [E|L1], L).
```

- Rendezés bináris fával

```
% L lista rendezettje R.
% :- pred rendez(list(int)::in, list(int)::out).
rendez(L, R):-
        lista_bfa(L, ures, BF), bfa_lista(BF, [], R).

| ?- rendez([1,5,3,1,2,4], R).
R = [1,2,3,4,5] ? ;
no
```

Tartalom

Hogyan írjunk át imperatív nyelvű algoritmust Prolog programmá?

- Példafeladat: Hatékony hatványozási algoritmus
  - Alaplépés: a kitevő felezése, az alap négyzetre emelése.
  - A kitevő kettes számrendszerbeli alakja szerint hatványoz.
- Az algoritmust megvalósító C nyelvű függvény:

```
/* hatv(a, h) = a**h */
int hatv(int a, unsigned h)
{
  int e = 1;
  while (h > 0)
  {
    if (h & 1) e *= a;
    h >>= 1; a *= a;
  }
  return e;
}
```

- Az algoritmusban három változó van: `a, h, e`:
  - `a` és `h` végértékére nincs szükség,
  - `e` végső értéke szükséges (ez a függvény eredménye).

A `hatv` C függvénynek megfelelő Prolog eljárás

- Kétargumentumú C függvény $\Longrightarrow$ 2+1-argumentumú Prolog eljárás.
- A függvény eredménye $\Longrightarrow$ utolsó arg.: `hatv(+A, +H, ?E)`: $A^H = E$.
- Ciklus $\Longrightarrow$ segédeljárás: `hatv(+A0, +H0, +E0, ?E)`: $A0^{H0} * E0 = E$.
- »`a`« és »`h`« C változók $\Longrightarrow$ »`+A0`« és »`+H0`« bemenő *paraméterek* (nem kell végérték),
  »`e`« C változó $\Longrightarrow$ »`+E0, ?E`« *akkumulátorpár* (kezdőérték, végérték).

```
hatv(A, H, E) :-
    hatv(A, H, 1, E).

hatv(A0, H0, E0, E) :- H0 > 0, !,
    (   H0 /\ 1 =:= 1
        % /\ ≡ bitenkénti "és"
    ->  E1 is E0*A0
    ;   E1 = E0
    ),
    H1 is H0 >> 1,
    A1 is A0*A0,
    hatv(A1, H1, E1, E).
hatv(_, _, E, E).
```

```
int hatv(int a, unsigned h)
{       int e = 1;

  ism:  if (h > 0)
        {  if (h & 1)
             e *= a;



           h >>= 1;
           a *= a;
           goto ism;
        } else return e;
}
```

A C ciklus és a Prolog eljárás kapcsolata

- A ciklust megvalósító Prolog eljárás minden pontján minden C változónak megfeleltetethető egy Prolog változó (pl. `h`-nak `H0, H1, ...`):
  - A ciklusmag elején a C változók a megfelelő Prolog argumentumban levő változónak felelnek meg.
  - Egy C értékadásnak egy új Prolog változó bevezetése felel meg, az ez után következő kódban az új változó felel meg a C változónak.
  - Ha a diszjunkció egyik ága megváltoztat egy változót, akkor a többi ágon is be kell vezetni az új Prolog változót, a régivel azonos értékkel (ld. `if (h & 1) ...`).
- A C ciklusmag végén a Prolog eljárást vissza kell hívni, argumentumaiban az egyes C változóknak pillanatnyilag megfeleltetett Prolog változóval.
- A C ciklus ciklus-invariánsa nem más mint a Prolog eljárás fejkommentje, a példában:

  `% hatv(+A0, +H0, +E0, ?E):` $A0^{H0} * E0 = E.$

Programhelyesség-bizonyítás (kiegészítő anyag)

- Egy algoritmus (függvény) specifikációja:
  - előfeltételek: a bemenő paramétereknek teljesíteniük kell ezeket,
  - utófeltételek: a paraméterek és az eredmény kapcsolatát írják le.
- Egy algoritmus helyes, ha minden, az előfeltételeket kielégítő adatra a függvény hibátlanul lefut, és eredményére fennállnak az utófeltételek.
- Példa: `x = mfoku_gyok(a,b,c)`
  - előfeltételek: `b*b-4*a*c >= 0, a` $\neq$ `0`
  - utófeltétel: `a*x*x+b*x+c = 0`
  - a program:

```
double mfoku_gyok(a, b, c)
double a, b, c;
{  double d = sqrt(b*b-4*a*c);
   return (-b+d)/2/a;
}
```

- A program helyességének bizonyítása lineáris kódra viszonylag egyszerű.

Ciklikus programok helyességének bizonyítása (kieg. anyag)

- A ciklusokat „fel kell vágni” egy ciklus-invariánssal, amely:
  - az előfeltételekből és a ciklust megelőző értékadásokból következik,
  - ha a ciklus elején fennáll, akkor a ciklus végén is (indukció),
  - belőle és a leállási feltételből következik a ciklus utófeltétele.

```
int hatv(int a0, unsigned h0) /*utófeltétel: hatv(a0, h0) = a0^h0 */
{ int e = 1, a = a0, h = h0;
  while /*ciklus-invariáns: a0^h0 == e*a^h */ (h > 0)
  {
    /* induláskor a kezdőértékek alapján triviálisan fennáll */
    if (h & 1) e *= a;          /* e' = e * a^(h&1) */
    h >>= 1;                    /* h' = (h-(h&1))/2 */
    a *= a;                     /* a' = a*a */
  }                             /*indukció: e'*a'^h' = ... = e*a^h */
  return e;
  /* Az invariánsból h = 0 miatt következik az utófeltétel */
}
```

Tartalom

Modulok definiálása SICStus Prolog nyelven

- Minden modul külön állományba kell kerüljön.
- Az állomány első programeleme egy modul-parancs kell legyen:

```
:- module( Modulnév, [ExpFunktor1, ExpFunktor2, ...]).
```

- *ExpFunktor* = az exportálandó eljárás funktora (név/arg.szám)
- Példa:

```
:- module(platók, [fennsík/3]).      % plato állomány első sora
```

- Modul-betöltésre szolgáló beépített eljárások:
  - `use_module(ÁllományNév)`
  - `use_module(ÁllományNév, [ImpFunktor1,ImpFunktor2,...])`
    ImpFunktor – az importálandó eljárás funktora
  - *ÁllományNév* lehet névkonstans, vagy pl. `library(KönyvtárNév)`:

```
:- use_module(plato).                      % a fenti modul betöltése
:- use_module(library(lists), [last/2]).   % csak last/2 importált
```

- Modulkvalifikált hívási forma: *Modul*`:`*Hívás* a *Modul*-ban futtatja *Hívás*-t.
- A modulfogalom nem szigorú, egy nem exportált eljárás is meghívató modulkvalifikált formában, pl. `platók:első_fennsík(...)`.

Meta-eljárások modularizált programban

- Meta-paraméterek átadása modulközi hívásokban:

`modul1.pl` állomány:

```
:- module(modul1, [kétszer/1]).

%:- meta_predicate kétszer(:).   (*)
kétszer(X) :-
        X, X.

p :- write(bu).
```

`modul2.pl` állomány:

```
:- module(modul2, [q/0,r/0]).

:- use_module(modul1).

q :- kétszer(p).

r :- kétszer(modul2:p).

p :- write(ba).
```

- Futtatás:

```
| ?- [modul1,modul2].
| ?- q.   ⟹   bubu
| ?- r.   ⟹   baba
```

- Automatikus modul-kvalifikáció meta-predikátum deklarációval:
  Ha `modul1.pl`-ben elhagyjuk a `(*)`-gal jelzett sor előtti % kommentjelet, akkor

```
| ?- q.   ⟹   baba!
```

Meta-predikátum deklaráció, modulnév-kiterjesztés

- Meta-predikátum deklaráció
  - Formája:

    `:- meta_predicate` ⟨`eljárásnév`⟩(⟨`módspec`$_1$⟩, ..., ⟨`módspec`$_n$⟩), ...
  - ⟨`módspec`$_i$⟩ lehet ‘`:`’, ‘`+`’, ‘`-`’, vagy ‘`?`’.
  - A ‘`:`’ mód azt jelzi, hogy az adott argumentumot betöltéskor ún. modulnév-kiterjesztésnek kell alávetni. (A többi mód hatása azonos, be/kimenő irányt jelezhetünk segítségükkel.)
- Egy *Kif* kifejezés modulnév-kiterjesztése a következő átalakítást jelenti:
  - ha *Kif M*:*X* alakú, vagy olyan változó, amely az adott eljárás fejében meta-argumentum pozíción van, akkor változatlanul hagyjuk;
  - egyébként helyettesítjük *CurMod*:*Kif*-fel, ahol *CurMod* a kurrens modul.
- Példa folyt. (tfh. a `modul1`-beli `kétszer` meta-predikátumnak deklarált!)

```
:- module(modul2, [négyszer/1,q/0]).
:- use_module(modul1).                          % a tárolt alak:
q :- kétszer(p).                        ⟹    q :- kétszer(modul2:p).

:- meta_predicate négyszer(:).
négyszer(X) :- kétszer(X), kétszer(X).  ⟹    változatlan
```

Tartalom

Magasabbrendű eljárások – listakezelés

- Magasabbrendű (vagy meta-eljárás) egy eljárás,
  - ha eljárásként értelmezi egy vagy több argumentumát
  - pl. `call/1, findall/3, \+ /1 stb.`
- Listafeldolgozás `findall` segítségével – példák
  - Páros elemek kiválasztása (vö. Erlang filter)

```
% Az L egész-lista páros elemeinek listája Pk.
páros_elemei(L, Pk) :-
    findall(X, (member(X, L), X mod 2 =:= 0), Pk).

| ?- páros_elemei([1,2,3,4], Pk). ⟹   Pk = [2,4]
```

  - A listaelemek négyzetre emelése (vö. Erlang map)

```
% Az L számlista  elemei négyzeteinek listája Nk.
négyzetei(L, Nk) :-
    findall(Y, (member(X, L), négyzete(X, Y)), Nk).

négyzete(X, Y) :- Y is X*X.

| ?- négyzetei([1,2,3,4], Nk).    ⟹   Nk = [1,4,9,16]
```

Részlegesen paraméterezett eljáráshívások – segédeszközök

- A `négyzete/0` kifejezés a `négyzete/2` részlegesen paraméterezett hívásának tekinthető.
- Ilyen hívások kiegészítésére és meghívására szolgálnak a `call/N` eljárások.
- `call(RPred, A1, A2, ...)` végrehajtása: az `RPred` részleges hívást kiegészíti az `A1, A2, ...` argumentumokkal, és meghívja.
- A `call/N` eljárások SICStus 4-ben már beépítettek, SICStus 3-ban még definiálni kellett ezeket, pl. így:

```
:- meta_predicate call(:, ?), call(:, ?, ?), ....

% Pred az A utolsó argumentummal meghívva igaz.
call(M:Pred, A) :-
        Pred =.. FAs0, append(FAs0, [A], FAs1),
        Pred1 =.. FAs1, call(M:Pred1).

% Pred az A és B utolsó argumentumokkal meghívva igaz.
call(M:Pred, A, B) :-
        Pred =.. FAs0, append(FAs0, [A,B], FAs2),
        Pred2 =.. FAs2, call(M:Pred2).

...
```

Részlegesen paraméterezett eljárások – rekurzív map/3

- Részleges paraméterezéssel a map/3 meta-eljárás rekurzívan definiálható:

```
% map(Xs, Pred, Ys): Az Xs lista elemeire a Pred transzformációt
% alkalmazva kapjuk az Ys listát.
map([X|Xs], Pred, [Y|Ys]) :-
        call(Pred, X, Y), map(Xs, Pred, Ys).
map([], _, []).

másodfokú_képe(P, Q, X, Y) :- Y is X*X + P*X + Q.
```

- Példák:

```
| ?- map([1,2,3,4], négyzete, L).            ⟹   L = [1,4,9,16]
| ?- map([1,2,3,4], másodfokú_képe(2,1), L). ⟹   L = [4,9,16,25]
```

- A call/N-re épülő megoldás előnyei:
  - általánosabb és hatékonyabb lehet, mint a findall-ra épülő;
  - alkalmazható akkor is, ha az elemekre elvégzendő műveletek nem függetlenek, pl. foldl.

Rekurzív meta-eljárások – foldl és foldr

- ```
  % foldl(+Xs, :Pred, +Y0, -Y): Y0-ból indulva, az Xs elemeire
  % balról jobbra sorra alkalmazva a Pred által leírt
  % kétargumentumú függvényt kapjuk Y-t.
  foldl([X|Xs], Pred, Y0, Y) :-
          call(Pred, X, Y0, Y1), foldl(Xs, Pred, Y1, Y).
  foldl([], _, Y, Y).

  jegyhozzá(Alap, Jegy, Szam0, Szam) :- Szam is Szam0*Alap+Jegy.

  | ?- foldl([1,2,3], jegyhozzá(10), 0, E).  ⟹  E = 123
  ```
- ```
  % foldr(+Xs, :Pred, +Y0, -Y): Y0-ból indulva, az Xs elemeire jobbról
  % balra sorra alkalmazva a Pred kétargumentumú függvényt kapjuk Y-t.
  foldr([X|Xs], Pred, Y0, Y) :-
          foldr(Xs, Pred, Y0, Y1), call(Pred, X, Y1, Y).
  foldr([], _, Y, Y).

  | ?- foldr([1,2,3], jegyhozzá(10), 0, E).  ⟹  E = 321
  ```

Tartalom

Dinamikus predikátumok

- A dinamikus predikátum jellemzői:
  - a program szövegében lehet 0 vagy több klóza;
  - futási időben hozzáadhatunk és elvehetünk klózokat belőle;
  - végrehajtása mindenképpen interpretált.
- Létrehozása
  - programszövegbeli deklarációval:

    ```
    :- dynamic(Eljárásnév/Argumentumszám).
    ```

    (ha van klóza a programban, akkor az első előtt – ilyenkor kötelező);
  - futási időben, adatbáziskezelő beépített eljárással
- Adatbáziskezelő eljárások („adatbázis” = a program klózainak összessége):
  - klóz felvétele első, utolsó helyre: `asserta/1`, `assertz/1`
  - klóz törlése (illesztéssel, többszörösen sikerülhet): `retract/1`
  - klóz lekérdezése (illesztéssel, többszörösen sikerülhet): `clause/2`
- A klózfelvétel ill. törlés tartós mellékhatás, visszalépéskor nem áll vissza a korábbi állapot.

Klóz felvétele: `asserta/1`, `assertz/1`

- `asserta(:@Klóz)`
  - A `Klóz` kifejezést klózként értelmezve felveszi a programba az adott predikátum *első* klózaként. A `Klóz`ban levő változók szisztematikusan újakra cserélődnek.
  - A '`@`' mód jelentése: tisztán bemenő paraméter, az eljárás a paraméterbeli változókat nem helyettesíti be (a '+' mód speciális esete).
  - A '`:`' mód modul-kvalifikált paramétert jelez.
- `assertz(:@Klóz)`
  - Ugyanaz mint `asserta`, csak a `Klóz` kifejezést az adott predikátum *utolsó* klózaként veszi fel.
- Példa:

```
| ?- assertz((p(1,X):-q(X))), asserta(p(2,0)),
     assertz((p(2,Z):-r(Z))), listing(p).  ⟹   p(2, 0).
                                               p(1, A) :-   q(A).
                                               p(2, A) :-   r(A).
| ?- assert(s(X,X)), s(U,V), U == V, X \== U.
⟹  V = U ? ; no
```

Klóz törlése: `retract/1`

- `retract(:@Klóz)`
  - A `Klóz` klóz-kifejezésből megállapítja a predikátum funktorát.
  - Az adott predikátum klózait sorra megpróbálja illeszteni `Klóz`-zal.
  - Ha az illesztés sikerült, akkor kitörli a klózt és sikeresen lefut.
  - Visszalépés esetén folytatja a keresést (illeszt, töröl, sikerül stb.)
- Példa (folytatás):

```
| ?- listing(p), Cl = (p(2,_):-_),
     retract(Cl), format('Del: ~w.\n', [Cl]), listing(p), fail.
```

- A futás kimenete:

```
p(2, 0).
p(1, A) :-
        q(A).
p(2, A) :-
        r(A).
```

```
Del: p(2,0):-true.
p(1, A) :-
          q(A).
p(2, A) :-
          r(A).
```

```
Del: p(2,_537):-r(_537).
p(1, A) :-
        q(A).
```

$\Longrightarrow$ `no`

Alkalmazási példa – egyszerűsített `findall`

- A `findall1/3` eljárás hatása megegyezik a beépített `findall`-lal, de
  - nem jó, ha a `Cél`-ban újabb, skatulyázott `findall1` hívás van.

```
:- dynamic(megoldás/1).

% findall1(Minta, Cél, L): Cél összes megoldására Minták listája L.
findall1(Minta, Cél, _MegoldL) :-
    call(Cél),
    asserta(megoldás(Minta)), % fordított sorrendben vesszük fel!
    fail.
findall1(_Minta, _Cél, MegoldL) :-
    megoldás_lista([], MegoldL).

% A megoldás/1 tényállításokban tárolt kifejezések
% fordított listája L-L0.
megoldás_lista(L0, L) :-
    retract(megoldás(M)), !,
    megoldás_lista([M|L0], L).
megoldás_lista(L, L).
```

```
| ?- findall1(Y, (member(X,[1,2,3]),Y is X*X), ML).
```
$\Longrightarrow$ `ML = [1,4,9]`

Klóz lekérdezése: `clause/2`

- `clause(:@Fej, ?Törzs)`
  - A `Fej` alapján megállapítja a predikátum funktorát.
  - Az adott predikátum klózait sorra megpróbálja illeszteni a `Fej :- Törzs` kifejezéssel (tényállítás esetén `Törzs = true`).
  - Ha az illesztés sikerült, akkor sikeresen lefut.
  - Visszalépés esetén folytatja a keresést (illeszt, sikerül stb.)
-
- Példa:

```
:- listing(p), clause(p(2, 0), T).
```

```
p(2, 0).
p(1, A) :-
        q(A).
p(2, A) :-
        r(A).
```

```
T = true ? ;
T = r(0) ? ;
no
```

A `clause` eljárás alkalmazása: egyszerű nyomkövető interpreter

- Az alábbi interpreter csak „tiszta”, beépített eljárást nem alkalmazó Prolog programok futtatására alkalmas.

```
% interp(G, D): A G cél futását D bekezdésű nyomkövetéssel mutatja.
interp(true, _) :- !.
interp((G1, G2), D) :- !,
    interp(G1, D), interp(G2, D).
interp(G, D) :-
    (   trace(G, D, call)
    ;   trace(G, D, fail), fail % követi a fail kaput, tovább-hiúsul
    ),
    D2 is D+2,
    clause(G, B), interp(B, D2),
    (   trace(G, D, exit)
    ;   trace(G, D, redo), fail % követi a redo kaput, tovább-hiúsul
    ).

% A G cél áthaladását a Port kapun D bekezdésű nyomkövetéssel mutatja.
trace(G, D, Port) :-
    /*D szóközt ír ki:*/ format('~|~t~*+', [D]),
    write(Port), write(': '), write(G), nl.
```

Nyomkövető interpreter - példafutás

```
:- dynamic app/3, app/4.  % (*)

app([], L, L).
app([X|L1], L2, [X|L3]) :-
    app(L1, L2, L3).

app(L1, L2, L3, L123) :-
    app(L1, L23, L123),
    app(L2, L3, L23).
```

A (*) sor elhagyható, ha a fenti (mondjuk app34) állományt az alábbi (SICStus-specifikus) beépített eljárással töltjük be:

```
| ?- load_files(app34,
        compilation_mode(
                assert_all)).
```

```
| ?- interp(app(_,[b,c],L,[c,b,c,b]), 0).
  call: app(_203,[b,c],_253,[c,b,c,b])
    call: app(_203,_666,[c,b,c,b])
    exit: app([],[c,b,c,b],[c,b,c,b])
    call: app([b,c],_253,[c,b,c,b])
    fail: app([b,c],_253,[c,b,c,b])
    redo: app([],[c,b,c,b],[c,b,c,b])
      call: app(_873,_666,[b,c,b])
      exit: app([],[b,c,b],[b,c,b])
    exit: app([c],[b,c,b],[c,b,c,b])
    call: app([b,c],_253,[b,c,b])
      call: app([c],_253,[c,b])
        call: app([],_253,[b])
        exit: app([],[b],[b])
      exit: app([c],[b],[c,b])
    exit: app([b,c],[b],[b,c,b])
  exit: app([c],[b,c],[b],[c,b,c,b])
L = [b] ?
```

Tartalom

A DCG (Definite Clause Grammars) formalizmus

- DCG: előfeldolgozó eszköz nyelvtani elemzők írásához.
- DCG szabály: *Fej*`-->`*Törzs*. $\Longrightarrow$ *Fej*(A_0,A_m)`:-`*Törzs*(A_0,A_m). A törzsben:
  - `{Cél}` $\Longrightarrow$ `Cél` (akkumulálást nem végző cél)
  - `[`E_1`,`E_2`,...,`E_k`]`, $k \geq 0$ $\Longrightarrow$ A_n `= [`E_1`,`E_2`,...,`E_k`|`A_{n+1}`]` (elemek akk.-a)
  - `p(`X_1`,`X_2`,...,`X_j`)`, $l \geq 0$ $\Longrightarrow$ `p(`X_1`,`X_2`,...,`X_j`,`A_n`,`A_{n+1}`)` (akk.-t végző cél)
  - Vezérlés: konj. (`,`), diszj. (`;`), ha-akkor (`->`), vágó (`!`), negáció (`\+`)
- Példa: egy lista pozitív elemeinek kigyűjtése

```
% pe(L, Pk0, Pk): Az L számlista pozitív elemeinek listája Pk0-Pk.
% Másszóval: L pozitív elemeinek listáját Pk elé füzve kapjuk Pk0-t
pe([], Pk0, Pk) :-      Pk0 = Pk.
pe([X|L], Pk0, Pk) :-   (   X > 0 -> Pk0 = [X|Pk1], pe(L, Pk1, Pk)
                        ;   pe(L, Pk0, Pk)
                        ).
```

- A DCG jelölést használó, a fentivel azonos kódot eredményező eljárás:

```
pe2([]) -->             [].
pe2([X|L]) -->          (   {X > 0} -> [X], pe2(L)
                        ;   pe2(L)
                        ).
```

A DCG formalizmus használata nyelvtani elemzésre

- Példa – decimális számok elemzését végző `szám(L0, L)` Prolog eljárás
- Az L0, L paraméterek: karakterkódok listái

```
% szám(L0, L): Az L0-L különbséglista számjegykódok nem-üres listája
% Másszóval: L0 elejéről leelemezhető egy szám, és marad L
szám --> számjegy, számmaradék.

% számmaradék(L0, L): Az L0-L különbséglista számjegykódok listája
számmaradék --> számjegy, számmaradék ; "".            % "" ≡ []

% számjegy(L0, L): L0 - [K|L], ahol K egy számjegy kódja
számjegy --> "0";"1";"2";"3";"4";"5";"6";"7";"8";"9".  % "9" ≡ [0'9]
```

- A `számjegy/2` eljárás egy másik megvalósítása

```
számjegy --> [K], {decimális_jegy_kódja(K)}.

% K egy számjegy kódja.
decimális_jegy_kódja(K) :- K >= 0'0, K =< 0'9.
```

- A fenti DCG szabály Prolog megfelelője:

```
számjegy(L0, L) :-
        L0 = [K|L],                % K a következő listaelem
        decimális_jegy_kódja(K).   % megfelelő-e a K?
```

DCG nyelvtani elemzés – további részletek

- Az elemzés – a Prolog végrehajtás miatt – nem-determinisztikus, pl.

```
| ?- szám("123 abc", L).
L = " abc" ? ;          % leelemeztük a 123 számot
L = "3 abc" ? ;         % leelemeztük a 12 számot
L = "23 abc" ? ;        % leelemeztük az 1 számot
no
```

- A számmaradék eljárás determinisztikus változata

```
% számmaradék2(L0, L): L0-L számjegykódok maximális listája
számmaradék2 --> (   számjegy -> számmaradék2
                 ;   ""
                 ).
```

vagy

```
számmaradék3 --> számjegy, !, számmaradék3. % A vágó köré nem kell {}
számmaradék3 --> "".
```

- Futás:

```
| ?- szám2("123 abc", L).
L = " abc" ? ;          % leelemeztük a (lehető leghosszabb) 123 számot
no
```

Az elemző kiegészítése jelentéshordozó argumentumokkal

- Egy DCG szabály az elemzéssel párhuzamosan további (kimenő) argumentum(ok)ban felépítheti a kielemzett dolog „jelentését”
- Példa: szám elemzése és értékének kiszámítása:

```
% Leelemezhető egy Sz értékű nem-üres számjegysorozat
szám(Sz) --> számjegy(J), számmaradék(J, Sz).

% Leelemezhető számjegyek egy esetleg üres listája, amelynek
% az eddig leelemzett Sz0-val együtt vett értéke Sz.
számmaradék(Sz0, Sz) -->
    számjegy(J), !, {Sz1 is Sz0*10+J}, számmaradék(Sz1, Sz).
számmaradék(Sz0, Sz0) --> [].

% leelemezhető egy J értékű számjegy.
számjegy(J) --> [K], {decimális_jegy_kódja(K), J is K-0'0}.

| ?- szám(Sz, "102 56", L). ⟹   L = " 56", Sz = 102; no
```

- A `számmaradék` DCG szabály Prolog alakja:

```
számmaradék(Sz0, Sz, L0,L) :-
    számjegy(J, L0,L1), !, Sz1 is Sz0*10+J, számmaradék(Sz1, Sz, L1,L).
számmaradék(Sz0, Sz0, L0,L) :- L=L0.
```

- Itt két akkumulátorpár van: egy „kézi” (`Sz`) és egy DCG-ből generált (`L`).

Aritmetikai kifejezések elemzése

- Egyszerű aritmetikai kifejezések elemzése és kiértékelése.

```
% kif0(Z, L0, L): L0-L egy Z aritmetikai kifejezéssé elemezhető ki
kif0(X+Y) --> tag0(X), "+", !, kif0(Y).
kif0(X-Y) --> tag0(X), "-", !, kif0(Y).
kif0(X) -->   tag0(X).

tag0(X) --> szám(X).            % egyelőre

| ?- kif0(Z, "4-2+1", []). ⟹   Z = 4-(2+1)  Jobbról balra elemez!
```

- Egy lehetséges javítás

```
kif(Z) --> tag(X), kifmaradék(X, Z).

kifmaradék(X, Z) --> "+", tag(Y), !, kifmaradék(X+Y, Z).
kifmaradék(X, Z) --> "-", tag(Y), !, kifmaradék(X-Y, Z).
kifmaradék(X, X) --> [].

tag(Z) --> szám(X), tagmaradék(X, Z).

tagmaradék(X, Z) --> "*", szám(Y), !, tagmaradék(X*Y, Z).
tagmaradék(X, Z) --> "/", szám(Y), !, tagmaradék(X/Y, Z).
tagmaradék(X, X) --> [].
```

```
| ?- kif(Z, "5*4-2+1", []), Val is Z. ⟹   Z = 5*4-2+1, Val = 19 ? ; no
```

Do-ciklusok (do-loops)

- Szintaxis:

```
(    Iterátor1, ..., Iterátorm
do   Célsorozat
)
```

  - Az `L` lista minden elemét megnövelve 1-gyel kapjuk az `NL` listát:

```
novel(L, NL) :-
     (    foreach(X, L), foreach(Y, NL)
     do   Y is X+1
     ).
```

  - Az `L` lista minden elemét megszorozva N-nel kapjuk az `NL` listát:

```
szoroz(L, N, NL) :-
     (    foreach(X, L), foreach(Y, ML), param(N)
     do   Y is N*X
     ).
```

Do-ciklusok: példák további iterátorokra

```
| ?- (          for(I, 1, 5),            foreach(I, List)
     do  true   % I = 1, 2, ..., 5
     ).
                          List = [1,2,3,4,5] ? ; no

| ?- (   foreach(X, [1,2,3]), fromto(0, In, Out, Sum)
     do  Out is In+X
         %In1=0, Out1=In1+X1, In2=Out1, ..., Out3=In3+X3, Sum=Out3
     ).
                          Sum = 6 ? ; no

| ?- (   foreach(X, [a,b,c,d,e]), count(I, 1, N),     foreach(I-X, Pairs)
     do  true                        %  I = 1, ..., N
     ).
                          N = 5, Pairs = [1-a,2-b,3-c,4-d,5-e] ? ; no

| ?- (   foreacharg(A, f(a,b,c,d,e), I), foreach(I-A, List)
     do  true
     ).
                          List = [1-a,2-b,3-c,4-d,5-e] ? ; no
```

Tartalom

Egy nagyobb DCG példa: „természetes” nyelvű beszélgetés

```
% mondat(Alany, Áll, L0, L): L0-L kielemezhető egy Alany alanyból és Áll
% állítmányból álló mondattá. Alany lehet első vagy második személyű
% névmás, vagy egyetlen szóból álló (harmadik személyű) alany.
mondat(Alany, Áll) -->
        {én_te(Alany, Ige)}, én_te_perm(Alany, Ige, Áll).
mondat(Alany, Áll) -->
        szó(Alany), szavak(Áll).

% én_te(Alany, Ige):
% Az Alany első/második személyű névmásnak megfelelő létige az Ige.
én_te("én", "vagyok").
én_te("te", "vagy").

% én_te_perm(Ki, Ige, Áll, L0, L): L0-L kielemezhető egy Ki
% névmásból, Ige igealakból és Áll állítmányból álló mondattá.
én_te_perm(Alany, Ige, Áll)  -->
        (   szó(Alany), szó(Ige), szavak(Áll)
        ;   szó(Alany), szavak(Áll), szó(Ige)
        ;   szavak(Áll), szó(Ige), szó(Alany)
        ;   szavak(Áll), szó(Ige)
        ).
```

Példa: „természetes” nyelvű beszélgetés – szavak elemzése

```
% szó(Sz, L0, L): L0-L egy Sz betűsorozatból álló (nem üres) szó.
szó(Sz) --> betű(B), szómaradék(SzM), {illik([B|SzM], Sz)}, köz.

% szómaradék(Sz, L0, L): L0-L egy Sz kódlistából álló (esetleg üres) szó.
szómaradék([B|Sz]) --> betű(B), !, szómaradék(Sz).
szómaradék([]) --> [].

% illik(Szó0, Szó): Szó0 = Szó, vagy a kezdő kis-nagy betűben különböznek.
illik([B0|L], [B|L]) :-
        (   B = B0 -> true
        ;   abs(B-B0) =:= 32
        ).

% köz(L0, L): L0-L nulla, egy vagy több szóköz.
köz --> (   " " -> köz ; ""   ).

% betű(K, L0, L): L0-L egy K kódú "betű" (különbözik a " .?" jelektől)
betű(K) --> [K], {\+ member(K, " .?")}.

% szavak(SzL, L0, L): L0-L egy SzL szó-lista.
szavak([Sz|Szk]) -->          szó(Sz), (   szavak(Szk)
                                       ;   {Szk = []}
                                       )
```

Példa: „természetes” nyelvű beszélgetés – párbeszéd-szervezés

```
% :- type mondás --> kérdez(szó) ; kijelent(szó,list(szó)) ; un.

% Megvalósít egy párbeszédet.
párbeszéd :-
        repeat,
            read_line(L),   % beolvas egy sort, L a karakterkódok listája
            (   menet(Mondás, L, []) ->  feldolgoz(Mondás)
            ;   write('Nem értem\n'), fail
            ),
        Mondás = un, !.

% menet(Mondás, L0, L): Az L0-L kielemzett alakja Mondás.
menet(kérdez(Alany)) -->
        {kérdő(Szó)}, mondat(Alany, [Szó]), "?".
menet(kijelent(Alany,Áll)) -->
        mondat(Alany, Áll), ".".
menet(un) --> szó("unlak"), ".".

% kérdő(Szó): Szó egy kérdőszó.
kérdő("mi").
kérdő("ki").
kérdő("kicsoda").
```

Példa: „természetes” nyelvű beszélgetés – válaszok előállítása

```
:- dynamic tudom/2.

% feldolgoz(Mondás): feldolgozza a felhasználótól érkező Mondás üzenetet.
feldolgoz(un) :-
        write('Én is.\n').
feldolgoz(kijelent(Alany, Áll)) :-
        assertz(tudom(Alany,Áll)),
        write('Felfogtam.\n').
feldolgoz(kérdez(Alany)) :-
        tudom(Alany, _), !,
        válasz(Alany).
feldolgoz(kérdez(_)) :-
        write('Nem tudom.\n').

% Felsorolja az Alany ismert tulajdonságait.
válasz(Alany) :-
        tudom(Alany, Áll),
        (   member(Szó, Áll), format('~s ', [Szó]), fail
        ;   nl
        ), fail.
válasz(_).
```

Beszélgetős DCG példa – egy párbeszéd

```
| ?- párbeszéd.
|: Magyar legény vagyok én.
Felfogtam.
|: Ki vagyok én?
Magyar legény
|: Péter kicsoda?
Nem tudom.
|: Péter tanuló.
Felfogtam.
|: Péter jó tanuló.
Felfogtam.
|: Péter kicsoda?
tanuló
jó tanuló
|: Boldog vagyok.
Felfogtam.
|: Én vagyok Jeromos.
Felfogtam.
|: Te egy Prolog program vagy.
Felfogtam.
|: Ki vagyok én?
Magyar legény
Boldog
Jeromos
|: Okos vagy.
Felfogtam.
|: Ki vagy  te?
egy Prolog program
Okos
|: Valóban?
Nem értem
|: Unlak.
Én is.
```

Tartalom

Aritmetikai beépített eljárások

- `X is Kif`: `Kif` aritmetikai kifejezés kell legyen, értékét egyesíti `X`-szel.
- `Kif1` ρ `Kif2`: `Kif1` és `Kif2` aritmetikai kifejezések kell legyenek, értékeik között elvégzi a ρ összehasonlítást (ρ lehet `=`, `=\=`, `<`, `=<`, `>`, `>=`).
- Aritmetikai kifejezésekben felhasználható funktorok:

Infix operátorok					
`+`	összeadás	`//`	egész osztás	`/\`	bitenkénti és
`-`	kivonás	`**`	hatványozás	`\/`	bitenkénti vagy
`*`	szorzás	`mod`	modulus képzés	`<<`	bitenkénti balra léptetés
`/`	osztás	`rem`	maradék képzés	`>>`	bitenkénti jobbra léptetés
Prefix operátorok:		`-`	negáció	`\`	bitenkénti negáció

Függvény jelölésűek			
`abs/1`	`exp/1`	`floor/1`	`sign/1`
`atan/1`	`float/1`	`log/1`	`sin/1`
`ceiling/1`	`float_fractional_part/1`	`max/2`,`min/2`	`sqrt/1`
`cos/1`	`float_integer_part/1`	`round/1`	`truncate/1`

Listakezelő beépített eljárások

- Lista hossza: `length(?L, ?N)`
  - Jelentése: az `L` lista hossza `N`.
  - `length(-L, +N)` módban adott hosszúságú, csupa különböző változóból álló listát hoz létre.
  - `length(-L, -N)` módban rendre felsorolja a 0, 1, . . . hosszú listákat.
  - Megvalósítását lásd korábban.
- Lista rendezése: `sort(@L, ?S)`
  - Jelentése: az `L` lista `@<` szerinti rendezése `S`, (`==/2` szerint azonos elemek ismétlődését kiszűrve).
- Lista kulcs szerinti rendezése: `keysort(@L, ?S)`
  - Az `L` argumentum `Kulcs-Érték` alakú kifejezések listája.
  - Az eljárás jelentése: az `S` lista az `L` lista `Kulcs` értékei szerinti szabványos (`@<` általi) rendezése, ismétlődéseket nem szűr.

Kifejezések kiírása

- `write(@X)`: Kiírja `X`-et, ha szükséges operátorokat, zárójeleket használva.
- `writeq(@X)`: Mint `write(X)`, csak gondoskodik, hogy szükség esetén az névkonstansok idézőjelek közé legyenek téve.
- `write_canonical(@X)`: Mint `writeq(X)`, csak operátorok nélkül, minden struktúra szabványos alakban jelenik meg.
- `write_term(@X, +Opciók)`: Az `Opciók` opciólista szerint kiírja `X`-et.
- `format(@Formátum, @AdatLista)`: A `Formátum`-nak megfelelő módon kiírja `AdatLista`-t. A formázójelek alakja: `~`⟨`szám esetleg`⟩⟨`formázójel`⟩.

```
| ?- write('Helló világ').                          ⟹  Helló világ
| ?- writeq('Helló világ').                         ⟹  'Helló világ'
| ?- write_canonical('*' - '%').                    ⟹  -(*,'%')
| ?- write_canonical([1,2]).                        ⟹  '.'(1,'.'(2,[]))
| ?- write_term([1,2,3], [max_depth(2)]).           ⟹  [1,2|...]
| ?- format('X=~s -- ~3d s', [[0'j,0'ó],3245]).    ⟹  X=jó -- 3.245 s
```

Kifejezések kiírása – felhasználó vezérelte formázás

- `print(@X)`: Alapértelmezésben azonos `write`-tal. Ha a felhasználó definiál egy `portray/1` eljárást, akkor a rendszer minden a `print`-tel kinyomtatandó részkifejezésre meghívja `portray`-t. Ennek sikere esetén feltételezi, hogy a kiírás megtörtént, meghiúsulás esetén maga írja ki a részkifejezést.
  A rendszer a `print` eljárást használja a változó-behelyettesítések és a nyomkövetés kiírására!
- `portray(@Kif)` (felhasználó által definiálandó ún. *kampó eljárás*): Igaz, ha `Kif` kifejezést a Prolog rendszernek *nem* kell kiírnia (és ekkor maga a `portray` kell, hogy elvégzze a kiírást).
- Példa:

```
portray(Matrix) :-
     Matrix = [[_|_]|_],
     (   member(Row, Matrix),
         nl, print(Row), fail
     ;   true
     ).
```

```
| ?- X = [[1,2],[3,4],[5,6]].

X =
[1,2]
[3,4]
[5,6] ?
```

Karakterek kiírása és beolvasása

- `put_code(+Kód)`: Kiírja az adott kódú karaktert.
- `nl`: Kiír egy soremelést.
- `get_code(?Kód)`: Beolvas egy karaktert és (karakterkódját) egyesíti `Kód`-dal. (File végénél `Kód = -1`.)
- `peek_code(?Kód)`: A soronkövetkező karakter kódját egyesíti `Kód`-dal. A karaktert nem távolítja el a bemenetről. (File végénél `Kód = -1`.)
- Példa:

```
% rd_line(L): L a következő sor karakterkódjainak listája.
% read_line néven beépített eljárás SICStus 3.9.0-tól.
rd_line(L) :-
        peek_code(0'\n), !, get_code(_), L = [].
rd_line([C|L]) :-
        get_code(C), rd_line(L).
```

```
| ?- rd_line(L), member(X, L), put_code(X), write(' '), fail ; nl.
|: Hello world!
H e l l o   w o r l d !
```

Példa: számbeolvasás

```
% számbe(Szám): a Szám szám következik az input-folyamban.
számbe(Szám) :-
        számjegy(Érték), számbe(Érték, Szám).

% Az eddig beolvasott Szám0-val együtt az input-folyamban következő
% szám értéke Szám.
számbe(Szám0, Szám) :-
        számjegy(E), !,
        Szám1 is Szám0*10+E,
        számbe(Szám1, Szám).
számbe(Szám, Szám).

% Érték értékű számjegy következik.
számjegy(Érték) :-
        peek_code(Kar),
        Kar >= 0'0, Kar =< 0'9,
        get_code(_),
        Érték is Kar - 0'0.

| ?- számbe(X), get_code(_), számbe(Y).
|: 123 456                    ⟹   X = 123, Y = 456
```

Kifejezések beolvasása

- `read(?Kif)`: Beolvas egy ponttal lezárt kifejezést és egyesíti `Kif`-fel. (File végénél `Kif = end_of_file`.)
- `read_term(?Kif, +Opciók)`: Mint `read/1`, de az `Opciók` opciólistát is figyelembe veszi.
- Példa – botcsinálta programbeolvasó:

```
consult_body :-
    repeat,
        read(Term),
        (   Term = end_of_file -> true
        ;   assertz(Term), fail
        ),
    !.

| ?- consult_body.
|: p(X) :- q(X), r(X).
|: ^D
yes
```

```
| ?- listing([p/1]).
p(A) :-
        q(A),
        r(A).
yes
```

Be- és kiviteli csatornák

- Csatornák megnyitása és kezelése:
  - `open(@Filenév, @Mód, -Csatorna)`: Megnyitja a `Filenév` nevű állományt `Mód` módban (`read`, `write` vagy `append`). A `Csatorna` argumentumban visszaadja a megnyitott csatorna „nyelét”.
  - `set_input(@Csatorna)`, `set_output(@Csatorna)`: Az ezt követő beviteli/kiviteli eljárások `Csatorna`-t használják majd (jelenlegi csatorna).
  - `current_input(?Csatorna)`, `current_output(?Csatorna)`: A jelenlegi beviteli/kiviteli csatornát egyesíti `Csatorna`-val.
  - `close(@Csatorna)`: Lezárja a `Csatorna` csatornát.
- Explicit csatornamegadás be- és kiviteli eljárásokban
  - Az eddig ismertetett összes be- és kiviteli eljárásnak van egy eggyel több argumentumú változata, amelynek első argumentuma a csatorna. Ezek: `write/2`, `writeq/2`, `write_canonical/2`, `write_term/3`, `print/2`, `read/2`, `read_term/3`, `format/3`, `put_code/2`, `tab/2`, `nl/1`, `get_code/2`, `peek_code/2`.

Egy egyszerűbb be- és kiviteli szervezés: DEC10 I/O

- `see(@Filenév)`, `tell(@Filenév)`: Megnyitja a `Filenév` file-t olvasásra/írásra és a jelenlegi csatornává teszi. Újabb híváskor csak a jelenlegi csatornává teszi.
- `seeing(?Filenév)`, `telling(?Filenév)`: A jelenlegi beviteli/kiviteli csatorna állománynevét egyesíti `Filenév`-vel.
- `seen`, `told`: Lezárja a jelenlegi beviteli/kiviteli csatornát.
- Példák – nagyon egyszerű `consult` variánsok:

```
consult_dec10_style(File) :-
    seeing(Old), see(File),
    repeat,
        read(Term),
        (   Term = end_of_file
        ->  seen
        ;   assertz(Term), fail
        ),
    !,
    see(Old).
```

```
consult_with_streams(File) :-
    open(File, read, S),
    repeat,
        read(S, Term),
        (   Term = end_of_file
        ->  close(S)
        ;   assertz(Term), fail
        ),
    !.
```

Hibakezelési beépített eljárások

- Hibahelyzetet beépített eljárás rossz argumentumokkal való meghívása, vagy a `throw/1` (`raise_exception/1`) eljárás válthat ki.
- Minden hibahelyzetet egy Prolog kifejezés (ún. hiba-kifejezés) jellemez.
- Hiba „dobása”, azaz a `HibaKif` hibahelyzet kiváltása:
  ```
  throw(@HibaKif),
  raise_exception(@HibaKif)
  ```
- Hiba „elkapása”:
  ```
  catch(:+Cél, ?Minta, :+Hibaág),
  on_exception(?Minta, :+Cél, :+Hibaág)
  ```
  - Hatása: Futtatja a `Cél` hívást.
    - Ha `Cél` végrehajtása során hibahelyzet nem fordul elő, futása azonos `Cél`-lal.
    - Ha `Cél`-ban hiba van, a hiba-kifejezést egyesíti `Mintá`-val.
    - Ha ez sikeres, meghívja a `Hibaág`-at.
    - Ellenkező esetben továbbdobja a hiba-kifejezést, hogy a további körülvevő `catch` eljárások esetleg elkaphassák azt.

Programfejlesztési beépített eljárások (SICStus specifikusak)

- `set_prolog_flag(+Jelző, @Érték)`: `Jelző` értékét `Érték`-re állítja.
- `current_prolog_flag(?Jelző, ?Érték)`: `Jelző` pillanatnyi értéke `Érték`.
- Néhány fontos Prolog jelző:
  - `argv`: csak olvasható, a parancssorbeli argumentumok listája.
  - `unknown`: viselkedés definiálatlan eljárás hívásakor (`trace`, `fail`, `error`).
  - `source_info`: forrásszintű nyomkövetés (`on`, `off`, `emacs`).
- `consult(:@Files)`, `[:@File,...]`: Betölti a `File`(ok)at, interpretált alakban.
- `compile(:@File)`: Betölti a `File`(ok)at, leforditott alakot hozva létre.
- `listing`: Kiírja az összes interpretált eljárást az aktuális kimenetre.
- `listing(:@EljárásSpec)`: Kiírja a megnevezett interpretált eljárásokat.
- Itt és később: `EljárásSpec` – név vagy funktor, eseteg modul-kvalifikációval ellátva, ill. ezek listája, pl. `listing(p)`, `listing([m:q,p/1])`.

Programfejlesztési eljárások (folytatás)

- `statistics`: Különféle statisztikákat ír ki az aktuális kimenetre.
- `statistics(?Fajta, ?Érték)`: `Érték` a `Fajta` fajtájú mennyiség értéke.
  - Példa: `statistics(runtime, E)` $\Longrightarrow$ `E=[Tdiff, T]`, `Tdiff` az előző lekérdezés óta, `T` a rendszerindítás óta eltelt idő, ezredmásodpercben.
- `break`: Egy új interakciós szintet hoz létre.
- `abort`, `halt`: Kilép a legkülső interakciós szintre ill. a Prolog rendszerből.
- `trace`: Elindítja az interaktív nyomkövetést.
- `debug`, `zip`: Elindítja a szelektív nyomkövetést, csak spion-pontoknál áll meg.
  (A `zip` mód gyorsabb, de nem gyűjt annyi információt mint a `debug` mód.)
- `nodebug`, `notrace`, `nozip`: Leállítja a nyomkövetést.
- `spy(:@EljárásSpec)`: Spion-pontot tesz a megadott eljárásokra.
- `nospy(:@EljárásSpec)`: Megszünteti a megadott spion-pontokat.
- `nospyall`: Az összes spion-pontot megszünteti.

Tartalom

Külső nyelvi interfész (kiegészítő anyag)

- Hagyományos (pl. C nyelvű) programrészek meghívásának módja:
  - A Prolog rendszer elvégzi az átalakítást a Prolog alak és a külső nyelvi alak között. Kényelmesebb, biztonságosabb mint a másik módszer, de kevésbé hatékony. Többnyire csak egyszerű adatokra (egész, valós, atom). (MProlog)
  - A külső nyelvi rutin pointereket kap Prolog adatstruktúrákra, valamint hozzáférési algoritmusokat ezek kezelésére. Nehézkesebb, veszélyesebb, de jóval hatékonyabb mint az előző megoldás. Összetett adatok adásvételére is jó. (SWI, SICStus)

Külső nyelvi interfész – példa (kiegészítő anyag)

- A példa a `library(bdb)` megvalósításából származik.
- A C nyelven megirandó eljárás Prolog hívási alakja:
  `index_keys(+`*Spec*`, +`*Kif*`, -`*Kulcs*`, -`*Szám*`)`
- A megirandó eljárás jelentése:
  - Ha *Spec* és *Kif* különböző funktorú kifejezések, akkor *Szám* `= -1` és *Kulcs* `= []`.
  - Egyébként, ha *Spec* valamelyik argumentuma + és *Kif* megfelelő argumentuma változó, akkor *Szám* `= -2` és *Kulcs* `= []`.
  - Egyébként *Szám* a *Spec* argumentumaként előforduló + névkonstansok száma, *Kulcs* pedig *Kif* megfelelő argumentumainak *kivonatából* képzett lista. A kivonat lényegében az argumentum funktora, azzal az eltéréssel, hogy a konstansok kivonata maga a konstans, struktúrák esetén pedig a struktúra neve és az aritása külön elemként kerül a kivonat-listába.

Külső nyelvi interfész – példa (SICStus 3) – kiegészítő anyag

- A példaeljárás használata

```
| ?- [ixtest].
| ?- index_keys(f(+, -, +, +),
                f(12.3, _, s(1, _, z(2)), t),
                Kulcs, Szam).
Kulcs = [12.3,s,3,t], Szam = 3 ?
```

- Az `ixtest.pl` Prolog file tartalmazza az interfész specifikációját:

```
foreign(ixkeys, index_keys(+term, +term, -term, [-integer])).
                            % 1. arg: bemenő, általános kifejezés
                            % 2. arg: bemenő, általános kifejezés
                            % 3. arg: kimenő, általános kifejezés
                            % 4. arg: a C függvény értéke, egész (long)
foreign_resource(ixkeys, [ixkeys]).

:- load_foreign_resource(ixkeys).
```

- A C programot elő kell készíteni a Prolog számára az `splfr` (link foreign resource) eszköz segítségével:

```
splfr ixkeys ixtest.pl +c ixkeys.c
```

Külső interfész – a C kód (ixkeys.c állomány, kieg. anyag)

```
#include <sicstus/sicstus.h>

#define NA -1  /* not applicable */
#define NI -2  /* instantiatedness */

long ixkeys(SP_term_ref spec,
      SP_term_ref term, SP_term_ref list)
{
  unsigned long sname, tname, plus;
  int sarity, tarity, i;
  long ret = 0;
  SP_term_ref arg = SP_new_term_ref(),
              tmp = SP_new_term_ref();

  SP_get_functor(spec, &sname, &sarity);
  SP_get_functor(term, &tname, &tarity);
  if (sname != tname || sarity != tarity)
    return NA;

  plus = SP_atom_from_string("+");
  for (i = sarity; i > 0; --i) {
   unsigned long t;
   SP_get_arg(i, spec, arg);
   SP_get_atom(arg, &t); /* no check */
   if (t != plus) continue;

   SP_get_arg(i, term, arg);
   switch (SP_term_type(arg)) {
   case SP_TYPE_VARIABLE:
     return NI;
   case SP_TYPE_COMPOUND:
     SP_get_functor(arg, &tname, &tarity);
     SP_put_integer(tmp, (long)tarity);
     SP_cons_list(list, tmp, list);
     SP_put_atom(arg, tname);
     break;
   }
   SP_cons_list(list, arg, list); ++ret;
  }
  return ret;
}
```

Hasznos lehetőségek SICStus Prolog-ban (kieg. anyag)

- Tetszőleges nagyságú egész számok
  pl.:

```
| ?- fakt(40,F).

F = 815915283247897734345611269596115894272000000000 ?
```

- Globális változók (Blackboard)

  `bb_put(Kulcs, Érték)`
  A `Kulcs` kulcs alatt eltárolja `Érték`-et, az előző értéket, ha van, törölve.
  (`Kulcs` egy (kis) egész szám vagy névkonstans lehet.)

  `bb_get(Kulcs, Érték)`
  Előhívja `Érték`-be a `Kulcs` értékét.

  `bb_delete(Kulcs, Érték)`
  Előhívja `Érték`-be a `Kulcs` értékét, majd kitörli.

Hasznos lehetőségek SICStus-ban kieg. anyag, folyt.)

- Visszaléptethető módon változtatható kifejezések

  `create_mutable(Adat, ValtKif)`
  `Adat` kezdőértékkel létrehoz egy új változtatható kifejezést, ez lesz `ValtKif`. `Adat` nem lehet üres változó.

  `get_mutable(Adat, ValtKif)`
  `Adat`-ba előveszi `ValtKif` pillanatnyi értékét.

  `update_mutable(Adat, ValtKif)`
  A `ValtKif` változtatható kifejezés új értéke `Adat` lesz. Ez a változtatás visszalépéskor visszacsinálódik. `Adat` nem lehet üres változó.

- Takarító eljárás

  `call_cleanup(Hivas, Tiszito)`
  Meghívja `call(Hivas)`-t és ha az véglegesen befejezte futását, meghívja `Tiszito`-t. Egy eljárás akkor fejezte be véglegesen a futását, ha további alternatívák nélkül sikerült, meghiúsult vagy kivételt dobott.

Fejlett vezérlési lehetőségek SICStusban (kieg. anyag)

Blokk-deklarációk

- Példa:

  ```
  :- block p(-, ?, -, ?, ?).
  ```

  Jelentése: ha az első és a harmadik argumentum is behelyettesítetlen változó (blokkolási feltétel), akkor a `p` hívás felfüggesztődik.

  Ugyanarra az eljárásra több vagylagos feltétel is szerepelhet, pl.
  `:- block p(-, ?), p(?, -).`

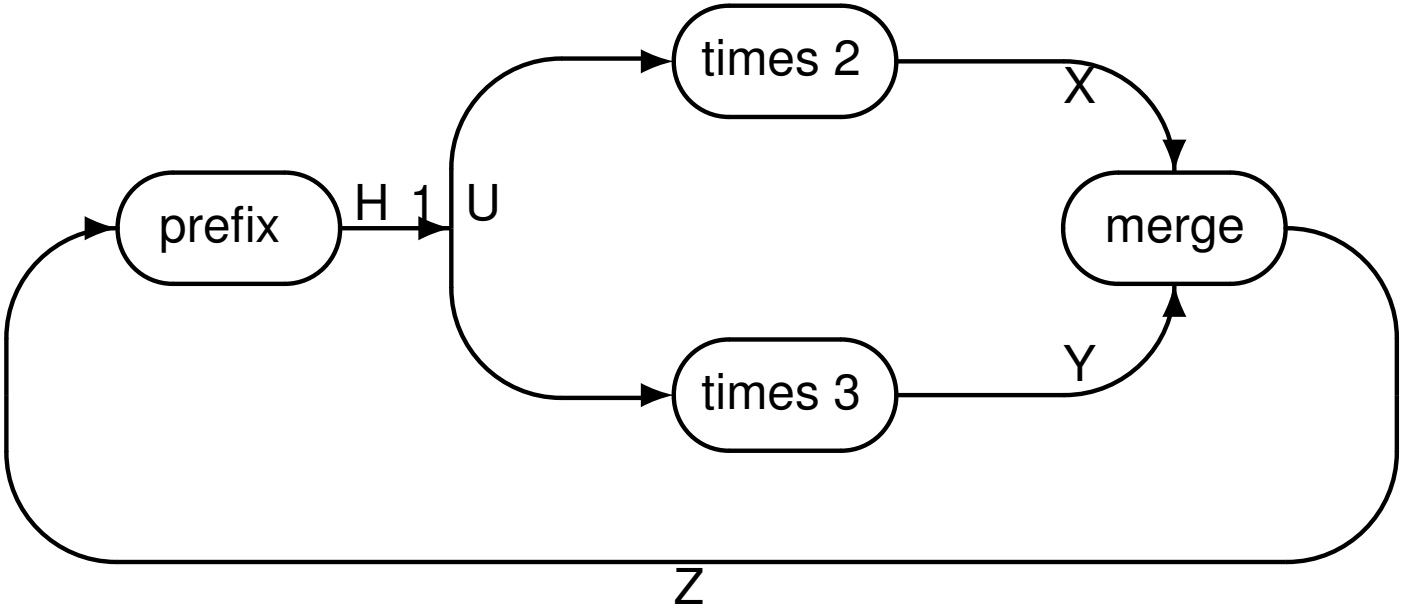
- Végtelen választási pontok kiküszöbölése blokk-deklarációval

  ```
  :- block append(-, ?, -).

  append([], L, L).
  append([X|L1], L2, [X|L3]) :-
      append(L1, L2, L3).
  ```

Blokk-deklarációk (kieg. anyag, folyt.)

- Generál-és-ellenőriz típusú programok gyorsítása
  - általában nem hatékonyak (pl megrajzolja_1), mert túl sok visszalépést használnak
  - korutinszervezéssel a generáló és ellenőrző rész „automatikusan” összefésülhető
  - ehhez az ellenőrző részt kell előre tenni és megfelelően blokkolni
- Korutinszervezésre épülő programok
  - Példa: egyszerűsített Hamming feladat
    - keressük a $2^i * 3^j (i \geq 1, j \geq 1)$ alakú számok közül az első `N` darabot nagyság szerint rendezve.
    - „stream-and-parallelism” közelítésmódot használva korutinszervezéssel egyszerűen lehet megoldani

Hamming probléma (kieg. anyag)




```
% A H lista az első N, csak a 2 és 3 tényezőkből álló szám.
hamming(N, H) :-
     U = [1|H], times(U, 2, X), times(U, 3, Y),
     merge(X, Y, Z), prefix(N, Z, H).

% times(X, M, Z): A Z lista az X elemeinek M-szerese
:- block times(-, ?, ?).
times([A|X], M, Z) :- B is M*A, Z = [B|U], times(X, M, U).
times([], _, []).
```

Hamming probléma (kieg. anyag, folyt.)

```
% merge(X, Y, Z): Z az X és Y összefésülése.
:- block merge(-, ?, ?), merge(?, -, ?).
% Csak akkor fusson, ha az első két argumentum ismert
merge([A|X], [B|Y], V) :-
     A < B, !, V = [A|Z], merge(X, [B|Y], Z).
merge([A|X], [B|Y], V) :-
     B < A, !, V = [B|Z], merge([A|X], Y, Z).
merge([A|X], [A|Y], [A|Z]) :-
     merge(X, Y, Z).
merge([], X, X) :- !.
merge(_, [], []).

% prefix(N, X, Y): Az X lista első N eleme Y.
prefix(0, _, []) :- !.
prefix(N, [A|X], [A|Y]) :-
     N > 0, N1 is N-1, prefix(N1, X, Y).
```

Korutinszervező eljárások (kieg. anyag)

- `freeze(X, Hivas)`
  `Hivas`t felfüggeszti mindaddig, amig `X` behelyettesítetlen változó.
- `frozen(X, Hivas)`
  Az `X` változó miatt felfüggesztett hívás(oka)t egyesíti `Hivas`-sal.
- `dif(X, Y)`
  `X` és `Y` nem egyesíthető. Mindaddig felfüggesztődik, amig ez el nem dönthető.
- `call_residue_vars(Hivas, Valtozok)`
  `Hivas`-t végrehajtja, és a `Valtozok` listában visszaadja mindazokat az új (a `Hivas` alatt létrejött) változókat, amelyekre vonatkoznak felfüggesztett hívások. Pl.

```
| ?- call_residue_vars((dif(X,f(Y)), X=f(Z)), Vars).
     X = f(Z),
     Vars = [Z,Y],
     prolog:dif(f(Z),f(Y)) ?
```

SICStus könyvtárak (kieg. anyag)

- Könyvtár betöltése `:- use_module(library(`*könyvtárnév*`)).`
- A legfontosabb könyvtárak
  - `avl` – AVL fák segítségével megvalósított „asszociációs listák” (kiterjeszthető leképezések Prolog kifejezések között)
  - `atts` – tetszőleges attributumok hozzárendelése Prolog változókhoz, tárolórekeszként és az egyesítés módosítására is használható
  - `bdb` – Prolog kifejezések állományokban való tárolására szolgáló adatbázis, felhasználó által definiált többszörös indexelési lehetőséggel
  - `between` – számintervallumok felsorolása
  - `codesio` – karakterlistából olvasó ill. abba író be- és kiviteli eljárások
  - `file_systems` – állományok és könyvtárak kezelése
  - `heaps` – bináris kazal (heap), pl. prioritásos sorokhoz (priority queue)
  - `lists` – listakezelő alapműveletek
  - `logarr` – logaritmikus elérési idejű kiterjeszthető tömbök
  - `odbc` – ODBC adatbázis interfész
  - `ordsets` – halmazműveletek (halmaz ≡ `@<` szerint rendezett lista)
  - `queues` – sorokra (queue, FIFO store) vonatkozó műveletek

Legfontosabb SICStus könyvtárak, kieg. anyag, folyt.

- `random` – véletlenszám-generátor
- `samsort` – általános rendezés (nem szűri az ismétlődő elemeket)
- `sockets` – socket interfész
- `system` – operációsrendszer-szolgáltatások elérése
- `terms` – általános Prolog kifejezések kezelése (pl. változók kigyűjtése)
- `timeout` – célok futási idejének korlátozása
- `trees` – az `arrays` könyvtárhoz hasonló, de nem-kiterjeszthető logaritmikus elérési idejű tömbfogalom, bináris fákkal
- `ugraphs` – élcimkék nélküli irányított és irányítatlan gráfok
- `wgraphs` – irányított és irányítatlan gráfok, egészértékű élcimkékkel
- `linda/client` és `linda/server` – Linda-szerű processzkommunikáció
- `clpb` – Boole-értékekre vonatkozó korlátmegoldó (constraint solver)
- `clpq` és `clpr` – korlátmegoldó a racionálisak és a valósok tartományán
- `clpfd` – véges tartományokra vonatkozó korlátmegoldó
- `tcltk` – A *Tcl/Tk* nyelv és eszközkészlet elérése
- `gauge` – Prolog programok a teljesítményvizsgálata `tcltk` grafikus felülettel

Új irányzatok a logikai programozásban – kitekintés (kieg. anyag)

- Bevezetés a Logikai Programozásba c. jegyzet 6. fejezete:
  - Párhuzamos megvalósítások
  - Az Andorra-I rendszer rövid bemutatása
  - A Mercury nagyhatékonyságú LP megvalósítás
  - Korlát-logikai programozás (Constraint Logic Programming – CLP)
- Az utolsó két témával foglalkozik a **„Nagyhatékonyságú deklaratív programozás”** c. MSc szakirányos tárgy

VII. rész

Haladó Erlang

Prolog és Erlang: néhány eltérés és hasonlóság

Prolog	**Erlang**
predikátum, kétféle érték	függvény, értéke tetsz. típusú
siker esetén változóbehelyettesítés	csak bemenő argumentum és visszatérési érték van
választási pontok, többféle megoldás	determinizmus, egyetlen mo.
$\mathtt{C}_1, \ldots, \mathtt{C}_n$ célsor., redukció+visszalépés	$\mathtt{S}_1, \ldots, \mathtt{S}_n$ szekv. kif., értéke $\mathtt{S}_n$
összetett kifejezés (struktúra), a lista is	ennes, lista típusok (tuple, list)
operátor definiálása	-
egyesítés szimmetrikus	jobb oldalon tömör kif., bal oldalon mintakif.; őrfeltételekkel

- Néhány hasonlóság:
  - a függvény is klózokból áll, kiválasztás mintaillesztéssel, sorrendben
  - a függvényt is a funktora (pl. `bevezeto:fac/1`) azonosítja
  - változóhoz csak egyszer köthető érték
  - lista szintaxisa (de: Erlangban önálló típus), sztring (füzér), atom

Tartalom

Kivételkezelés

- Kivétel jelzése háromféle *kivételtípussal* lehetséges
  - `throw(Why)`
    Olyan hiba jelzésére, amelynek kezelése várható az alkalmazástól, vagy egyszerűen mély hívásból visszatérni
  - `exit(Why)`
    A futó processz befejezésére
  - `error(Why)`
    Rendszerhiba jelzésére, amelynek kezelése komplex
- Kivétel elkapása kétféleképpen lehetséges
  - `try ... catch` kifejezéssel
  - `catch` kifejezéssel:
    - visszaadja a keletkező kivétel termjét, vagy ha nincs hiba, a kifejezés kiértékelését
    - debughoz hasznos, könnyen felderíthető a kivétel pontos értéke

Kivételkezelés: `try ... catch`

```
try Kifejezés [of
    Minta1 [when ŐrSz1] -> Kif1;
    ...
    Mintan [when ŐrSzn] -> Kifn]
catch
    ExTípus1: ExMinta1 [when ExŐrSz1] -> ExKif1;
    ...
    ExTípusn: ExMintan [when ExŐrSzn] -> ExKifn
[after
    AfterKif]
end
```

- Ha a `Kifejezés` kiértékelése sikeres, az értékét az Erlang megpróbálja az `of` és `catch` közötti mintákra illeszteni
- Ha a kiértékelés sikertelen, az Erlang a jelzett kivételt próbálja meg illeszteni a `catch` és `after` közötti mintákra
- Minden esetben kiértékeli az `after` és `end` közötti kifejezést
- A `try` szerkezet speciális esete a `case`, amelyben nincs kivételkezelés

Példák try ... catch és catch használatára

kiv.erl – Példák kivételkezelésre

```
% Ha Fun(Arg) hibát ad, 'error', különben {ok, Fun(Arg)}.
safe_apply(Fun, Arg) -> try Fun(Arg) of
                            V -> {ok,V}
                        catch   throw:_Why -> error;
                                error:_Why -> error
                        end. % például error:function_clause
```

```
2> lists:last([a,b,c]).
c
3> lists:last([]).
** exception error: no function clause matching lists:last([])
4> catch lists:last([]).
{'EXIT',{function_clause,[...% stack trace]}}
5> kiv:safe_apply(fun lists:last/1, [a,b,c]).
{ok,c}
6> kiv:safe_apply(fun lists:last/1, []).
error
```

Példa try ... catch és catch használatára

kiv.erl – folytatás

```
genExc(A,1) -> A;
genExc(A,2) -> throw(A);
genExc(A,3) -> exit(A);
genExc(A,4) -> error(A).

tryGenExc(X,I) -> try genExc(X,I) of
                      Val -> {I, 'Lefutott', Val}
                  catch
                      throw:X -> {I, 'Kivetelt dobott', X};
                      exit:X  -> {I, 'Befejezodott', X};
                      error:X -> {I, 'Sulyos hibat jelzett', X}
                  end.
```

```
7> [kiv:tryGenExc(X,I) || {X,I} <- [{'No',1},{'Th',2},{'Ex',3},{'Er',4}]].
[{1,'Lefutott','No'}, {2,'Kivetelt dobott','Th'}, {3,'Befejezodott','Ex'},
 {4,'Sulyos hibat jelzett','Er'}]
8> [catch kiv:genExc(X,I) || {X,I}<-[{'No',1},{'Th',2},{'Ex',3},{'Er',4}]].
['No','Th', {'EXIT','Ex'}, {'EXIT',{'Er',[% stack trace]}}]
```

Tartalom

Modul

- Modul: attribútumok és függvénydeklarációk sorozata
- Attribútumok

`-module(Modname).`	Modulnév: atom
`-export([F1/Arity1,...]).`	Kívülről is látható függvények listája
`-import(Modname,[F1/Arity1,...])`	Más modulok modulnév nélkül használható függvényeinek listája
`-compile(Opciók).`	Fordítási opciók
`-include("filename.hrl").`	Rekord definíciós fájl beemelése
`-define(Makrónév,Helyettesítés).`	Makró manipuláció
`-undef,-ifdef,-ifndef,-else,-endif`	Feltételes fordítás
`-vsn(Verzióleírás).`	Verzióinfó
`-saját_attribútum(Info).`	Bővíthető saját attribútummal

- Modulinformációk lekérdezése: `m(Modname)`, `Modname:module_info()`

```
2> m(khf).
...
3> khf:module_info().
...
```

Rekord

- Ha egy ennesnek sok a tagja, nehéz felidézni, melyik tag mit jelent
- Ezért vezették be a rekordot - bár önálló rekordtípus nincs
- Rekord = címkézett ennes; szintaktikai édesítőszer
- n mezejű rekord = $n+1$ elemű ennes: `{rekordnév, m`$_1$`, ..., m`$_n$`}`
- Rekord deklarálása (csak modulban!):
  `-record(rn,{p`$_1$`=d`$_1$`,...,p`$_n$`=d`$_1$`}),`
  ahol
  - `rn`: rekordnév,
  - `p`$_i$: mezőnév,
  - `d`$_i$: alapértelmezett érték (opcionális).
- Rekord létrehozása és változóhoz kötése:
  `X=#rn{m`$_1$`=v`$_1$`,...,m`$_n$`=v`$_n$`}`
- Egy mezőérték lekérdezése: `X#rn.m`$_i$
- Egy/több mezőérték változóhoz kötése: `#rn{m`$_2$`=V,m`$_4$`=W} = X`

Rekord: példák

A `todo.hrl` rekorddefiníciós fájl tartalma:

```
-record(todo,{sts=remind,who='HP',txt}).
```

- Csak így használhatja több Erlang modul ugyanazt a rekorddefiníciót (`-include("todo.hrl").` attribútum)
- Deklaráció beolvasása (csak Erlang shellben!)

```
1> rr("todo.hrl").
[todo]
```

- Új, alapértelmezett rekord (`X`) létrehozása

```
2> X0 = #todo{}.
#todo{sts = remind,who = 'HP',txt = undefined}
```

- `X1` is új

```
3> X1 = #todo{sts=urgent,who='KR',txt="Fóliák!"}.
#todo{sts = urgent,who = 'KR',txt = "Fóliák!"}
```

- Rekord (`X1`) másolása frissítéssel; `X2` is új

```
4> X2 = X1#todo{sts=done}.
#todo{sts = done,who = 'KR',txt = "Fóliák!"}
```

Rekord: további példák

- Mezőértékek lekérdezése

```
5> #todo{who=W,txt=T} = X2.
#todo{sts = done,who = 'KR',txt = "Fóliák!"}

6> W.
'KR'

7> T.
"Fóliák!"

8> X1#todo.sts.
urgent
```

- Rekorddeklaráció elfelejtetése

```
9> rf(todo).
ok

10> X2.
{todo,done,'KR',"Fóliák!"}
```

A rekord az Erlangon belül: ennes.

Tartalom

Lineáris rekurzív adatstruktúrák – Verem (Stack)

- Lista: rekurzív adatstruktúra: `@type list() = [] | [any()|list()]`
- Verem: ennessel valósítjuk meg, listával triviális lenne
- Műveletek: üres verem létrehozása, verem üres voltának vizsgálata, egy elem berakása, utoljára berakott elem leválasztása

stack.erl

```
%% @type stack() = empty | {any(),stack()}

empty() -> empty.

is_empty(empty) -> true;
is_empty({_,_}) -> false.

push(X, empty)      -> {X,empty};
push(X, {_X,_S}=S) -> {X,S}.      % {_X,_S}=S: réteges minta

pop(empty) -> error;
pop({X,S}) -> {X,S}.
```

Verem példák

```
2> S1 = stack:push(1, stack:empty()).
{1,empty}
3> S2 = stack:push(2, S1).
{2,{1,empty}}
4> S3 = stack:push(3, S2).
{3,{2,{1,empty}}}
```

- Pl. megfordíthatunk egy listát; 1. lépés: verembe tesszük az elemeket

```
5> Stack = lists:foldl(fun stack:push/2, stack:empty(), "szoveg").
{103,{101,{118,{111,{122,{115,empty}}}}}}
```

- 2. lépés: a verem elemeit sorban kivesszük és listába fűzzük

stack.erl – folytatás

```
% to_list(S) az S verem elemeit tartalmazó lista LIFO sorrendben.
to_list(empty) -> [];
to_list({X,S}) -> [X|to_list(S)].
```

```
6> stack:to_list(Stack).
"gevozs"
```

Elágazó rekurzív adatstruktúrák (pl. bináris fa)

- Műveletek bináris fákon: létrehozása, mélysége, leveleinek száma

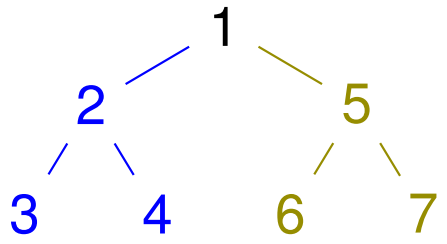
tree.erl – Műveletek bináris fákon: létrehozása, mélysége, leveleinek száma

```
% @type btree() = leaf | {any(),btree(),btree()}.

empty() -> leaf.                    % Üres fa.

node(V, Lt, Rt) -> {V,Lt,Rt}.       % Lt és Rt fák összekapcsolása
                                    % egy új V értékű csomóponttal.

depth(leaf)       -> 0;             % Fa legnagyobb mélysége.
depth({_,Lt,Rt}) -> 1 + erlang:max(depth(Lt), depth(Rt)).

leaves(leaf)       -> 1;            % Fa leveleinek száma.
leaves({_,Lt,Rt}) -> leaves(Lt) + leaves(Rt).
```

Bináris fa (folyt.): listából fa, fából lista

```
L=empty(), T=node(1, node(2, node(3,L,L),
                             node(4,L,L)),
                     node(5, node(6,L,L),
                             node(7,L,L)))
```

$\rightsquigarrow$



T $\mapsto$ `{1,{2,{3,leaf,leaf},{4,leaf,leaf}},{5,{6,leaf,leaf},{7,leaf,leaf}}}`

`tree.erl` – folytatás

```
to_list_prefix(leaf)       -> [];
to_list_prefix({V,Lt,Rt}) ->
    [V] ++ to_list_prefix(Lt) ++ to_list_prefix(Rt).

to_list_infix(leaf)       -> [];
to_list_infix({V,Lt,Rt}) ->
    to_list_infix(Lt) ++ ([V] ++ to_list_infix(Rt)).

from_list([]) -> empty();
from_list(L)  -> {L1,[X|L2]} = lists:split(length(L) div 2, L),
                 node(X, from_list(L1), from_list(L2)).
```

Elágazó rekurzív adatstruktúrák – könyvtárszerkezet

```
2> Home = {d,"home",                          %   home
           [{d,"kitti",                       %   home/kitti
               [{d,".firefox",[]},            %   home/kitti/.firefox
                {f,"dir.erl"},                %   home/kitti/dir.erl
                {f,"khf1.erl"},               %   home/kitti/khf1.pl
                {f,"khf1.pl"}]},              %   home/kitti/khf1.erl
            {d,"ludvig",[]}]}.                %   home/ludvig
```

`dir.erl` – Könyvtárszerkezet kezelése

```
% @type tree()      = file() | directory().
% @type file()      = {f, name()}.
% @type directory() = {d, name(), [tree()]}.
% @type name()      = string().

% Fa mérete (könyvtárak és fájlok számának összege).
count({f,_})   -> 1;
count({d,_,L}) -> 1 + lists:sum([count(I) || I <- L]).
```

Könyvtárszerkezet – folytatás

dir.erl – Könyvtárszerkezet kezelése (folytatás)

```
% @spec subtree(Path::[name()], Tree::tree()) -> tree() | notfound.
% Tree fa Path útvonalon található részfája.
subtree([Name], {f,Name} = Tree)                -> Tree;
subtree([Name], {d,Name,_} = Tree)              -> Tree;
subtree([Name|[Sub|_]=SubPath], {d,Name,L}) ->
    case lists:keyfind(Sub, 2, L) of
        false   -> notfound;
        SubTree -> subtree(SubPath, SubTree)
    end;
subtree(_, _)                                   -> notfound.
```

```
3> dir:subtree(string:tokens("home/kitti/.firefox", "/"), Home).
{d,".firefox",[]}
4> dir:subtree(string:tokens("home/kitti/firefox", "/"), Home).
notfound
```

Tartalom

Rekurzió alapesetek

- Lineáris rekurzió
  Példa: lista összegének meghatározása

  `rek.erl` – Rekurzió példák

```
sum([])     -> 0;
sum([H|T]) -> H + sum(T).
```

- Elágazó rekurzió (Tree recursion)
  Példa: bináris fa leveleinek száma

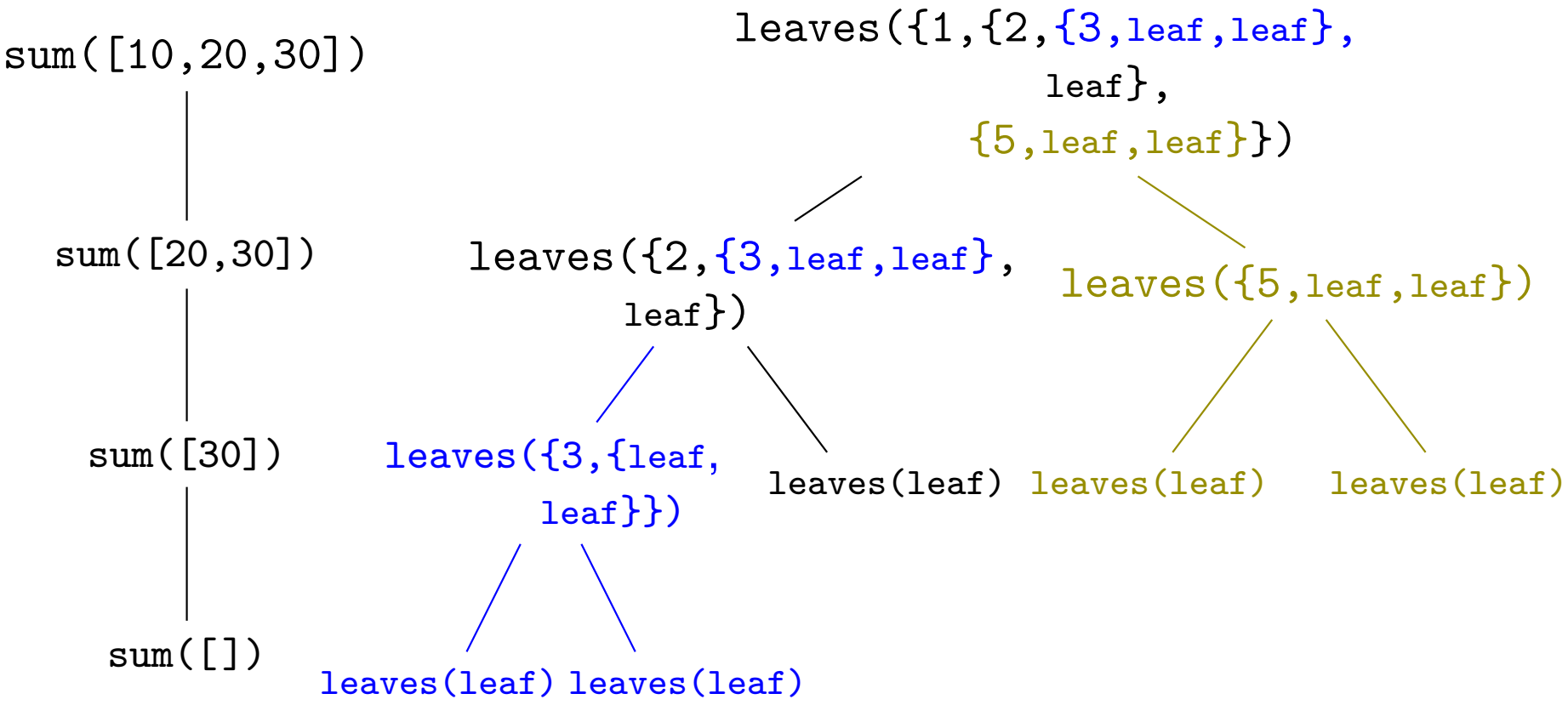
```
% @type btree() = leaf | {any(),btree(),btree()}.
leaves(leaf)       -> 1;
leaves({_,Lt,Rt}) -> leaves(Lt) + leaves(Rt).
```

- Mindkettőből *rekurzív folyamat* jön létre, ha alkalmazzuk: minden egyes rekurzív hívás mélyíti a vermet
- Például `sum/1` az egész listát kiteríti a vermen: `sum([1,2,3])` $\rightarrow$

`1 + sum([2,3])` $\rightarrow$ `1 + (2 + sum([3]))` $\rightarrow$ `1 + (2 + (3 + sum([])))`

Rekurzív folyamat erőforrásigénye

- Hívási fa (call graph, CG): futás során meghívott függvények



- A lépések száma főként a *CG méretének* függvénye
- A tárigény (veremigény) főként a *CG mélységének* függvénye[7]

[7] itt lineáris függvénye

Jobbrekurzió, iteráció

Gyakran érdemes akkumulátorok bevezetésével jobbrekurzióvá alakítani

- Példa: lista összegének meghatározása

```
sumi(L) -> sumi(L,0).

sumi([], N)     -> N;
sumi([H|T], N) -> sumi(T, N+H).
```

- A segédfüggvényt jobb nem exportálni, hogy elrejtsük az akkumulátort
- A jobbrekurzióból *iteratív folyamat* hozható létre, amely nem mélyíti a vermet: `sumi/2` tárigénye konstans: `sumi([1,2,3],0)` $\rightarrow$ `sumi([2,3],1)` $\rightarrow$ `sum([3],3)` $\rightarrow$ `sum([],6)`
- Ne tévesszük össze egymással a rekurzív számítási folyamatot és a rekurzív függvényt, eljárást!
  - Rekurzív függvény esetén csupán a szintaxisról van szó, arról, hogy hivatkozik-e a függvény, eljárás *önmagára*
  - Folyamat esetében viszont a folyamat menetéről, lefolyásáról beszélünk
- Ha egy függvény *jobbrekurzív (tail-recursive),* a megfelelő folyamat – az értelmező/fordító jóságától függően – lehet iteratív

Rekurzív folyamat erőforrásigénye – Példák

Példa[8]	Lépések (CG méret)	CG mélység	Tárigény $\approx$ mélység$*$|állapot|
`sum(lists:seq(1, n))`	$\Theta(n)$	$\Theta(n)$	$\Theta(n) \cdot \Theta(\log n)$
`sumi(lists:seq(1, n))`	$\Theta(n)$	$\Theta(1)$ (konst.)	$\Theta(1) \cdot \Theta(\log n)$
`SEND+MORE=MONEY` kimerítő keresés, itt $n = 8$	$\Theta(10^n)$	$\Theta(n)$	$\Theta(n) * \Theta(\log n)$
Mastermind (m, h) kimerítő keresés, tipikusan $h \leq 20$	$\Theta(m^h)$	$\Theta(h)$	$\Theta(h \cdot mh \log m)$

- A rekurzióból fakadó tárigény lehet jelentős is (vö `sum/1`, `sumi/1`), és lehet elhanyagolható is a lépésekhez képest (SMM, Sudoku, MMind)
- Az eljárások, függvények olyan *minták*, amelyek megszabják a számítási folyamatok, processzek menetét, *lokális* viselkedését
- Egy számítási folyamat *globális* viselkedését (pl. idő- és tárigény) általában nehéz megbecsülni, de törekednünk kell rá

[8] $f(n) = \Theta(g(n))$ jelentése: $g(n) \cdot k_1 \leq f(n) \leq g(n) \cdot k_2$ valamilyen $k_1, k_2 > 0$-ra

A jobbrekurzió mindig *nagyságrendekkel* előnyösebb? Nem!

- A jobbrekurzív `sumi(L1)` össz-tárigénye konstans (azaz $\Theta(1)$), a lineáris-rekurzív `sum(L1)` össz-tárigénye Θ(`length(L1)`)
- Melyiknek alacsonyabb az össz-tárigénye?
  - `bevezeto:append(L1,L2)`
  - `R1=lists:reverse(L1),bevezeto:revapp(R1,L2)` *`% jobbrek.`*
- `append` kiteríti `L1` elemeit a vermen, ennek tárigénye Θ(`length(L1)`), majd ezeket `L2` elé fűzi, így tárigénye Θ(`length(L1)+length(L2)`)
- `revapp(R1,L2)` iteratív számítási folyamat, nem mélyíti a vermet, de `revapp` felépíti az `L1++L2` akkumulátort, ennek tárigénye szintén Θ(`length(L1)+length(L2)`)
- A jobbrekurzív `revapp` össz-tárigénye *nagyságrendileg* hasonló, mint a lineáris-rekurzív `append` függvényé!
- Ha az akkumulátor mérete nem konstans (azaz $\Theta(1)$), meggondolandó a jobbrekurzió...

Elágazó rekurzió példa: Fibonacci-sorozat

Kiegészítő anyag

- Amikor hierarchikusan strukturált adatokon kell műveleteket végezni, pl. egy fát kell bejárni, akkor az elágazó rekurzió nagyon is természetes és hasznos eszköz
- Az elágazó rekurzió numerikus számításoknál az algoritmus első megfogalmazásakor is hasznos lehet; példa: írjuk át a Fibonacci-számok matematikai definícióját programmá – 0,0,1,1,2,3,5,8,13,...

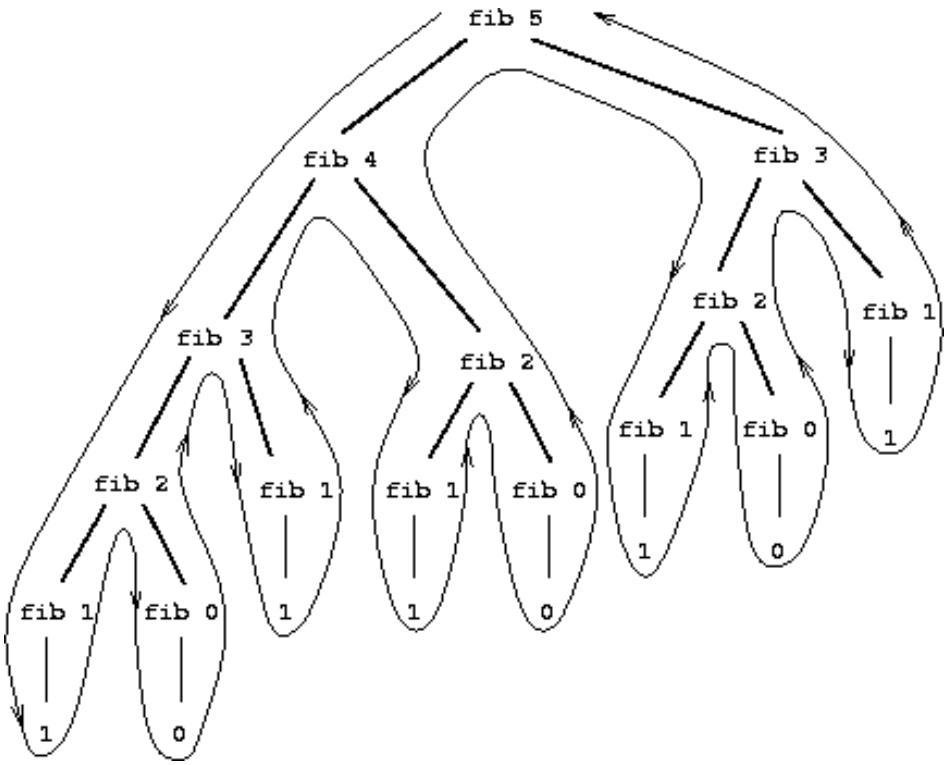
$$F(n) = \begin{cases} 0 & \text{ha } n = 0, \\ 1 & \text{ha } n = 1, \\ \mathtt{F(n-1)} + \mathtt{F(n-2)} & \text{különben.} \end{cases}$$

Naív Fibonacci, előfelt.: $N \in \mathcal{N}$

```
fib(0) -> 0;
fib(1) -> 1;
fib(N) -> fib(N-2) + fib(N-1).
```

- Ha már értjük a feladatot, az első, rossz hatékonyságú változatot könnyebb átírni jó, hatékony programmá. Az elágazó rekurzió segíthet a feladat megértésében.
- *Hivatkozás:* Structure and Interpretation of Computer Programs, 2nd ed., by H. Abelsson, G. J. Sussman, J. Sussman, The MIT Press, 1996

Elágazó rekurzió példa: Fibonacci-sorozat (2)



- Elágazóan rekurzív folyamat hívási fája `fib(5)` kiszámításakor
- Alkalmatlan a Fibonacci-számok előállítására
- A $F(n)$ meghatározásához pontosan $F(n+1)$ levélből álló fát kell bejárni, azaz ennyiszer kell meghatározni $F(0)$-at vagy $F(1)$-et
- $F(n)$ exponenciálisan nő n-nel: $\lim_{n\to\infty} \frac{F(n+1)}{F(n)} = \varphi$, ahol $\varphi = (1+\sqrt{5})/2 \approx 1.61803$, az *aranymetszés* arányszáma

Elágazó rekurzió példa: Fibonacci-sorozat (3)

- A lépések száma tehát $F(n)$-nel együtt exponenciálisan nő n-nel
- A tárigény ugyanakkor csak lineárisan nő n-nel, mert csak azt kell nyilvántartani, hogy hányadik szinten járunk a fában
- A Fibonacci-számok azonban lineáris-iteratív folyamattal is előállíthatók: ha az A és B változók kezdőértéke rendre $F(1) = 1$ és $F(0) = 0$, és ismétlődően alkalmazzuk az $A \leftarrow A + B$, $B \leftarrow A$ transzformációkat, akkor N lépés után $A = F(N + 1)$ és $B = F(N)$ lesz

```
fibi(0) -> 0;                    % fibi(N) az N. Fibonacci-szám.
fibi(N) -> fibi(N-1, 1, 0).

% fibi(N,A,B) az A←A+B, B←A trafó N-szeri ismétlése utáni A.
fibi(0, A, _B) -> A;
fibi(I, A, B)  -> fibi(I-1, B+A, A).
```

- A Fibonacci-példában a lépések száma elágazó rekurziónál n-nel exponenciálisan, lineáris rekurziónál n-nel arányosan nőtt!
- Pl. a `tree:leaves/1` függvény is lineáris rekurzióvá alakítható, de ezzel már nem javítható a hatékonysága: valamilyen LIFO tárolót kellene használni a mélységi bejáráshoz a rendszer stackje helyett

Programhelyesség informális igazolása

- Egy rekurzív programról is be kell látnunk, hogy
  - funkcionálisan helyes (azaz azt kapjuk eredményül, amit várunk),
  - a kiértékelése biztosan befejeződik (nem „végtelen” a rekurzió).
- Ellenpélda: `fib(-1)` végtelen ciklus, bár a paraméter „csökken”!
- Bizonyítása rekurzió esetén egyszerű, *strukturális indukcióval* lehetséges, azaz visszavezethető a teljes indukcióra valamilyen *strukturális tulajdonság* szerint
- Csak meg kell választanunk a strukturális tulajdonságot, amire vonatkoztatjuk az indukciót; pl. a `fib/1` az `N = 0` paraméterre leáll, de a 0 nem a legkisebb egész szám: a *nemnegatív számok halmazában* viszont a legkisebb $\rightarrow$ módosítani kell az értelmezési tartományt
- A `map` példáján mutatjuk be

Programhelyesség informális igazolása (folyt.)

```
% @spec map(fun(A) -> B, [A]) -> [B].
map(_F, [])    -> [];
map(F, [X|Xs]) -> [F(X)|map(F, Xs)].
```

1. A strukturális tulajdonság itt a lista hossza
2. A függvény funkcionálisan helyes, mert
   - belátjuk, hogy a függvény jól transzformálja az üres listát;
   - belátjuk, hogy az `F` jól transzformálja a lista első elemét (a fejét);
   - indukciós feltevés: a függvény jól transzformálja az eggyel rövidebb listát (a lista farkát);
   - belátjuk, hogy a fej transzformálásával kapott elem és a farok transzformálásával kapott lista összefűzése a várt listát adja.
3. A kiértekelés véges számú lépésben befejeződik, mert
   - a lista (mohó kiértékelés mellett!) véges,
   - a függvényt a *rekurzív ágban* minden lépésben egyre rövidülő listára alkalmazzuk (strukturális tulajdonság csökken), és
   - a rekurziót előbb-utóbb leállítjuk (ui. kezeljük az *alapesetet*, ahol a strukturális tulajdonság zérus, van rekurziót nem tartalmazó klóz).

Tartalom

Tagsági vizsgálat

- A halmazt itt egy rendezetlen listával ábrázoljuk
- A műveletek sokkal hatékonyabbak volnának rendezett adatszerkezettel (pl. rendezett lista, keresőfa, hash)
- Erlang STDLIB: sets, ordsets, gb_sets modulok

`set.erl` – Halmazkezelő függvények

```
% @type set() = list().

% empty() az üres halmaz.
empty() ->                          % Az absztrakció miatt szükséges:
    [].                             % ábrázolástól független interfész.

% isMember(X, Ys) igaz, ha az X elem benne van az Ys halmazban.
isMember(_, []) ->
    false;
isMember(X, [Y|Ys]) ->
    X=:=Y orelse isMember(X, Ys).
```

- *Megjegyzés:* `orelse` lusta kiértékelésű

Új elem berakása egy halmazba, listából halmaz

- `newMember` új elemet rak egy halmazba, *ha még nincs benne*

`set.erl` – folytatás

```
% @spec newMember(X::any(), Xs::set()) -> Xs2::set().
% Xs2 halmaz az Xs halmaz és az [X] halmaz uniója.
newMember(X, Xs) ->
    case isMember(X, Xs) of
        true -> Xs;
        false -> [X|Xs]
    end.
```

- `listToSet` listát halmazzá alakít a duplikátumok törlésével; naív (lassú)

```
% @spec listToSet(list()) -> set().
% listToSet(Xs) az Xs lista elemeinek halmaza.
listToSet([]) ->
    [];
listToSet([X|Xs]) ->
    newMember(X, listToSet(Xs)).
```

Halmazműveletek

- Öt ismert halmazműveletet definiálunk a továbbiakban (rendezetlen listákkal ábrázolt halmazokon):
  - unió (`union`, $S \bigcup T$) vö. `lists:fold*/3`
  - metszet (`intersect`, $S \bigcap T$) vö. `lists:filter/2`
  - részhalmaza-e (`isSubset`, $T \subseteq S$) vö. `lists:all/2`
  - egyenlők-e (`isEqual`, $S \equiv T$)
  - hatványhalmaz (`powerSet`, 2^S)
- Otthoni gyakorlásra: halmazműveletek megvalósítása rendezett listákkal, illetve fákkal.
  A vizsgán lehetnek ilyen feladatok...

Unió, metszet

set.erl – folytatás

```
% @spec union(Xs::set(), Ys::set()) -> Zs::set().
% Zs az Xs és Ys halmazok uniója.

union([], Ys)      -> Ys;
union([X|Xs], Ys) ->
  newMember(X, union(Xs, Ys)).
```

```
union2(Xs, Ys) ->
  foldr(fun newMember/2, Ys, Xs).
```

```
% @spec intersect(Xs::set(), Ys::set()) -> Zs::set().
% Zs az Xs és Ys halmazok metszete.

intersect([], _) ->
    [];
intersect([X|Xs], Ys) ->
    Zs = intersect(Xs, Ys),
    case isMember(X, Ys) of
        true  -> [X|Zs];
        false -> Zs
    end.
```

```
intersect3(Xs, Ys) ->
    [ X || X <- Xs,
           isMember(X, Ys)
    ].
```

Részhalmaza-e, egyenlők-e

`set.erl` – folytatás

```
%  @spec isSubset(Xs::set(), Ys::set()) -> B::bool().
% B igaz, ha Xs részhalmaza Ys-nek.
isSubset([], _) ->
    true;
isSubset([X|Xs], Ys) ->
    isMember(X, Ys) andalso isSubset(Xs, Ys).

% @spec isEqual(Xs::set(), Ys::set()) -> B::bool().
% B igaz, ha Xs és Ys elemei azonosak.
isEqual(Xs, Ys) ->
    isSubset(Xs, Ys) andalso isSubset(Ys, Xs).
```

- `isSubset` lassú a rendezetlenség miatt
- `andalso` lusta kiértékelésű
- A listák egyenlőségének vizsgálata ugyan beépített művelet az Erlangban, halmazokra mégsem használható, mert pl. `[3,4]` és `[4,3]` listaként különböznek, de halmazként egyenlők.

Halmaz hatványhalmaza

- Az S halmaz hatványhalmazának nevezzük az S *összes* részhalmazának a halmazát, jelölés itt: 2^S
- S hatványhalmazát *rekurzívan* például úgy állíthatjuk elő, hogy kiveszünk S-ből egy x elemet, majd előállítjuk az $S \setminus \{x\}$ hatványhalmazát
- Például $S = \{10, 20, 30\}$, $x \leftarrow 10$, $2^{S \setminus \{x\}} = \{\{\}, \{20\}, \{30\}, \{20, 30\}\}$
- Ha tetszőleges T halmazra $T \subseteq S \setminus \{x\}$, akkor $T \subseteq S$ és $T \bigcup \{x\} \subseteq S$, azaz mind T, mind $T \bigcup \{x\}$ eleme S hatványhalmazának
- Vagyis $2^{\{10,20,30\}} =$

$$\Big\{\{\}, \{20\}, \{30\}, \{20, 30\}\Big\} \bigcup \Big\{\{\} \cup \{10\}, \{20\} \cup \{10\}, \{30\} \cup \{10\}, \{20, 30\} \cup \{10\}\Big\}$$

```
% powerSet*(S) az S halmaz hatványhalmaza.
powerSet1([]) ->
 [[]];
powerSet1([X|Xs]) ->
 P = powerSet1(Xs),
 P ++ [ [X|Ys] || Ys <- P ].
```

```
powerSet2(Xs) -> % jobbrekurzívan
 foldl(fun(X, P) ->
        P ++ [ [X|Ys] || Ys <- P ]
       end,
       [[]],
       Xs).
```

Halmaz hatványhalmaza – hatékonyabb változat

- A `P ++ [ [X|Ys] || Ys <- P ]` művelet hatékonyabbá tehető

`set.erl` – folytatás

```
% @spec insAll(X::any(), Yss::[[any()]], Zss::[[any()]]) -> Xss::[[a
% Xss az Yss lista Ys elemeinek Zss elé fűzött
% listája, amelyben minden Ys elem elé X van beszúrva.
insAll(_X,[],Zss) ->
    Zss;
insAll(X,[Ys|Yss],Zss) ->
    insAll(X,Yss,[[X|Ys]|Zss]).

powerSet3([]) ->
    [[]];
powerSet3([X|Xs]) ->
    P = powerSet3(Xs),
    insAll(X,P,P).   % [ [X|Ys] || Ys <- P ] ++ P kiváltására
```

Tartalom

Generikus keresőfák Erlangban

Lásd a leírást a `http://dp.iit.bme.hu/dp08a/gtree.pdf` (1–5. oldalak), a futtatható példaprogramokat a `gtree.erl` fájlban.

Megjegyzések:

- `gtree:set_to_list/1` funkcióban azonos `tree:to_list_infix/1` függvénnyel, de hatékonyabb: nincs benne összefűzés (`L1++L2`), csak építés (`[H|T]`)
-
```
1> gtree:list_to_set([3,1,5,4,2,1]).
{3,{1,leaf,{2,leaf,leaf}},{5,{4,leaf,leaf},leaf}}
2> io:format("~10p~n",
       [gtree:list_to_map([{3,a},{1,a},{5,a},{4,b},{2,b},{1,x}])]).
{{3,a},
 {{1,x},
  leaf,
  {{2,b},
   leaf,
   leaf}},
 ...
```

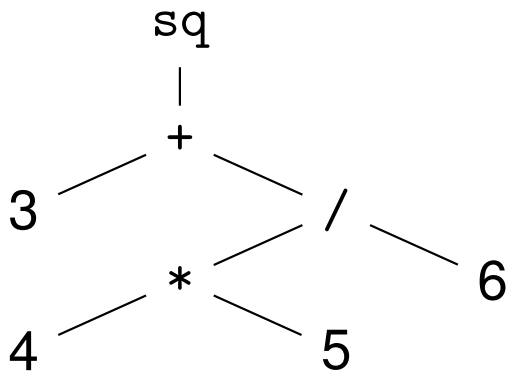
Tartalom

Összetett kifejezés kiértékelése

- Egy összetett kifejezést az Erlang két lépésben értékel ki, mohó kiértékeléssel; az alábbi rekurzív kiértékelési szabállyal:
  1. Először kiértékeli az operátort (műveleti jelet, függvényjelet) és az argumentumait,
  2. majd ezután alkalmazza az operátort az argumentumokra.
- A kifejezéseket *kifejezésfával* ábrázolhatjuk
  - Hasonló a Prolog-kifejezés ábrázolásához:

```
| ?- write_canonical(sq(3+4*5/6)).
sq(+(3,/(*(4,5),6)))
```

  - A mohó kiértékelés során az operandusok alulról fölfelé „terjednek”



- Felhasználói függvény mohó alkalmazása (fent 2. pont):
  1. a függvény törzsében a formális paraméterek összes előfordulását lecseréli a megfelelő aktuális paraméterre,
  2. majd kiértékeli a függvény törzsét.

Függvényalkalmazás mohó kiértékelése

Tekintsük a következő egyszerű függvények definícióját:

```
sq(X) -> X * X.
sumsq(X, Y) -> sq(X) + sq(Y).
f(A) -> sumsq(A+1, A*2).
```

Mohó kiértékelés esetén minden lépésben egy részkifejezést egy vele egyenértékű kifejezéssel helyettesítünk. Pl. az `f(5)` mohó kiértékelése:

`f(5)` → `sumsq(5+1, 5*2)` → `sumsq(6, 5*2)` → `sumsq(6, 10)` → `sq(6) + sq(10)` → `6*6 + sq(10)` → `36 + sq(10)` → `36 + 10*10` → `36 + 100` → `136`

- A függvényalkalmazás itt bemutatott *helyettesítési modellje*, az „egyenlők helyettesítése egyenlőkkel” *(equals replaced by equals)* segíti a függvényalkalmazás *jelentésének* megértését
- Olyan esetekben alkalmazható, amikor egy függvény *jelentése független* a környezetétől (pl. ha minden mellékhatás kizárva)
- Az fordítók rendszerint bonyolultabb modell szerint működnek

Lusta kiértékelés

- Az Erlang tehát először kiértékeli az operátort és az argumentumait, majd alkalmazza az operátort az argumentumokra
- Ezt a kiértékelési sorrendet *mohó* (eager) vagy *applikatív sorrendű* (applicative order) kiértékelésnek nevezzük
- Van más lehetőség is: a kiértékelést addig halogatjuk, ameddig csak lehetséges: ezt *lusta* (lazy), *szükség szerinti* (by need) vagy *normál sorrendű* (normal order) kiértékelésnek nevezzük
- Példa: az `f(5)` lusta kiértékelése:

`f(5)` → `sumsq(5+1, 5*2)` → `sq(5+1) + sq(5*2)` → `(5+1)*(5+1) + (5*2)*(5*2)` → `6*(5+1) + (5*2)*(5*2)` → `6*6 + (5*2)*(5*2)` → `36 + (5*2)*(5*2)` → `36 + 10*(5*2)` → `36 + 10*10` → `36 + 100` → `136`

- Példa: a `false andalso f(5) > 100` lusta kiértékelése:

`false andalso f(5) > 100` → `false`

Mohó és lusta kiértékelés

- Igazolható, hogy olyan függvények esetén, amelyek jelentésének megértésére a helyettesítési modell alkalmas, a kétféle kiértékelési sorrend azonos eredményt ad
- Vegyük észre, hogy lusta (szükség szerinti) kiértékelés mellett egyes részkifejezéseket néha többször is ki kell értékelni
- A többszörös kiértékelést jobb értelmezők/fordítók (pl. Alice, Haskell) úgy kerülik el, hogy az azonos részkifejezéseket megjelölik, és amikor egy részkifejezést először kiértékelnek, *az eredményét megjegyzik,* a többi előfordulásakor pedig ezt az eredményt veszik elő. E módszer hátránya a nyilvántartás szükségessége. Ma általában ezt nevezik *lusta* kiértékelésnek.

Lusta kiértékelés Erlangban: lusta farkú lista

- Ismétlés: `% @type erlang:list() = [] | [any()|list()].`
- A `[H|T]` egy speciális szintaxisú kételemű ennes, nemcsak listákra használhatjuk:

```
1> [1|[2]].
[1,2]    % Lista, mert a | utáni rész lista.
2> [1|[2|[]]].
[1,2]    % Lista, mint az előző.
3> [1|2].
[1|2]    % Egy kételemű ennes, mert a | utáni rész nem lista.
```

- A következő fóliákon az átláthatóság kedvéért a listaszintaxist használjuk egy kételemű ennesre, a lusta listára

`lazy.erl` – Lusta farkú lista

```
% @type lazy:list() = [] | [any()|fun() -> lazy:list()].
```

- A fenti szerkezetben a második tag (farok) *késleltett kiértékelésű* (delayed evaluation)
- Teljesen lusta lista: `verylazy.erl` (nem tananyag)

```
% @type verylazy:list() = fun() -> ([] | [any()|verylazy:list()]).
```

Lusta farkú lista építése

- Végtelen számsorozat:

lazy.erl – folytatás

```
% @spec infseq(N::integer())
%         -> lazy:list().
infseq(N) ->
  [N|fun() -> infseq(N+1) end].
```

- Véges számsorozat:

lazy.erl – folytatás

```
% @spec seq(M::integer(),
%           N::integer())
%         -> lazy:list().
seq(M, N) when M =< N ->
  [M|fun() -> seq(M+1, N) end];
seq(_, _) ->
  [].
```

- Példák:

```
1> lazy:infseq(0).
[0|#Fun<lazy.1.65678590>]
2> T1 = tl(lazy:infseq(0)).
#Fun<lazy.1.65678590>
3> T1().
[1|#Fun<lazy.1.65678590>]
```

- Példák:

```
1> lazy:seq(1,1).
[1|#Fun<lazy.0.35745118>]
2> tl(lazy:seq(1,1)).
#Fun<lazy.0.35745118>
3> (tl(lazy:seq(1,1)))().
[]
```

Erlang-lista konvertálása

Erlang-listából lusta lista:

- Nagyon gyors: egyetlen függvényhívás

```
% @spec cons(erlang:list())
%       -> lazy:list().
cons([]) ->
    [];
cons([H|T]) ->
    [H|fun() -> cons(T) end].
```

```
1> lazy:cons([1,2]).
[1|#Fun<lazy.10.66878903>]
2> T2 = tl(lazy:cons([1,2])).
#Fun<lazy.10.66878903>
3> T2().
[2|#Fun<lazy.10.66878903>]
4> (tl(T2()))().
[]
```

Lusta listából Erlang-lista:

- Csak az első `N` elemét értékeljük ki: lehet, hogy végtelen

```
% @spec take(lazy:list(),
%            N::integer())
%       -> erlang:list().
take(_, 0)      -> [];
take([], _)     -> [];
take([H|_], 1) -> [H]; % optim.
take([H|T], N) ->
    [H|take(T(), N-1)].
```

```
1> lazy:take(lazy:infseq(0), 5).
[0,1,2,3,4]
2> lazy:take(lazy:seq(1,2), 5).
[1,2]
```

- Ha `N=1`, a `T()` hívás felesleges

Gyakori függvények lusta listára adaptálva – iteratív `sum`

- Lista összegzése (csak véges listára)

`lazy.erl` – folytatás

```
sum(L) -> sum(L, 0).

% @spec sum(lazy:list(), number()) -> number().
sum([], X)     -> X;
sum([H|T], X) -> sum(T(), H+X).    % jobbrekurzív!
```

- Összehasonlítás:
  - `lists:sum(lists:seq(1,N=10000000))`
    mohó, gyors[9], tárigénye lineáris `N`-ben
  - `lazy:sum(lazy:seq(1,N=10000000))`
    lusta, lassabb, tárigénye kb. konstans (korlátos számok esetén)
- Általánosabban a lusta lista és a mohó Erlang-lista összehasonlítása:
  - Tárigénye csak a kiértékelt résznek van
  - Lusta lista *teljes* kiértékelése sokkal lassabb is lehet (késleltetés)
  - De időigénye alacsonyabb *lehet, ha* nem kell teljesen kiértékelni

[9] ha nem itt kell létrehozni a listát; a példában `lists:sum` gyors, `lists:seq` lassú

Gyakori függvények lusta listára adaptálva – map

- Motiváció: listanézet nem alkalmazható; a lusta szintaxis elrejtése

lazy.erl – folytatás

```
% @spec map(fun(), lazy:list()) -> lazy:list().
map(_, []) -> [];
map(F, [H|T]) -> [F(H)|fun() -> map(F, T()) end].
```

-
```
1> F = fun(X) -> io:format("Hivas: F(~p)~n", [X]), math:exp(X) end.
#Fun<erl_eval.6.80247286>
2> F(1).
Hivas: F(1)
2.718281828459045
3> L = lazy:map(F, lazy:infseq(1)).
Hivas: F(1)
[2.718281828459045|#Fun<lazy.5.87890739>]
4> lazy:take(L, 3).
Hivas: F(2)
Hivas: F(3)
[2.718281828459045,7.38905609893065,20.085536923187668]
```

Gyakori függvények lusta listára adaptálva – filter, append

- Motiváció: listanézet, ++ nem alkalmazható; a lusta szintaxis elrejtése

lazy.erl – folytatás

```
% filter(fun(any()) -> bool(), lazy:list()) -> lazy:list().
% Kicsit mohó, az eredménylista fejéig kiértékeli a listát
filter(_, []) ->
   [];
filter(P, [H|T]) ->
   case P(H) of
      true  -> [H|fun() -> filter(P, T()) end];
      false -> filter(P, T()) % megkeressük az eredmény fejét
   end.

% @spec append(lazy:list(), lazy:list()) -> lazy:list().
append([], L2)    -> L2;
append([H|T], L2) -> [H|fun() -> append(T(), L2) end].
```

Nevezetes számsorozatok

- Fibonacci-sorozat

```
% @spec fibs(integer(), integer()) -> lazy:list.
fibs(Cur, Next)  ->  [Cur|fun() -> fibs(Next, Cur+Next) end].
```

```
1> lazy:take(lazy:fibs(0,1),10).
[0,1,1,2,3,5,8,13,21,34]
```

- Eratosztenészi szita

```
% @spec sift(Prime::integer(), L::lazy:list()) -> L2::lazy:list().
% L2 lista L lista azon elemei, melyek nem oszthatóak Prime-mal.
sift(Prime, L)  ->  filter(fun(N) -> N rem Prime =/= 0 end, L).

% @spec sieve(L1::lazy:list()) -> L2::lazy:list().
% L2 lista az L1 végtelen lista szitálása (üres listára hibát ad).
sieve([H|T])  ->  [H|fun() -> sieve(sift(H, T())) end].
```

```
1> lazy:take(lazy:sieve(lazy:infseq(2)),10).
[2,3,5,7,11,13,17,19,23,29]
```

Lusta append alkalmazása: lusta qsort

```
% Csak emlékeztetőül: @spec eqsort(erlang:list()) -> erlang:list().
eqsort([])          -> [];
eqsort([Pivot|Xs]) -> eqsort([X || X <- Xs, X < Pivot])
                      ++ [Pivot|eqsort([X || X <- Xs, X >= Pivot]).

% @spec qsort(lazy:list()) -> lazy:list().
qsort([])          -> [];
qsort([Pivot|Xs]) ->
  io:format("hivas: qsort(~w)~n", [take([Pivot|Xs], 100)]),
  Low = fun(X) -> X < Pivot end, High = fun(X) -> X >= Pivot end,
  append(qsort(filter(Low, Xs())),
         [Pivot|fun() -> qsort(filter(High, Xs())) end]).
```

```
1> L=cons([5,3,6,8,1,7]).
[5|#Fun<lazy.10.7...>]
2> S = qsort(L).
Hivas: qsort([5,3,6,8,1,7])
Hivas: qsort([3,1])
Hivas: qsort([1])
[1|#Fun<lazy.12.1...]
```

```
3> take(S, 1).
[1]
4> take(S, 3).
[1,3,5]
5> take(S, 4).
Hivas: qsort([6,8,7])
[1,3,5,6]
```

```
6> take(qsort(L), 6).
Hivas: qsort([5,3,...])
Hivas: qsort([3,1])
Hivas: qsort([1])
Hivas: qsort([6,8,7])
Hivas: qsort([8,7])
Hivas: qsort([7])
[1,3,5,6,7,8]
```