Deklaratív programozás

Hanák Péter
hanak@inf.bme.hu

Irányítástechnika és Informatika Tanszék

Szeredi Péter
szeredi@cs.bme.hu

Számítástudományi és Információelméleti Tanszék

KÖVETELMÉNYEK, TUDNIVALÓK

Deklaratív programozás: tudnivalók

- Honlap, levelezési lista
  - Honlap: `<http://dp.iit.bme.hu>`
  - Levlista: `<http://www.iit.bme.hu/mailman/listinfo/dp-l>`.
    A listatagoknak szóló levelet a `<dp-l@www.iit.bme.hu>` címre kell küldeni.
    Csak a feliratkozottak levele jut el moderátori jóváhagyás nélkül a listatagokhoz.
- Jegyzet
  - Szeredi Péter, Benkő Tamás: Deklaratív programozás. Bevezetés a logikai programozásba (1000 Ft)
  - Elektronikus változata elérhető a honlapról (ps, pdf)
  - A nyomtatott változat **KORLÁTOZOTT SZÁMBAN** megvásárolható a SZIT tanszék V2 épületbeli titkárságán a V2.104 szobában, Bazsó Lászlónénál, 10:30-12:00 (hétfő-péntek) és 13:30-15:30 (hétfő-csütörtök).
  - Kellő számú további igény esetén megszervezzük az újranyomtatást.

Deklaratív programozás: tudnivalók (folyt.)

Fordító- és értelmezőprogramok

- SICStus Prolog — 4.1.2 verzió (licensz az ETS-en keresztül kérhető)
- Erlang (szabad szoftver)
- Mindkettő letölthető a honlapról (linux, Win95/98/NT)
- Webes Prolog gyakorló felület az ETS-ben (ld. honlap)
- Kézikönyvek HTML-, ill. PDF-változatban
- Más programok: SWI Prolog, Gnu Prolog
- emacs-szövegszerkesztő Erlang-, ill. Prolog-módban (linux, Win95/98/NT/XP/Vista/7)
- Eclipse fejlesztői környezet SICStushoz (béta-teszt): SPIDER 0.0.20

Deklaratív programozás: félévközi követelmények

Nagy házi feladat (NHF)

- Programozás mindkét nyelven (Prolog, Erlang)
- Mindenkinek önállóan kell kódolnia (programoznia)!
- Hatékony (időlimit!), jól dokumentált („kommentezett”) programok
- A két programhoz közös, 5–10 oldalas fejlesztői dokumentáció (TXT, TEX/LATEX, HTML, PDF, PS; de nem DOC vagy RTF)
- Kiadás legkésőbb a 6. héten, a honlapon, letölthető keretprogrammal
- Beadás a 12. héten; elektronikus úton (ld. honlap)
- A beadáskor és a pontozáskor külön-külön tesztsorozatot használunk (nehézségben hasonlókat, de nem azonosakat)
- Azok a programok, amelyek megoldják a tesztesetek 80%-át *létraversenyen* vesznek részt (hatékonyság, gyorsaság plusz pontokért)

Deklaratív programozás: félévközi követelmények (folyt.)

Nagy házi feladat (folyt.)

- A beadási határidőig többször is beadható, csak az utolsót értékeljük
- Pontozása mindkét nyelvből:
  - helyes (azaz jó eredményt időkorláton belül adó) futás esetén a 10 teszteset mindegyikére 0,5-0,5 pont, összesen max. 5 pont
  - a dokumentációra, a kód olvashatóságára, kommentezettségére max. 2,5 pont
  - tehát nyelvenként összesen max. 7,5 pont szerezhető
- A NHF súlya az osztályzatban: 15% (a 100 pontból 15)
- A megajánlott jegy előfeltétele, hogy a hallgató nagy házi feladata mindkét nyelvből bejusson a létraversenybe (minimum 80%-os teljesítmény)

Deklaratív programozás: félévközi követelmények (folyt.)

Kis házi feladatok (KHF)

- 3 feladat Prologból is, Erlang-ből is
- Beadás elektronikus úton (ld. honlap)
- Egy KHF beadása érvényes, ha minden tesztesetre lefut
- Kötelező a KHF-ek legalább 50%-ának érvényes beadása, és legalább egy érvényes KHF beadása mindkét nyelvből
- Minden feladat jó megoldásáért 1-1 jutalompont jár

Gyakorlatok

- Kéthetente 2 órás gyakorlatok
- Kötelező részvétel a gyakorlatok 70 %-án (pontosabban n gyakorlat esetén legalább $\lfloor 0.7n \rfloor$ gyakorlaton)
- További Prolog gyakorlási lehetőség az ETS rendszerben (gyakorló feladatok, lásd honlap)

Konzultációk

- Rendszeres konzultációs lehetőség

Deklaratív programozás: félévközi követelmények (folyt.)

Nagyzárthelyi, pótzárthelyi (NZH, PZH, PPZH)

- A zárthelyi kötelező, semmilyen jegyzet, segédlet nem használható!
- 40%-os szabály (nyelvenként a maximális részpontszám 40%-a kell az eredményességhez).
- Az NZH az órarendben előírt héten, a PZH az utolsó oktatási hetekben lesz
- A PPZH-ra indokolt esetben a pótlási időszakban egyetlen alkalommal adunk lehetőséget
- Az NZH anyaga az addig előadott tananyag.
- A PZH, ill. a PPZH anyaga azonos az NZH anyagával
- A zárthelyi súlya az osztályzatban: 15% (a 100 pontból 15)

Az aláírás megszerzésének feltételei (összefoglalás)

- Részvétel a gyakorlatok legalább 70%-án
- Zárthelyi sikeres megírása, azaz mindkét nyelvből legalább 40%-os eredmény elérése
- A 6 kis házi közül legalább 3 érvényes beadása úgy, hogy mindkét nyelvből legalább egy érvényes kis házi van

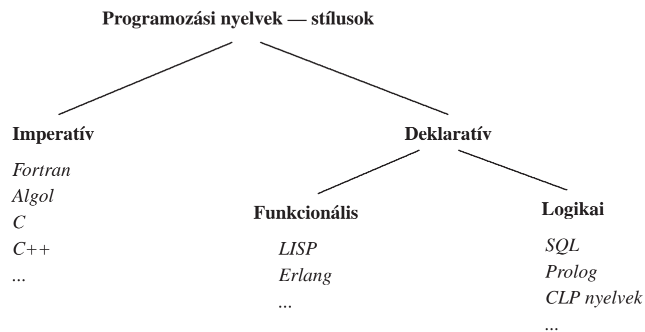
Deklaratív programozás: vizsga

Vizsga

- Feltétel: aláírás a jelen félévben vagy korábban (de a TVSZ által előírt időn belül)
- A vizsga szóbeli, felkészülés írásban
- Prolog, Erlang: több kisebb feladat (programírás, -elemzés) kétszer 35 pontért
- A vizsgán szerezhető max. 70 ponthoz adjuk hozzá a félévközi munkával szerzett pontokat: ZH: max. 15 pont, NHF: max. 15 pont, továbbá a pluszpontokat (KHF, létraverseny)
- A vizsgán semmilyen jegyzet, segédlet nem használható, de lehet segítséget kérni
- 40%-os szabály (nyelvenként a max. részpontszám 40%-a kell az eredményességhez)
- Elővizsga a pótlási héten – minden, a tárgyból vizsgára bocsátható hallgató jelentkezhet
- A vizsgaidőszak első hetében (azaz még decemberben) is tartunk egy vizsgát
- Megajánlott vizsgajegy
  - Alapfeltételek: aláírás; NHF beadása; NHF „megvédése” az elővizsgán
  - A jó (4) jegy feltétele: a nagy házi feladat mindkét nyelvből bejut a létraversenybe
  - A jeles (5) jegy feltétele: legalább 40%-os eredmény a létraversenyen, mindkét nyelvből

BEVEZETÉS A LOGIKAI PROGRAMOZÁSBA

Programozási nyelvek osztályozása



Deklaratív programozási nyelvek

- A funkcionális nyelvek alapja a matematika függvényfogalma
- A logikai nyelvek alapja a matematika relációfogalma
- Közös tulajdonságaik
  - Deklaratív szemantika – a program jelentése egy matematikai állításként olvasható ki.
  - Deklaratív változó ≡ matematikai változó – *egy* ismeretlen értéket jelöl, vö. egyszeres értékadás
- Jelmondat
  - MIT és nem HOGYAN (WHAT rather than HOW): a *megoldás módja* helyett inkább a megoldandó *feladat leírását* kell megadni
  - A gyakorlatban mindkét szemponttal foglalkozni kell — kettős szemantika:
    - deklaratív szemantika — MIT (milyen feladatot) old meg a program;
    - procedurális szemantika — HOGYAN oldja meg a program a feladatot.

A logikai programozás alapgondolata

- Logikai programozás (LP):
  - Programozás a matematikai logika segítségével
    - egy logikai program nem más mint **logikai állítások halmaza**
    - egy logikai **program futása** nem más mint **következtetési folyamat**
  - De: a logikai következtetés óriási keresési tér bejárását jelenti
    - szorítsuk meg a logika nyelvét
    - válasszunk egyszerű, ember által is követhető következtetési algoritmusokat
  - Az LP máig legelterjedtebb megvalósítása a **Prolog** = **Pro**gramozás **log**ikában (**Pro**gramming in **log**ic)
    - az elsőrendű logika egy erősen megszorított résznyelve az ún. **definit-** vagy **Horn-klóz**ok nyelve,
    - végrehajtási mechanizmusa: **mintaillesztés**es eljáráshíváson alapuló **visszalépés**es keresés.

Az előadás LP részének áttekintése

- **1. blokk:** A Prolog nyelv alapjai
  - Logikai háttér
  - Szintaxis
  - Végrehajtási mechanizmus
- **2. blokk:** Prolog programozási módszerek
  - A legfontosabb beépített eljárások
  - Fejlettebb nyelvi és rendszerelemek
- Kitekintés: Új irányzatok a logikai programozásban

A Prolog/LP rövid történeti áttekintése

1960-as évek	Első tételbizonyító programok
1970-72	A logikai programozás elméleti alapjai (R A Kowalski)
1972	Az első Prolog interpreter (A Colmerauer)
1975	A második Prolog interpreter (Szeredi P)
1977	Az első Prolog fordítóprogram (D H D Warren)
1977–79	Számos kísérleti Prolog alkalmazás Magyarországon
1981	A japán 5. generációs projekt a logikai programozást választja
1982	A magyar MProlog az egyik első kereskedelmi forgalomba kerülő Prolog megvalósítás
1983	Egy új fordítási modell és absztrakt Prolog gép (WAM) megjelenése (D H D Warren)
1986	Prolog szabványosítás kezdete
1987–89	Új logikai programozási nyelvek (CLP, Gödel stb.)
1990–...	Prolog megjelenése párhuzamos számítógépeken Nagyhatékonyságú Prolog fordítóprogramok .....

Információk a logikai programozásról

- A legfontosabb Prolog megvalósítások:
  - SWI Prolog: `http://www.swi-prolog.org/`
  - SICStus Prolog: `http://www.sics.se/sicstus`
  - GNU Prolog: `http://pauillac.inria.fr/~diaz/gnu- prolog/`
- Hálózati információforrások:
  - The WWW Virtual Library: Logic Programming: `http://www.afm.sbu.ac.uk/logic-prog`
  - CMU Prolog Repository: (a `http://www.cs.cmu.edu/afs/cs/project/ai-repository/ai/lang/prolog/` címen belül)
    - Főlap: `0.html`
    - Prolog FAQ: `faq/prolog.faq`
    - Prolog Resource Guide: `faq/prg_1.faq`, `faq/prg_2.faq`

Magyar nyelvű Prolog irodalom

Farkas Zsuzsa, Futó Iván, Langer Tamás, Szeredi Péter:
Az MProlog programozási nyelv.
Műszaki Könyvkiadó, 1989
jó bevezetés, sajnos az MProlog beépített eljárásai nem szabványosak.

Márkusz Zsuzsa: Prologban programozni könnyű.
Novotrade, 1988
mint fent

Futó Iván (szerk.): Mesterséges intelligencia. (9.2 fejezet, Szeredi Péter)
Aula Kiadó, 1999
csak egy rövid fejezet a Prologról

Peter Flach: Logikai Programozás. Az intelligens következtetés példákon keresztül.
Panem — John Wiley & Sons, 2001
jó áttekintés, inkább elméleti érdeklődésű olvasók számára

English Textbooks on Prolog

- Logic, Programming and Prolog, 2nd Ed., by Ulf Nilsson and Jan Maluszynski, Previously published by John Wiley & Sons Ltd. (1995)
  Downloadable as a pdf file from `http://www.ida.liu.se/~ulfni/lpp`
- Prolog Programming for Artificial Intelligence, 3rd Ed., Ivan Bratko, Longman, Paperback - March 2000
- The Art of PROLOG: Advanced Programming Techniques, Leon Sterling, Ehud Shapiro, The MIT Press, Paperback - April 1994
- Programming in PROLOG: Using the ISO Standard, C.S. Mellish, W.F. Clocksin, Springer-Verlag Berlin, Paperback - July 2003

PROLOG: EGY KIS GYAKORLATI BEMUTATÁS

Példafeladatok

- Szimbolikus feldolgozás: deriválás
- Adatstruktúrák: bináris fák
- Aritmetika: faktoriális
- Adatbáziskezelés: családi kapcsolatok
- Logikai feladványok: lovagok és lókötők

Klasszikus szimbolikuskifejezés-feldolgozás: deriválás

- Írjunk olyan Prolog predikátumot, amely számokból és az `x` névkonstansból a `+, -, *` műveletekkel képzett kifejezések deriválását elvégzi!

```
% deriv(Kif, D):  Kif-nek az x szerinti deriváltja D.
deriv(x, 1).
deriv(C, 0) :-                    number(C).
deriv(U+V, DU+DV) :-              deriv(U, DU), deriv(V, DV).
deriv(U-V, DU-DV) :-              deriv(U, DU), deriv(V, DV).
deriv(U*V, DU*V + U*DV) :-        deriv(U, DU), deriv(V, DV).

| ?- deriv(x*x+x, D).
  ⟹  D = 1*x+x*1+1 ? ; no

| ?- deriv((x+1)*(x+1), D).
  ⟹  D = (1+0)*(x+1)+(x+1)*(1+0) ? ; no

| ?- deriv(I, 1*x+x*1+1).
  ⟹  I = x*x+x ? ; no

| ?- deriv(I, 0).
  ⟹  no
```


A Prolog végrehajtási mechanizmusa dióhéjban

- A Prolog eljárásos szemléletben
  - Egy eljárás: azon klózok összesége, amelyek fejének neve és argumentumszáma azonos.
  - Egy klóz: `Fej :- Törzs`, ahol `Törzs` egy célsorozat
  - Egy célsorozat: $C_1, \ldots, C_n$, célok (eljáráshívások) sorozata, $n \geq 0$
- Végrehajtás: adott egy program és egy futtatandó célsorozat
  - Redukciós lépés:
    - a célsorozat *első* tagjához keresünk egy vele *egyesíthető* klózfejet,
    - az egyesítéshez szükséges *változó-behelyettesítéseket* elvégezzük,
    - az első célt helyettesítjük az adott klóz törzsével
  - Egyesítés: két Prolog kifejezés azonos alakra hozása változók behelyettesítésével, a lehető legáltalánosabb módon
  - Keresés:
    - a redukciós lépésben a klózokat a felírás sorrendjében (felülről lefele) nézzük végig,
    - ha egy cél több klózfejjel is egyesíthető, akkor a Prolog *minden* lehetséges redukciós lépést megpróbál (meghiúsulás, visszalépés esetén)

A Prolog adatfogalma, a Prolog kifejezés

- konstans (*atomic*)
  - számkonstans (*number*) — egész vagy lebegőpontos, pl. `1, -2.3, 3.0e10`
  - névkonstans (*atom*), pl. `'István', szuloje, +, -, <, sum_tree`
- összetett- vagy struktúra-kifejezés (*compound*)
  - ún. kanonikus alak: ⟨ struktúranév ⟩`(`⟨ arg_1 ⟩, ...`)`
    - a ⟨ struktúranév ⟩ egy névkonstans, az ⟨ arg_i ⟩ argumentumok tetszőleges Prolog kifejezések
    - példák: `leaf(1), person(william,smith,2003,1,22), <(X,Y), is(X, +(Y,1))`
  - szintaktikus „édesítőszerek”, pl. operátorok: `X is Y+1` ≡ `is(X, +(Y,1))`
- változó (*var*)
  - pl. `X, Szulo, X2, _valt, _, _123`
  - a változó alaphelyzetben behelyettesítetlen, értékkel nem bír, az egyesítés (mintaillesztés) művelete során egy tetszőleges Prolog kifejezést vehet fel értékül (akár egy másik változót)

Adatstruktúrák Prologban — példa

- A bináris fa adatstruktúra
  - vagy egy csomópont (`node`), amelynek két részfája van mutat (`left,right`)
  - vagy egy levél (`leaf`), amely egy egészt tartalmaz
- Binárisfa-struktúrák különböző nyelveken

```
% Struktúra deklarációk C-ben
enum treetype Node, Leaf;
struct tree {
  enum treetype type;
  union {
    struct { struct tree *left;
             struct tree *right;
           } node;
    struct { int value;
           } leaf;
  } u;
};
```

```
% Adattípus-leírás Prologban
% (ún. Mercury jelölés):

% :- type tree --->
%         node(tree, tree)
%       | leaf(int).
```

Bináris fák összegzése

- Egy bináris fa levélösszegének kiszámítása:
  - csomópont esetén a két részfa levélösszegének összege
  - levél esetén a levélben tárolt egész

```
% C nyelvű (deklaratív) függvény
int tree_sum(struct tree *tree)
{
  switch(tree->type) {
  case Leaf:
   return tree->u.leaf.value;
  case Node:
   return
    tree_sum(tree->u.node.left) +
    tree_sum(tree->u.node.right);
    }
}
```

```
% Prolog eljárás (predikátum)
tree_sum(leaf(Value), Value).
tree_sum(node(Left,Right), S) :-
        tree_sum(Left, S1),
        tree_sum(Right, S2),
        S is S1+S2.
```


Bináris fák összegzése

- Prolog példafutás

```
% sicstus
SICStus 4.1.2 (x86-linux-glibc2.7): Wed Apr 28 22:42:37 CEST 2010
Licensed to BUTE DP course
| ?- consult(tree).
% consulting /home/szeredi/peldak/tree.pl...
% consulted /home/szeredi/peldak/tree.pl in module user, 0 msec 704 bytes
yes
| ?- tree_sum(node(leaf(5),
                   node(leaf(3), leaf(2))), Sum).
Sum = 10 ? ;
no
| ?- tree_sum(Tree, 10).
Tree = leaf(10) ? ;
! Instantiation error in argument 2 of is/2
! goal:  10 is _73+_74
| ?- halt.
%
```

- A hiba oka: a beépített aritmetika egyirányú: a `10 is S1+S2` hívás hibát jelez!

Peano aritmetika — összeadás (kiegészítő anyag)

- A természetes számok halmazán az összeadást definiálhatjuk a Peano axiómákkal ha a számokat az `s(X)` „rákövetkező" függvény segítségével ábrázoljuk:
  `1 = s(0), 2 = s(s(0)), 3 = s(s(s(0))), ...` (Peano ábrázolás).

```
% plus(X, Y, Z): X és Y összege Z (X, Y, Z Peano ábrázolású).
plus(0, X, X).                  % 0+X = X.
plus(s(X), Y, s(Z)) :-
        plus(X, Y, Z).          % s(X)+Y = s(X+Y).
```

- A `plus` predikátum több irányban is használható:

```
| ?- plus(s(0), s(s(0)), Z).       Z = s(s(s(0))) ? ; no    %  1+2 = 3

| ?- plus(s(0), Y, s(s(s(0)))).    Y = s(s(0)) ? ; no       %  3-1 = 2

| ?- plus(X, Y, s(s(0))).          X = 0, Y = s(s(0)) ? ;   %  2 = 0+2
                                   X = s(0), Y = s(0) ? ;   %  2 = 1+1
                                   X = s(s(0)), Y = 0 ? ;   %  2 = 2+0
                                   no
| ?-
```


Adott összegű fák építése (kiegészítő anyag)

- Adott összegű fát építő eljárás Peano aritmetikával:

```
tree_sum(leaf(Value), Value).
tree_sum(node(Left, Right), S) :-
        plus(S1, S2, S),
        S1 \= 0, S2 \= 0,      % X \= Y beépített eljárás, jelentése:
                               % X  és Y nem egyesíthető
                               % A 0-t kizárjuk, mert különben ∞ sok megoldás van.
        tree_sum(Left, S1),
        tree_sum(Right, S2).
```

- Az eljárás futása:

```
| ?- tree_sum(Tree, s(s(s(0)))).
Tree = leaf(s(s(s(0)))) ? ;                                      % 3
Tree = node(leaf(s(0)),leaf(s(s(0)))) ? ;                        % (1+2)
Tree = node(leaf(s(0)),node(leaf(s(0)),leaf(s(0)))) ? ;          % (1+(1+1))
Tree = node(leaf(s(s(0))),leaf(s(0))) ? ;                        % (2+1)
Tree = node(node(leaf(s(0)),leaf(s(0))),leaf(s(0))) ? ;          % ((1+1)+1)
no
```

Néhány beépített predikátum

- Kifejezések egyesítése: `X = Y`: az `X` és `Y` **szimbolikus** kifejezések változók behelyettesítésével azonos alakra hozhatók (és el is végzi a behelyettesítéseket).
- Kifejezések nem-egyesíthetősége: `X \= Y`: az `X` és `Y` kifejezések nem egyesíthetőek.
- Aritmetikai predikátumok
  - `X is Kif`: A `Kif` **aritmetikai** kifejezést kiértékeli és **értékét** egyesíti `X`-szel.
  - `Kif1<Kif2, Kif1=<Kif2, Kif1>Kif2, Kif1>=Kif2, Kif1=:=Kif2, Kif1=\=Kif2`: A `Kif1` és `Kif2` aritmetikai kifejezések értéke a megadott relációban van egymással (`=:=` jelentése: aritmetikai egyenlőség, `=\=` jelentése aritmetikai nem-egyenlőség).
  - Ha `Kif, Kif1, Kif2` valamelyike nem **tömör** (változómentes) aritmetikai kifejezés ⇒hiba.
  - Legfontosabb aritmetikai operátorok: `+, -, *, /, rem, //` (egész-osztás)
- Kiíró predikátumok
  - `write(X)`: Az `X` Prolog kifejezést kiírja.
  - `nl`: Kiír egy újsort.
- Egyéb predikátumok
  - `true, fail`: Mindig sikerül ill. mindig meghiúsul.
  - `trace, notrace`: A (teljes) nyomkövetést be- ill. kikapcsolja.

Programfejlesztési beépített predikátumok

- `consult(File)` vagy `[File]`: A `File` állományban levő programot beolvassa és értelmezendő alakban eltárolja. (`File = user` ⇒ terminálról olvas.)
- `listing` vagy `listing(Predikátum)`: Az értelmezendő alakban eltárolt összes ill. adott nevű predikátumokat kilistázza.
- `compile(File)`: A `File` állományban levő programot beolvassa, lefordítja.
- A lefordított alak gyorsabb, de nem listázható, **kicsit** kevésbe pontosan nyomkövethető.
- `halt`: A Prolog rendszer befejezi működését.

```
> sicstus
SICStus 4.1.2 (x86-linux-glibc2.7): Wed Apr 28 22:42:37 CEST 2010
| ?- consult(deriv).
% consulted /home/user/szulok.pl in module user, 0 msec 376 bytes
yes
| ?- deriv(x*x+x, D).
D = 1*x+x*1+1 ? ;
no
| ?- listing(deriv).
(...)
yes
| ?- halt.
>
```


Aritmetika Prologban – faktoriális

```
% fakt(N, F): F = N!.
fakt(0, 1).
fakt(N, F) :-
        N > 0,
        N1 is N-1,
        fakt(N1, F1),
        F is F1*N.
```


„Adatbáziskezelés” Prologban: a családi kapcsolatok példája

- Adatok

  Adottak gyerek–szülő kapcsolatra vonatkozó állítások, pl.

gyerek	szülő
Imre	István
Imre	Gizella
István	Géza
István	Sarolta
Gizella	Civakodó Henrik
Gizella	Burgundi Gizella

- A feladat:
  - Definiálandó az unoka–nagyszülő kapcsolat, pl. keressük egy adott személy nagyszüleit.

A nagyszülő feladat — Prolog megoldás

```
% szuloje(Gy, Sz):Gy szülője Sz.
szuloje('Imre', 'István').
szuloje('Imre', 'Gizella').
szuloje('István', 'Géza').
szuloje('István', 'Sarolt').
szuloje('Gizella',
             'Civakodó Henrik').
szuloje('Gizella',
             'Burgundi Gizella').

%  Gyerek nagyszülője Nagyszulo.
nagyszuloje(Gyerek, Nagyszulo) :-
    szuloje(Gyerek, Szulo),
    szuloje(Szulo, Nagyszulo).
```

```
% Kik Imre nagyszülei?
| ?- nagyszuloje('Imre', NSz).
NSz = 'Géza' ? ;
NSz = 'Sarolt' ? ;
NSz = 'Civakodó Henrik' ? ;
NSz = 'Burgundi Gizella' ? ;
no
% Kik Géza unokái?
| ?- nagyszuloje(U, 'Géza').
U = 'Imre' ? ;
no
```


A Prolog és az adatbáziskezelés

- Miben különbözik a Prolog egy adatbáziskezelőtől
- Mivel több?
  - rekurzió
  - összetett adatszerkezetek
- De: a Prolog egy programozási nyelv
  - pl. nem optimalizálja a részkérdések sorrendjét

Logikai feladvány: lovagok és lókötők

- A feladat
  - Egy szigeten minden bennszülött lovag vagy lókötő.
  - A lovagok mindig igazat mondanak.
  - A lókötők mindig hazudnak.
  - Egy vagy több bennszülöttnek saját magukra vonatkozó kijelentése alapján meg kell határozni a bennszülött típusát.
  - Példa: Találkozunk két bennszülöttel A-val és B-vel. A azt mondja: van köztünk lókötő. Milyen típusú A és B.
  - Irodalom: Raymond Smullyan: Mi a címe ennek a könyvnek?, A hölgy és a tigris, Typotex kiadó.
  - Továbbfejlesztés: a szigeten lehetnek normális emberek is, akik néha hazudnak, néha igazat mondanak.

Lovag-lókötő feladványok megoldása Prolog nyelven

- A program:

```
:- op(950, xfy, mondja).
:- op(900, yfx, vagy).
:- op(700, xfx, az).

% A mondja M: Az A bennszülött mondja az M mondatot.
lókötő mondja M :-      értéke(M, 0).
lovag mondja M :-       értéke(M, 1).

% értéke(M, Érték): Az M mondat igazságértéke Érték (1 = igaz, 0 = hamis).
értéke(X az X, 1).
értéke(X az Y, 0) :-
        különböző(X, Y).
értéke(M1 vagy M2, E) :-
        értéke(M1, E1), értéke(M2, E2), E is E1  E2.

% különböző(A, B): A és B különböző típusú bennszülöttek.
különböző(lovag, lókötő).
különböző(lókötő, lovag).
```

- Futás:

```
| ?- A mondja A az lókötő vagy B az lókötő.
A = lovag, B = lókötő ? ; no
```

A PROLOG NYELV KÖZELÍTŐ SZINTAXISA

Predikátumok, klózok

- Példa:

```
% két klózból álló predikátum definíciója, funktora: tree_sum/2
tree_sum(leaf(Val), Val).              %                      1. klóz, tényállítás
tree_sum(node(Left,Right), S) :-       %              fej   \
        tree_sum(Left, S1),            % cél        \        |
        tree_sum(Right, S2),           % cél        | törzs | 2. klóz, szabály
        S is S1+S2.                    % cél        /        /
```

- Szintaxis:

⟨ Prolog program ⟩ ::= ⟨ predikátum ⟩ . . .
⟨ predikátum ⟩ ::= ⟨ klóz ⟩ . . . {azonos funktorú}
⟨ klóz ⟩ ::= ⟨ tényállítás ⟩.␣ |
⟨ szabály ⟩.␣ {klóz funktora = fej funktora}
⟨ tényállítás ⟩ ::= ⟨ fej ⟩
⟨ szabály ⟩ ::= ⟨ fej ⟩ :- ⟨ törzs ⟩
⟨ törzs ⟩ ::= ⟨ cél ⟩, . . .
⟨ cél ⟩ ::= ⟨ kifejezés ⟩
⟨ fej ⟩ ::= ⟨ kifejezés ⟩

Prolog programok formázása

- Programok javasolt formázása:
  - Az egy predikátumhoz tartozó klózok legyenek egymás mellett a programban, közéjük ne tegyünk üres sort. A predikátumokat válasszuk el üres sorokkal.
  - A klózfejet írjuk sor elejére, minden célt lehetőleg külön sorba, néhány szóközzel beljebb kezdve

Prolog kifejezések

- Példa — egy klózfej mint kifejezés:

```
%      tree_sum(node(Left,Right), S)    % összetett kif., funktora tree_sum/2
%      ________ ________________  _
%          |          |              |
% struktúranév       |              argumentum, változó
%                    \- argumentum, összetett kif.
```

- Szintaxis:

⟨ kifejezés ⟩ ::= ⟨ változó ⟩ | {Nincs funktora}
⟨ konstans ⟩ | {Funktora: ⟨ konstans ⟩ / 0}
⟨ összetett kifejezés ⟩ | {Funktora: ⟨ struktúranév ⟩ / ⟨ arg.szám ⟩}
⟨ egyéb kifejezés ⟩ {Operátoros, lista, zárójeles, ld. később}
⟨ konstans ⟩ ::= ⟨ névkonstans ⟩ |
⟨ számkonstans ⟩
⟨ számkonstans ⟩ ::= ⟨ egész szám ⟩ |
⟨ lebegőpontos szám ⟩
⟨ összetett kifejezés ⟩ ::= ⟨ struktúranév ⟩ (⟨ argumentum ⟩, . . .)
⟨ struktúranév ⟩ ::= ⟨ névkonstans ⟩
⟨ argumentum ⟩ ::= ⟨ kifejezés ⟩

Lexikai elemek

- Példák:

```
% változó:             Fakt FAKT _fakt X2 _2 _
% névkonstans:         fakt ≡ 'fakt' 'István' [] ; ',' += ** \= ≡ '\\='
% számkonstans:        0 -123 10.0 -12.1e8
% nem névkonstans:     !=, Istvan
% nem számkonstans:    1e8 1.e2
```

- Szintaxis:

⟨ változó ⟩ ::= ⟨ nagybetű ⟩⟨ alfanumerikus jel ⟩. . . |
_ ⟨ alfanumerikus jel ⟩. . .

⟨ névkonstans ⟩ ::= '⟨ idézett karakter kar ⟩. . . ' |
⟨ kisbetű ⟩⟨ alfanumerikus jel ⟩. . . |
⟨ tapadó jel ⟩. . . | ! | ; | [] | {}

⟨ egész szám ⟩ ::= {előjeles vagy előjeltelen számjegysorozat}

⟨ lebegőpontos szám ⟩ ::= {belsejében tizedespontot tartalmazó
számjegysorozat esetleges exponenssel}

⟨ idézett karakter ⟩ ::= {tetszőleges nem ' és nem \ karakter} | \ ⟨ escape szekvencia ⟩

⟨ alfanumerikus jel ⟩ ::= ⟨ kisbetű ⟩ | ⟨ nagybetű ⟩ | ⟨ számjegy ⟩ | _

⟨ tapadó jel ⟩ ::= + | - | * | / | \ | $ | ^ | < | > | = | ` | ~ | : | . | ? | @ | # | &

LISTA, MINT SZINTAKTIKUS „ÉDESÍTŐSZER”

A Prolog lista-fogalma

- A Prolog lista
  - Az üres lista a `[]` névkonstans. A nem-üres lista `'.'(Fej,Farok)` struktúra ahol
    - `Fej` a lista feje (első eleme), míg
    - `Farok` a lista farka, azaz a fennmaradó elemekből álló lista.
  - A listák írhatók egyszerűsített alakban („szintaktikus édesítés”).
  - Megvalósításuk optimalizált, időben és helyben is hatékonyabb, mint a „közönséges” struktúráké.
- Példa

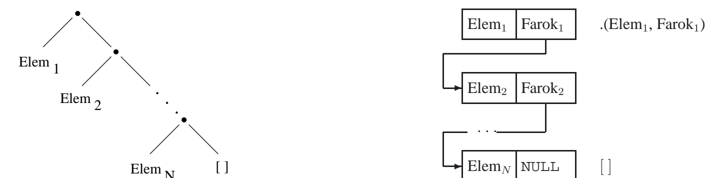
```
számlista(.(E,L)) :-
    number(E), számlista(L).
számlista([]).

| ?- listing(számlista).
számlista([A|B]) :-
    number(A),
    számlista(B).
számlista([]).

| ?- számlista([1,2]).    %  [1,2] == .(1,.(2,[])) == [1|[2|[]]]
     yes
| ?- számlista([1,a,f(2)]).
     no
```


Listák írásmódjai

- Egy N elemű lista lehetséges írásmódjai:
  - alapstruktúra-alak: `.(Elem`$_1$`,.(Elem`$_2$`,...,.(Elem`$_N$`,[])...))`
  - ekvivalens lista-alak: `[Elem`$_1$`,Elem`$_2$`,...,Elem`$_N$`]`
  - kevésbe kényelmes ekvivalens alak: `[Elem`$_1$`|[Elem`$_2$`|...|[ Elem`$_N$`|[] ] ...]]`
- A listák fastruktúra alakja és megvalósítása



Listák jelölése — szintaktikus édesítőszerek

- az alapvető édesítés: `[Fej|Farok]` ≡ `.(Fej, Farok)`
- N-szeri alkalmazás kevesebb zárójellel:
  [Elem$_1$,Elem$_2$,...,Elem$_N$|Farok] ≡
  [Elem$_1$|[Elem$_2$|...|[Elem$_N$|Farok]...]]
- Ha a farok `[]`: [Elem$_1$,Elem$_2$,...,Elem$_N$] ≡ [Elem$_1$,Elem$_2$,...,Elem$_N$|[]]

```
| ?- [1,2] = [X|Y].                    ⇒ X = 1, Y = [2] ?
| ?- [1,2] = [X,Y].                    ⇒ X = 1, Y = 2 ?
| ?- [1,2,3] = [X|Y].                  ⇒ X = 1, Y = [2,3] ?
| ?- [1,2,3] = [X,Y].                  ⇒ no
| ?- [1,2,3,4] = [X,Y|Z].              ⇒ X = 1, Y = 2, Z = [3,4] ?
| ?- L = [1|_], L = [_,2|_].           ⇒ L = [1,2|_A] ? % nyílt végű
| ?- L = .(1,[2,3|[]]).                ⇒ L = [1,2,3] ?
| ?- L = [1,2|.(3,[])].                ⇒ L = [1,2,3] ?
| ?- [X|[3-Y/X|Y]]= .(A, [A-B,6]).     ⇒ A=3, B=[6]/3, X=3, Y=[6] ?
```


Tömör és minta-kifejezések, lista-minták, nyílt végű listák

- Tömör (ground) kifejezés: változót nem tartalmazó kifejezés
- Minta: egy általában nem nem tömör kifejezés, mindazon kifejezéseket „képviseli”, amelyek belőle változó-behelyettesítéssel előállnak.
- Lista-minta: listát (is) képviselő minta.
- Nyílt végű lista: olyan lista-minta, amely bármilyen hosszú listát is képvisel.
- Zárt végű lista: olyan lista(-minta), amely egyféle hosszú listát képvisel.

Zárt végű	Milyen listákat képvisel
`[X]`	egyelemű
`[X,Y]`	kételemű
`[X,X]`	két egyforma elemből álló
`[X,1,Y]`	3 elemből áll, 2. eleme 1

Nyílt végű	Milyen listákat képvisel
`X`	tetszőleges
`[X|Y]`	nem üres (legalább 1 elemű)
`[X,Y|Z]`	legalább 2 elemű
`[a,b|Z]`	legalább 2 elemű, elemei: `a, b, ...`

Listák összefűzése: az `append/3` eljárás

- `append(L1, L2, L3)`: Az `L3` lista az `L1` és `L2` listák elemeinek egymás után fűzésével áll elő (jelöljük: `L3` = `L1`⊕`L2`) — két megoldás:

```
append0([], L2, L) :- L = L2.
append0([X|L1], L2, L) :-
    append0(L1, L2, L3), L = [X|L3].
```

```
append([], L, L).
append([X|L1], L2, [X|L3]) :-
    append(L1, L2, L3).
```

```
    > append0([1,2,3],[4],A)
(2) > append0([2,3],[4],B), A=[1|B]
(2) > append0([3],[4],C), B=[2|C], A=[1|B]
(2) > append0([],[4],D),C=[3|D],B=[2|C],A=[1|B]
(1) > D=[4], C=[3|D], B=[2|C], A=[1|B]
BIP > C=[3,4], B=[2|C], A=[1|B]
BIP > B=[2,3,4], A=[1|B]
BIP > A=[1,2,3,4]
BIP > []
L = [1,2,3,4] ?
```

```
    > append([1,2,3],[4],A), write(A)
(2) > append([2,3],[4],B), write([1|B])
(2) > append([3],[4],C), write([1,2|C])
(2) > append([],[4],D), write([1,2,3|D])
(1) > write([1,2,3,4])
[1,2,3,4]
BIP > []
L = [1,2,3,4] ?
```

- Az `append0/append(L1, ...)` komplexitása: futási ideje arányos `L1` hosszával.
- Miért jobb az `append/3` mint az `append0/3`?
  - `append/3` **jobbrekurzív**, ciklussal ekvivalens (nem fogyaszt vermet)
  - `append([1,...,1000],[0],[2,...])` azonnal, `append0(...)` 1000 lépésben hiúsul meg
  - `append/3` használható szétszedésre is (lásd később), míg `append0/3` nem.

Lista építése *elölről* — nyílt végű listákkal

- Az append eljárás már az első redukciónál felépíti az eredmény fejét!
  (az eredményparaméter egy lista-minta lesz, a farok még ismeretlen, vö. logikai változó)

```
append([], L, L).
append([X|L1], L2, [X|L3]) :-      append(L1, L2, L3).
| ?- append([1,2,3], [4], Ered) ⟹  Ered = [1|A], append([2,3], [4], A)
```

- Haladó nyomkövetési lehetőségek ennek demonstrálására
  - `library(debugger_examples)` — példák a nyomkövető programozására, új parancsokra
  - új parancs: ‘`N` ⟨név⟩’ — fókuszált argumentum elnevezése
  - szabványos parancs: ‘`^` ⟨argszám⟩’ — adott argumentumra fókuszálás
  - új parancs: ‘`P` [⟨név⟩]’ — adott nevű (ill összes) kifejezés kiiratása

```
| ?- use_module(library(debugger_examples)).
| ?- trace, append([1,2,3],[4,5,6],A).
        1      1 Call: append([1,2,3],[4,5,6],_543) ? ^ 3
        1      1 Call: ^3 _543 ? N Ered
        1      1 Call: ^3 _543 ? P                         ⇒  Ered = _543
        2      2 Call: append([2,3],[4,5,6],_2700) ? P     ⇒  Ered = [1|_2700]
        3      3 Call: append([3],[4,5,6],_3625) ? P       ⇒  Ered = [1,2|_3625]
        4      4 Call: append([],[4,5,6],_4550) ? P        ⇒  Ered = [1,2,3|_4550]
        4      4 Exit: append([],[4,5,6],[4,5,6]) ? P      ⇒  Ered = [1,2,3,4,5,6]
        3      3 Exit: append([3],[4,5,6],[3,4,5,6]) ?
        2      2 Exit: append([2,3],[4,5,6],[2,3,4,5,6]) ?
        1      1 Exit: append([1,2,3],[4,5,6],[1,2,3,4,5,6]) ?
⇒  A = [1,2,3,4,5,6] ? ; no
```

Listák megfordítása

- Naív (négyzetes lépésszámú) megoldás

```
% nrev(L, R): Az R lista az L megfordítása.
nrev([], []).
nrev([X|L], R) :-
    nrev(L, RL),
    append(RL, [X], R).
```

- Lineáris lépésszámú megoldás

```
% reverse(R, L): Az R lista az L megfordítása.
reverse(R, L) :-  revapp(L, [], R).

% revapp(L1, L2, R): L1 megfordítását L2 elé fűzve kapjuk R-t.
revapp([], R, R).
revapp([X|L1], L2, R) :-
    revapp(L1, [X|L2], R).
```

- A `lists` könyvtár tartalmazza az `append/3` és `reverse/2` eljárások definícióját.
- A könyvtár betöltése:

```
:- use_module(library(lists)).
```


append és revapp — listák gyűjtési iránya

- Prolog megvalósítás

```
append([], L, L).
append([X|L1], L2, [X|L3]) :-
    append(L1, L2, L3).
```

```
revapp([], L, L).
revapp([X|L1], L2, L3) :-
    revapp(L1, [X|L2], L3).
```

- C++ megvalósítás

```
struct link   { link *next;
                char elem;
                link(char e): elem(e) {}
              };
typedef link *list;
```

```
list append(list list1, list list2)
{ list list3, *lp = &list3;
  for (list p=list1; p; p=p->next)
  { list newl = new link(p->elem);
    *lp = newl; lp = &newl->next;
  }
  *lp = list2;
  return list3;
}
```

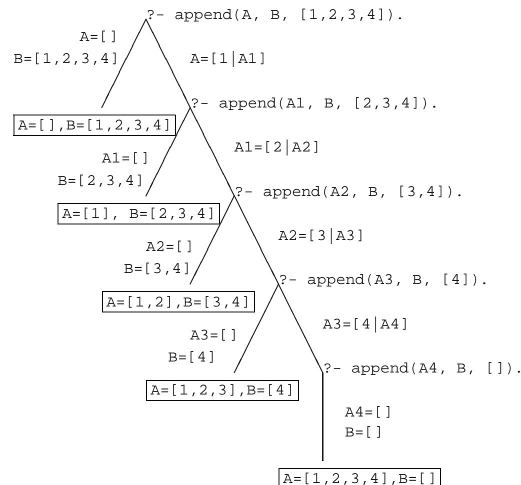
```
list revapp(list list1, list list2)
{ list l = list2;
  for (list p=list1; p; p=p->next)
  { list newl = new link(p->elem);
    newl->next = l; l = newl;
  }

  return l;
}
```


Listák szétbontása az append/3 segítségével

```
% append(L1, L2, L3):
% Az L3 lista az L1 és L2
% listák elemeinek egymás
% után fűzésével áll elő.
append([], L, L).
append([X|L1], L2, [X|L3]) :-
    append(L1, L2, L3).

| ?- append(A, B, [1,2,3,4]).
A = [], B = [1,2,3,4] ? ;
A = [1], B = [2,3,4] ? ;
A = [1,2], B = [3,4] ? ;
A = [1,2,3], B = [4] ? ;
A = [1,2,3,4], B = [] ? ;
no
```



Variációk appendre 1. — Három lista összefűzése

- Az `append/3` keresési tere **véges**, ha első és harmadik argumentuma közül legalább az egyik zárt végű lista.
- `append(L1,L2,L3,L123)`: L1 ⊕ L2 ⊕ L3 = L123

```
append(L1, L2, L3, L123) :-
        append(L1, L2, L12), append(L12, L3, L123).
```

  - Nem hatékony, pl.: `append([1,...,100],[1,2,3],[1], L)` 103 helyett 203 lépés!
  - Szétszedésre nem alkalmas — végtelen választási pontot hoz létre
- Szétszedésre is alkalmas, hatékony változat

```
% L1 ⊕ L2 ⊕ L3 = L123, ahol vagy L1 és L2, vagy L123 adott (zárt végű).
append(L1, L2, L3, L123) :-
        append(L1, L23, L123), append(L2, L3, L23).
```

  - Az első `append/3` hívás nyílt végű listát állít elő:
    `| ?- append([1,2], L23, L).` ⇒ `L = [1,2|L23] ?`
  - Az `L3` argumentum behelyettesítettsége (nyílt vagy zárt végű lista-e) nem számít.

Mintakeresés append/3-mal

- Párban előforduló elemek

```
% párban(Lista, Elem): A Lista számlistának Elem olyan
% eleme, amelyet egy ugyanilyen elem követ.
párban(L, E) :-
    append(_, [E,E|_], L).

| ?- párban([1,8,8,3,4,4], E).
        E = 8 ? ; E = 4 ? ; no
```

- Dadogó részek

```
% dadogó(L, D): D olyan nem üres részlistája L-nek,
% amelyet egy vele megegyező részlista követ.
dadogó(L, D) :-
        append(_, Farok, L),
        D = [_|_],
        append(D, Vég, Farok),
        append(D, _, Vég).

| ?- dadogó([2,2,1,2,2,1], D).
        D = [2] ? ; D = [2,2,1] ? ; D = [2] ? ; no
```


Keresés listában

- member(E, L): E az L lista eleme

```
member(Elem, [Elem|_]).
member(Elem, [_|Farok]) :-
        member(Elem, Farok).
```

```
member(Elem, [Fej|Farok]) :-
        (   Elem = Fej
        ;   member(Elem, Farok)
        ).
```

- A member/2 felhasználási lehetőségei
  - Eldöntendő (igen-nem) kérdés:

```
| ?- member(2, [1,2,3]).          ⇒   yes
```

  - Lista elemeinek felsorolása:

```
| ?- member(X, [1,2,3]).          ⇒   X = 1 ? ; X = 2 ? ; X = 3 ?  ; no
| ?- member(X, [1,2,1]).          ⇒   X = 1 ? ; X = 2 ? ; X = 1 ?  ; no
```

  - Listák közös elemeinek felsorolása – mindkét fenti hívásmintát használja:

```
| ?- member(X, [1,2,3]),
     member(X, [5,4,3,2,3]).      ⇒   X = 2 ? ; X = 3 ? ; X = 3 ? ; no
```

  - Egy értéket egy (nyílt végű) lista elemévé tesz, végtelen választás!

```
| ?- member(1, L).                ⇒   L = [1|_A] ? ; L = [_A,1|_B] ? ;
                                      L = [_A,_B,1|_C] ? ; ...
```

- A member/2 keresési tere **véges**, ha második argumentuma zárt végű lista.

member/2 általánosítása: select/3

- select(Elem, Lista, Marad): Elemet a Listaból elhagyva marad Marad.

```
select(Elem, [Elem|Marad], Marad).     % Elhagyjuk a fejet, marad a farok.
select(Elem, [X|Farok], [X|Marad0]) :- % Marad a fej,
        select(Elem, Farok, Marad0).   %    a farokból hagyunk el elemet.
```

- Felhasználási lehetőségek:

```
| ?- select(1, [2,1,3], L).            % Adott elem elhagyása
        L = [2,3] ? ; no
| ?- select(X, [1,2,3], L).            % Akármelyik elem elhagyása
        L=[2,3], X=1 ? ;  L=[1,3], X=2 ? ;   L=[1,2], X=3 ? ; no
| ?- select(3, L, [1,2]).              % Adott elem beszúrása!
        L = [3,1,2] ? ; L = [1,3,2] ? ; L = [1,2,3] ? ; no
| ?- select(3, [2|L], [1,2,7,3,2,1,8,9,4]).
                                       % Beszúrható-e 3 az [1,...]-ba
        no                             % úgy, hogy [2,...]-t kapjunk?
| ?- select(1, [X,2,X,3], L).
        L = [2,1,3], X = 1 ? ; L = [1,2,3], X = 1 ? ; no
```

- A lists könyvtár tartalmazza a member/2 és select/3 eljárások definícióját is.
- A select/3 keresési tere **véges**, ha 2. és 3. argumentuma közül legalább az egyik zárt végű.

Listák permutációja

- permutation(Lista, Perm): Lista permutációja a Perm lista.
  (Az alábbi definíció a library(lists) könyvtárból származik:)

```
permutation([], []).
permutation(Lista, [Elso|Perm]) :-
        select(Elso, Lista, Maradek),
        permutation(Maradek, Perm).
```

- Felhasználási példák:

```
| ?- permutation([1,2], L).
        L = [1,2] ? ; L = [2,1] ? ; no
| ?- permutation([a,b,c], L).
        L = [a,b,c] ? ; L = [a,c,b] ? ; L = [b,a,c] ? ;
        L = [b,c,a] ? ; L = [c,a,b] ? ; L = [c,b,a] ? ;
        no
| ?- permutation(L, [1,2]).
        L = [1,2] ? ;
        végtelen keresési tér
```

- Ha permutation/2-ben az első argumentum ismeretlen, akkor a select hívás keresési tere végtelen!

OPERÁTOROK

Operátor-kifejezések

- Példa:

```
% S is -S1+S2 ekvivalens az is(S, +(-(S1),S2)) kifejezéssel
```

- Operátoros kifejezések

  ⟨összetett kifejezés⟩ ::=
  - ⟨struktúranév⟩ (⟨argumentum⟩, ...) {eddig csak ez volt}
  - | ⟨argumentum⟩ ⟨operátornév⟩ ⟨argumentum⟩ {infix kifejezés}
  - | ⟨operátornév⟩ ⟨argumentum⟩ {prefix kifejezés}
  - | ⟨argumentum⟩ ⟨operátornév⟩ {posztfix kifejezés}

  ⟨operátornév⟩ ::= ⟨struktúranév⟩ {ha operátorként lett definiálva}

- Operátor-kezelő beépített predikátumok:
  - `op(Prioritás, Fajta, OpNév)` vagy `op(Prioritás, Fajta, [OpNév`$_1$`,OpNév`$_2$`,...])`:
    - `Prioritás`: 0–1200 közötti egész
    - `Fajta`: az `yfx`, `xfy`, `xfx`, `fy`, `fx`, `yf`, `xf` névkonstansok egyike
    - `OpNév`: tetszőleges névkonstans
    - pozitív prioritás esetén definiálja az operátor(oka)t, 0 prioritás esetén megszünteti azokat.
  - `current_op(Prioritás, Fajta, OpNév)`: felsorolja a definiált operátorokat.

Szabványos, beépített operátorok

Szabványos operátorok

```
1200 xfx :- -->
1200  fx :- ?-
1100 xfy ;
1050 xfy ->
1000 xfy ','
 900  fy \+
 700 xfx < = \= =..
         =:= =< == \==
         =\= > >= is
         @< @=< @> @>=
 500 yfx + - /\ \/
 400 yfx * / // rem
         mod << >>
 200 xfx **
 200 xfy ^
 200  fy - \
```

Egyéb beépített operátorok SICStus Prologban

```
1150  fx mode public dynamic volatile
         discontiguous multifile block
         meta_predicate initialization
1100 xfy do
 900  fy spy nospy
 550 xfy :
 500 yfx \
 200  fx +
```


Operátorok jellemzői

- Egy operátort jellemez a fajtája és prioritása
- A fajta meghatározza az operátor-osztályt (írásmódot) és az asszociatívitást:

Fajta			Osztály	Értelmezés
bal-asszoc.	jobb-asszoc.	nem-asszoc.		
`yfx`	`xfy`	`xfx`	infix	`X f Y` ≡ `f(X, Y)`
	`fy`	`fx`	prefix	`f X` ≡ `f(X)`
`yf`		`xf`	posztfix	`X f` ≡ `f(X)`

- Több-operátoros kifejezésben a zárójelezést a prioritás és az asszociatívitás határozza meg, pl.
  - `a/b+c*d` ≡ `(a/b)+(c*d)` mert `/` és `*` prioritása 400, ami **kisebb** mint a `+` prioritása (500) (kisebb prioritás = **erősebb** kötés).
  - `a+b+c` ≡ `(a+b)+c` mert a `+` operátor fajtája `yfx`, azaz bal-asszociatív — balra köt, balról jobbra zárójelez (a fajtanévben az `y` betű mutatja az asszociatívitás irányát)
  - `a^b^c` ≡ `a^(b^c)` mert a `^` operátor fajtája `xfy`, azaz jobb-asszociatív (jobbra köt, jobbról balra zárójelez)
  - `a=b=c` szintaktikusan hibás, mert az `=` operátor fajtája `xfx`, azaz nem-asszociatív

Operátorok zárójelezése

- Egy `X op`$_1$ `Y op`$_2$ `Z` zárójelezése, ahol `op`$_1$ és `op`$_2$ prioritása n_1 és n_2:
  - ha $n_1 > n_2$ akkor `X op`$_1$ `(Y op`$_2$ `Z)`;
  - ha $n_1 < n_2$ akkor `(X op`$_1$ `Y) op`$_2$ `Z`;
  - ha $n_1 = n_2$ és `op`$_1$ jobb-asszociatív (`xfy`), akkor `X op`$_1$ `(Y op`$_2$ `Z)`;
  - **egyébként,** ha $n_1 = n_2$ és `op`$_2$ bal-asszociatív (`yfx`), akkor `(X op`$_1$ `Y) op`$_2$ `Z`;
  - egyébként szintaktikus hiba
- Érdekes példa:
  - ```
    :- op(500, xfy, +^).
    | ?- :- write((1 +^ 2) + 3), nl.   ⇒ (1+^2)+3
    | ?- :- write(1 +^ (2 + 3)), nl.   ⇒ 1+^2+3
    ```
  - tehát: konfliktus esetén az első operátor asszociativitása „győz”.
- Alapszabály: egy n prioritású operátor operandusaként zárójelezés nélkül
  - legfeljebb $n-1$ prioritású operátort fogad el az `x` betűvel jelzett oldalon
  - legfeljebb n prioritású operátort fogad el az `y` betűvel jelzett oldalon
- Az alapszabály segítségével a prefix és posztfix operátorok zárójelezése is meghatározható

Operátorok — kiegészítő megjegyzések

- Azonos nevű, azonos osztályba tartozó operátorok egyidejűleg nem megengedettek.
- Egy program szövegében direktívákkal definiálhatunk operátorokat, pl.

```
:- op(500, xfx, --).                :- op(450, fx, @).

tree_sum(@V, V).                    (...)
```

- A „vessző” kettős szerepe
  - struktúra-kifejezés argumentumait választja el
  - 1000 prioritású `xfy` operátorként működik pl.: `(p :- a,b,c) = :-(p,',',(a,',',(b,c)))`
  - a „pucér” vessző (`,`) nem névkonstans, de operátorként aposztrofok nélkül is írható.
  - struktúra-argumentumban 999-nél nagyobb prioritású kifejezést zárójelezni kell:

```
| ?- write_canonical((a,b,c)).  ⇒ ','(a,','(b,c))
| ?- write_canonical(a,b,c).    ⇒ ! procedure write_canonical/3 does not exist
```

- Az egyértelmű elemezhetőség érdekében a Prolog szabvány kiköti, hogy
  - operandusként előforduló operátort zárójelbe kell tenni, pl. `Comp = (>)`
  - nem létezhet azonos nevű infix és posztfix operátor.
- Sok Prolog rendszerben nem kötelező betartani ezeket a megszorításokat.

Operátorok felhasználása

- Mire jók az operátorok?
  - aritmetikai eljárások kényelmes írására, pl. `X is (Y+3) mod 4`
  - aritmetikai kifejezések szimbolikus feldolgozására (pl. szimbolikus deriválás)
  - klózok leírására (`:-` és `','` is operátor)
  - klózok átadhatók meta-eljárásoknak, pl `asserta( (p(X):-q(X),r(X)) )`
  - eljárásfejek, eljáráshívások olvashatóbbá tételére:

    ```
    :- op(800, xfx, [nagyszülője, szülője]).

    Gy nagyszülője N :-  Gy szülője Sz, Sz szülője N.
    ```
  - adatstruktúrák olvashatóbbá tételére, pl.

    ```
    :- op(100, xfx, [.]).

    sav(kén, h.2-s-o.4).
    ```
- Miért rosszak az operátorok?
  - egyetlen globális erőforrás, ez nagyobb projektben gondot okozhat.

Aritmetika Prologban

- Az operátorok teszik lehetővé azt is, hogy a matematikában ill. más programozási nyelvekben megszokott módon írhassunk le aritmetikai kifejezéseket.
- Az `is` beépített predikátum egy aritmetikai kifejezést vár a jobboldalán (2. argumentumában), azt kiértékeli, és az eredményt egyesíti a baloldali argumentummal
- Az `=:=` beépített predikátum mindkét oldalán aritmetikai kifejezést vár, azokat kiértékeli, és csakkor sikerül, ha az értékek megegyeznek.
- Példák:

```
| ?- X = 1+2, write(X), write('  '), write_canonical(X), Y is X.
⇒               1+2                  +(1,2)    ⟹ X = 1+2, Y = 3 ? ; no
| ?- X = 4, Y is X/2, Y =:= 2.   ⟹ X = 4, Y = 2.0 ? ; no
| ?- X = 4, Y is X/2, Y = 2.     ⟹ no
```

- **Fontos**: az aritmetikai operátorokkal (+,-,...) képzett kifejezések **összetett Prolog kifejezés**t jelentenek. Csak az aritmetikai beépített predikátumok értékelik ki ezeket!
- A Prolog kifejezések alapvetően szimbolikusak, az aritmetikai kiértékelés a „kivétel”.
```

Operátoros példa: polinom behelyettesítési értéke

- Formula: számokból és az ‘x’ névkonstansból ‘+’ és ‘*’ operátorokkal felépülő kifejezés.
- A feladat: Egy formula értékének kiszámolása egy adott x érték esetén.

```
% erteke(Kif, X, E): A Kif formula értéke E, az x=X behelyettesítéssel.
erteke(x, X, E) :-
        E = X.
erteke(Kif, _, E) :-
        number(Kif), E = Kif.
erteke(K1+K2, X, E) :-
        erteke(K1, X, E1),
        erteke(K2, X, E2),
        E is E1+E2.
erteke(K1*K2, X, E) :-
        erteke(K1, X, E1),
        erteke(K2, X, E2),
        E is E1*E2.

| ?- erteke((x+1)*x+x+2*(x+x+3), 2, E).
E = 22 ? ;
no
```


TOVÁBBI VEZÉRLÉSI SZERKEZETEK

Diszjunkció

- Ismétlés: egy klóz törzsében a ‘,’ operátor „és” kapcsolatot, azaz konjunkciót jelöl
- A ‘;’ operátort használhatjuk a „vagy” kapcsolat, azaz a diszjunkció kifejezésére
- Példa:

```
member(Elem, [Elem|_]).                 || member(Elem, [Fej|Farok]) :-
member(Elem, [_|Farok]) :-              ||         (   Elem = Fej            % 1. ág (alternatíva)
        member(Elem, Farok).            ||         ;   member(Elem, Farok)   % 2. ág
                                                   ).
```

- A diszjunkció végrehajtása:
  - A diszjunkciót nyitó zárójel elérésekor létrehozunk egy választási pontot
  - A i.-ik választás a diszjunkciót az i.-ik ágára redukálja
- Tehát pl. az első ág sikeres lefutása után kilépünk a diszjunkcióból, és az utána jövő célokkal folytatjuk a redukálást
  - azaz a ‘;’ elérésekor a ‘)’-nél folytatjuk a futást
- A későbbi ágak végrehajtására visszalépés esetén kerül sor, pl.
  - ha az egy ág meghiúsul;
  - vagy ha a diszjunkció sikeres lefutását követően meghiúsulás következik be

A diszjunkció mint szintaktikus édesítőszer

- A diszjunkció akárhány tagú lehet. A ‘;’ művelet gyengébben köt mint a ‘,’, ezért a diszjunkciót mindig zárójelbe tesszük, míg az ágait nem kell zárójelezni. Példa, „szabványos” formázással:

```
a(X, Y, Z) :-
        p(X, U), q(Y, V),
        (   r(U, T), s(T, Z)
        ;   t(V, Z)
        ;   t(U, Z)
        ),
        u(X, Z).
```

- A diszjunkció egy segéd-predikátummal mindig kiküszöbölhető
  - Megkeressük azokat a változókat, amelyek a diszjunkcióban és azon kívül is előfordulnak
  - A segéd-predikátumnak ezek a változók lesznek az argumentumai
  - A segéd-predikátum minden klóza megfelel a diszjunkció egy ágának

```
seged(U, V, Z) :- r(U, T), s(T, Z).
seged(U, V, Z) :- t(V, Z).
seged(U, V, Z) :- t(U, Z).

a(X, Y, Z) :-
        p(X, U), q(Y, V),
        seged(U, V, Z),
        u(X, Z).
```

- A diszjunkció szemantikáját ezzel a segéd-predikátumos átalakítással definiáljuk.

Diszjunkció — megjegyzések

- Az egyes klózok 'ÉS' vagy 'VAGY' kapcsolatban vannak?
  - A program klózai **ÉS** kapcsolatban vannak, pl.

    ```
    szuloje('Imre', 'István').          szuloje('Imre', 'Gizella').
    ```

    jelentése: Imre szülője István **ÉS** Imre szülője Gizella.
  - Az ÉS kapcsolatban levő klózok alternatív (VAGY kapcsolatban levő) válaszokhoz vezetnek:

    ```
    :- szuloje('Imre' Sz). ⇒ Sz = 'István' ? ; Sz = 'Gizella' ? ; no
    ```

    A „Ki Imre szülője?” kérdésre a válasz: István vagy Gizella.
- A fenti két klózos predikátum átalakítható egyetlen klózzá, diszjunkció segítségével:

  ```
  szuloje('Imre', Sz) :-
          (   Sz = 'István'           (*)
          ;   Sz = 'Gizella'          (*)
          ).
  ```

  A konjunkció ezáltal diszjunkcióvá alakult (vö. De Morgan azonosságok).
- Általánosan: tetszőleges predikátum egyklózossá alakítható:
  - a klózokat átalakítjuk azonos fejűvé, új változók és egyenlőségek bevezetésével:

    ```
    szuloje('Imre', Sz) :- Sz = 'István'.
    szuloje('Imre', Sz) :- Sz = 'Gizella'.
    ```
  - a klóztörzseket egy diszjunkcióvá fogjuk össze, amely az új predikátum törzse (lásd `(*)`).

Negáció

- Feladat: Keressünk (adatbázisunkban) egy olyan szülőt, aki **nem** nagyszülő!
- Ehhez negációra van szükségünk:
  - Meghiúsulásos negáció: a `\+ Hívás` szerkezet lefuttatja `Hívás`t, és pontosan akkor sikerül, ha a `Hívás` meghiúsult.
- Egy megoldás:

  ```
  | ?- szülője(_, X), \+ nagyszülője(_, X).
  X = 'István' ? ;
  X = 'Gizella' ? ;
  no
  ```
- Egy ekvivalens megoldás:

  ```
  | ?- szülője(_Gy, X), \+ szülője(_, _Gy).
  X = 'István' ? ;
  X = 'Gizella' ? ;
  no
  ```
- Mi történik ha a két hívást megcseréljük?

  ```
  | ?- \+ szülője(_, _Gy), szülője(_Gy, X).
  no
  ```


A meghiúsulásos negáció (NF — Negation by Failure)

- A `\+ Hívás` beépített meta-eljárás (vö. $\nvdash$ — nem bizonyítható)
  - végrehajtja a `Hívás` hívást,
  - ha `Hívás` sikeresen lefutott, akkor meghiúsul,
  - egyébként (azaz ha `Hívás` meghiúsult) sikerül.
- `\+ Hívás` futása során `Hívás` legfeljebb egy megoldása áll elő
- `\+ Hívás` sohasem helyettesít be változót
- Gondok a meghiúsulásos negációval:
  - „zárt világ feltételezése” (CWA) — ami nem bizonyítható, az nem igaz.

    ```
    | ?- \+ szuloje('Imre', X).          ----> no
    | ?- \+ szuloje('Géza', X).          ----> true ?
    ```
  - $\backslash + H$ deklaratív szemantikája: $\neg\exists X(H)$, ahol X a H-ban a *hívás pillanatában* behelyettesítetlen változókat jelöli.

    ```
    | ?- \+ X = 1, X = 2.                ----> no
    | ?- X = 2, \+ X = 1.                ----> X = 2 ?
    ```


Példa: együttható meghatározása lineáris kifejezésben

- Formula: számokból és az 'x' névkonstansból '+' és '*' operátorokkal épül fel.
- `% :- type kif == {x} \/ number \/ {kif+kif} \/ {kif*kif}.`
- Lineáris formula: a '*' operátor legalább egyik oldalán szám áll.

```
% egyhat(Kif, E): A Kif lineáris formulában az x együtthatója E.
egyhat(x, 1).
egyhat(Kif, E) :-
        number(Kif), E = 0.
egyhat(K1+K2, E) :-
        egyhat(K1, E1),
        egyhat(K2, E2),
        E is E1+E2.
egyhat(K1*K2, E) :-
        number(K1),
        egyhat(K2, E0),
        E is K1*E0.
egyhat(K1*K2, E) :-
        number(K2),
        egyhat(K1, E0),
        E is K2*E0.
```

```
| ?- egyhat(((x+1)*3)+x+2*(x+x+3), E).
E = 8 ? ;
no
```

```
| ?- egyhat(2*3+x, E).
E = 1 ? ;
E = 1 ? ; no
```

Együttható meghatározása: többszörös megoldások kiküszöbölése

- negáció alkalmazásával:

```
(...)
egyhat(K1*K2, E) :-
        number(K1), egyhat(K2, E0), E is K1*E0.
egyhat(K1*K2, E) :-
        \+ number(K1),
        number(K2), egyhat(K1, E0), E is K2*E0.
```

- hatékonyabban, feltételes kifejezéssel:

```
(...)
egyhat(K1*K2, E) :-
        (   number(K1) -> egyhat(K2, E0), E is K1*E0
        ;   number(K2), egyhat(K1, E0), E is K2*E0
        ).
```


Feltételes kifejezések

- Szintaxis (`felt`, `akkor`, `egyébként` tetszőleges célsorozatok):

```
(...) :-
        (...),
        (   felt -> akkor
        ;   egyébként
        ),
        (...).
```

- Deklaratív szemantika: a fenti alak jelentése megegyezik az alábbival, ha a `felt` egy egyszerű feltétel (nem oldható meg többféleképpen):

```
(...) :-
        (...),
        (   felt, akkor
        ;   \+ felt, egyébként
        ),
        (...).
```


Feltételes kifejezések (folyt.)

- Procedurális szemantika
  A `(felt->akkor;egyébként),folytatás` célsorozat végrehajtása:
  - Végrehajtjuk a `felt` hívást.
  - Ha `felt` sikeres, akkor az `akkor,folytatás` célsorozatra redukáljuk a fenti célsorozatot, a `felt` *első* megoldása által eredményezett behelyettesítésekkel. A `felt` cél többi megoldását nem keressük meg.
  - Ha `felt` sikertelen, akkor az `egyébként,folytatás` célsorozatra redukáljuk, behelyettesítés nélkül.
- Többszörös elágaztatás skatulyázott feltételes kifejezésekkel:

```
(   felt1 -> akkor1                 (   felt1 -> akkor1
;   felt2 -> akkor2                 ;  (felt2 -> akkor2
;   ...                             ;   ...
)                                   ...))
```

- Az `egyébként` rész elhagyható, alapértelmezése: `fail`.
- A `\+ felt` negáció kiváltható a `( felt -> fail ; true )` feltételes kifejezéssel.

Feltételes kifejezés — példák

- Faktoriális

```
% fakt(+N, ?F): N! = F.
fakt(N, F) :-
        (   N = 0 -> F = 1                              % N = 0,  F = 1
        ;   N > 0, N1 is N-1, fakt(N1, F1), F is N*F1
        ).
```

- Jelentése azonos a sima diszjunkciós alakkal (lásd komment), de annál hatékonyabb, mert nem hagy maga után választási pontot.
- Szám előjele

```
% Sign = sign(Num)
sign(Num, Sign) :-
        (   Num > 0 -> Sign = 1
        ;   Num < 0 -> Sign = -1
        ;   Sign = 0
        ).
```

AZ ELJÁRÁS-DOBOZOS VÉGREHAJTÁSI MODELL

A Prolog végrehajtás eljárásos modelljei

- Az azonos funktorú klózok alkotnak egy eljárást
- Egy eljárás meghívása a hívás és klózfej mintaillesztésével (egyesítésével) történik
- A végrehajtás lépéseinek modellezése:
  - Eljárás-redukciós modell
    - Az alaplépés: egy hívás-sorozat (azaz célsorozat) redukálása egy klóz segítségével (ez a már ismert redukciós lépés).
    - Visszalépés: visszatérünk egy korábbi célsorozathoz, és újabb klózzal próbálkozunk.
    - A modell előnyei: pontosan definiálható, a keresési tér szemléltethető
  - Eljárás-doboz modell
    - Az alapgondolat: egymásba skatulyázott eljárás-dobozok kapuin lépünk be és ki.
    - Egy eljárás-doboz kapui: hívás (belépés), sikeres kilépés, sikertelen kilépés.
    - Visszalépés: új megoldást kérünk egy már lefutott eljárástól (újra kapu).
    - A modell előnyei: közel van a hagyományos rekurzív eljárásmodellhez, a Prolog beépített nyomkövetője is ezen alapul.

A eljárás-redukciós végrehajtási modell

- A redukciós végrehajtási modell alapgondolata
  - A végrehajtás egy állapota: egy célsorozat
  - A végrehajtás kétféle lépésből áll:
    - redukciós lépés: egy célsorozat + klóz → új célsorozat
    - zsákutca esetén visszalépés: visszatérés a legutolsó választási ponthoz
  - Választási pont:
    - létrehozása: olyan redukciós lépés amely nem a legutolsó klózzal illesztett
    - aktiválása: visszalépéskor visszatérünk a választási pont célsorozatához és a **további** klózok között keresünk illeszthetőt
      (Emiatt a választási pontban a célsorozat mellett az illesztett klóz sorszámát is tárolni kell.)
    - az ún. indexelés segít a választási pontok számának csökkentésében
- A redukciós modell keresési fával szemléltethető
  - A végrehajtás során a fa csomópontjait járjuk be mélységi kereséssel
  - A fa gyökerétől egy adott pontig terjedő szakaszon kell a választási pontokat megjegyezni — ez a választási verem (choice point stack)

Az eljárás-doboz modell

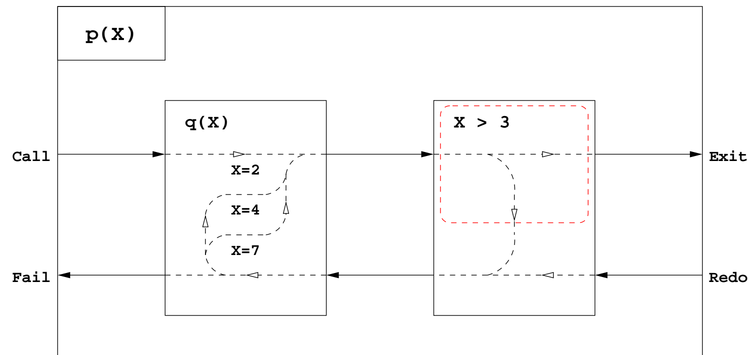
- A Prolog eljárás-végrehajtás két fázisa
  - előre menő végrehajtás: egymásba skatulyázott eljárás-belépések és - kilépések
  - visszafelé menő végrehajtás: újabb megoldás kérése egy már lefutott eljárástól
- Egy egyszerű példa

```
q(2).  q(4).  q(7).                    p(X) :- q(X), X > 3.
```

  - Belépünk a `p/1` eljárásba (Hívási kapu, Call port)
  - Belépünk a `q/1` eljárásba (Call)
  - A `q/1` eljárás sikeresen lefut a `q(2)` eredménnyel (Kilépési kapu, Exit port)
  - A `> /2` eljárásba belépünk a `2>3` hívással (Call)
  - A `> /2` eljárás sikertelenül fut le (Meghiúsulási kapu, Fail port)
  - (visszafelé menő futás): visszatérünk (a már lefutott) `q/1`-be, újabb megoldást kérve (Újra kapu, Redo Port)
  - A `q/1` eljárás sikeresen lefut a `q(4)` eredménnyel (Exit)
  - A `4>3` eljáráshívással a `> /2`-be belépünk majd sikeresen kilépünk (Call, Exit)
  - A `p/1` eljárás sikeresen lefut `p(4)` eredménnyel (Exit)

Eljárás-doboz modell — grafikus szemléltetés

```
q(2).  q(4). q(7).                      p(X) :- q(X), X > 3.
```



Eljárás-doboz modell — egyszerű nyomkövetési példa

- Az előző példa nyomkövetése SICStus Prologban

```
q(2).  q(4). q(7).

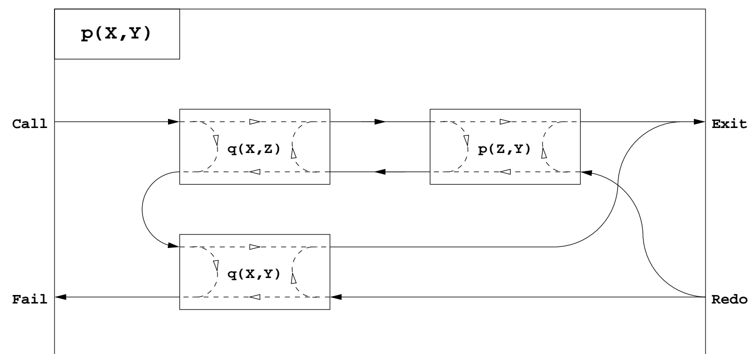
p(X) :- q(X), X > 3.


| ?- trace, p(X).
        1      1 Call: p(_463) ?
        2      2 Call: q(_463) ?
?       2      2 Exit: q(2) ?         % ? ≡ nemdeterminisztikus
kilépés
        3      2 Call: 2>3 ?
        3      2 Fail: 2>3 ?
        2      2 Redo: q(2) ?         % visszafelé menő végrehajtás
?       2      2 Exit: q(4) ?
        4      2 Call: 4>3 ?
        4      2 Exit: 4>3 ?
?       1      1 Exit: p(4) ?
X = 4 ? ;
        1      1 Redo: p(4) ?         % visszafelé menő végrehajtás
        2      2 Redo: q(4) ?         % visszafelé menő végrehajtás
        2      2 Exit: q(7) ?
        5      2 Call: 7>3 ?
        5      2 Exit: 7>3 ?
        1      1 Exit: p(7) ?
X = 7 ? ;
no
```


Eljárás-doboz: egy összetettebb példa

```
p(X,Y) :- q(X,Z), p(Z,Y).
p(X,Y) :- q(X,Y).

q(1,2). q(2,3). q(2,4).
```



Eljárás-doboz modell — „kapcsolási” alapelvek

- Hogyan építhető fel egy „szülő” eljárás doboza a benne hívott eljárások dobozaiból?
- Feltehető, hogy a klózfejekben (különböző) változók vannak, a fej-egyesítéseket hívás(okk)á alakítva
- Előre menő végrehajtás:
  - A szülő Hívás kapuját az első klóz első hívásának Hívás kapujára kötjük.
  - Egy rész-eljárás Kilépési kapuját
    - a következő hívás Hívás kapujára, vagy,
    - ha nincs következő hívás, akkor a szülő Kilépési kapujára kötjük
- Visszafelé menő végrehajtás:
  - Egy rész-eljárás Meghiúsulási kapuját
    - az előző hívás Újra kapujára, vagy,
    - ha nincs előző hívás, akkor a következő klóz első hívásának Hívás kapujára, vagy
    - ha nincs következő klóz, akkor a szülő Meghiúsulási kapujára kötjük
  - A szülő Újra kapuját mindegyik klóz utolsó hívásának Újra kapujára kötjük
    - mindig arra a klózra térünk vissza, amelyben legutoljára volt a vezérlés

Visszalépéses keresés — egy aritmetikai példa

- Példa: „jó” számok keresése
- A feladat: keressük meg azokat a kétjegyű számokat amelyek négyzete háromjegyű és a szám fordítottjával kezdődik
- A program:

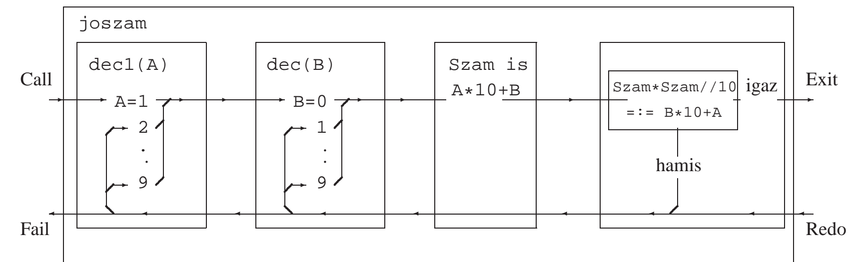
```
% dec1(J): J egy pozitív decimális számjegy.
dec1(1). dec1(2). dec1(3). dec1(4).
dec1(5). dec1(6). dec1(7). dec1(8). dec1(9).

% dec(J): J egy decimális számjegy.
dec(0).
dec(J) :- dec1(J).

% Szam négyzete háromjegyű és a Szam fordítottjával kezdődik.
joszam(Szam):-
        dec1(A), dec(B),
        Szam is A * 10 + B, Szam * Szam // 10 =:= B * 10 + A.
```


Prolog végrehajtás — a 4-kapus doboz modell

```
joszam(Szam):-
        dec1(A), dec(B),
        Szam is A * 10 + B, Szam * Szam // 10 =:= B * 10 + A.
```



Visszalépéses keresés — számintervallum felsorolása

- `dec(J)` felsorolta a 0 és 9 közötti egész számokat
- Általánosítás: soroljuk fel az `N` és `M` közötti egészeket (`N` és `M` maguk is egészek)

```
% between(M, N, I): M =< I =< N, I egész.
between(M, N, M) :-
        M =< N.
between(M, N, I) :-
        M < N,
        M1 is M+1,
        between(M1, N, I).

% dec(X): X egy decimális számjegy
dec(X) :- between(0, 9, X).

| ?- between(1, 2, _X), between(3, 4, _Y), Z is 10*_X+_Y.
Z = 13 ? ;
Z = 14 ? ;
Z = 23 ? ;
Z = 24 ? ;
no
```

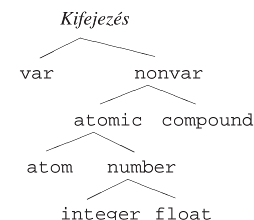

A SICStus eljárás-doboz alapú nyomkövetése — legfontosabb parancsok

- Alapvető nyomkövetési parancsok
  - `h <RET>` (help) — parancsok listázása
  - `c <RET>` (creep) vagy `<RET>` — továbblépés minden kapunál megálló nyomkövetéssel
  - `l <RET>` (leap) — csak töréspontnál áll meg, de a dobozokat építi
  - `z <RET>` (zip) — csak töréspontnál áll meg, dobozokat nem épít
  - `+ <RET>` ill. `- <RET>` — töréspont rakása/eltávolítása a kurrens predikátumra
  - `s <RET>` (skip) — eljárástörzs átlépése (Call/Redo ⇒ Exit/Fail)
  - `o <RET>` (out) — kilépés az eljárástörzsből
- A Prolog végrehajtást megváltoztató parancsok
  - `u <RET>` (unify) — a kurrens hívást végrehajtás helyett egyesíti egy beolvasott kifejezéssel.
  - `r <RET>` (retry) — újrakezdi a kurrens hívás végrehajtását (ugrás a Call kapura)
- Információ-megjelenítő és egyéb parancsok
  - `w <RET>` (write) — a hívás kiírása mélység-korlátozás nélkül
  - `b <RET>` (break) — új, beágyazott Prolog interakciós szint létrehozása
  - `n <RET>` (notrace) — nyomkövető kikapcsolása
  - `a <RET>` (abort) — a kurrens futás abbahagyása

AZ EGYESÍTÉSI ÉS VÉGREHAJTÁSI ALGORITMUS

A Prolog adatfogalma – ismétlés

- Prolog kifejezések osztályozása – kanonikus alak (belső ábrázolás)



`var(X)`	X változó
`nonvar(X)`	X nem változó
`atomic(X)`	X konstans
`compound(X)`	X struktúra
`atom(X)`	X névkonstans
`number(X)`	X szám
`integer(X)`	X egész szám
`float(X)`	X lebegőpontos szám

A logikai változó

- A logikai változó fogalma:
  - kifejezésként, kifejezésben egyaránt előfordulhat, vö. a változókat a (lista) mintákban.
  - két változó azonossá tehető (azaz egyesíthető): pl. két azonos változó egy kifejezésben.
  - a változó „teljes jogú” állampolgár a (rész)kifejezések világában
- Erlang-ban is van mintaillesztés, de a minta csak szétszedésre használható, összerakásra nem; a mintabeli változók mindig (tömör) értéket kapnak.
- (Egyes újabb funkcionális nyelvek, pl. az Oz nyelv, támogatják a logikai változókat.)
- Példa: Az alábbi célsorozat egy két **azonos** elemből álló listát épít fel az `L` változóban. Az elemek értéke **azonos** lesz a célsorozatbeli `X` változóval:

```
első_eleme([E|_], E).
második_eleme([_,E|_], E).

| ?- első_eleme(L, X), második_eleme(L, X). ⟹ L = [X,X|_A] ? ; no
```

- Ha az egyesített változók bármelyike értéket kap, a többi is erre az értékre helyettesítődik:

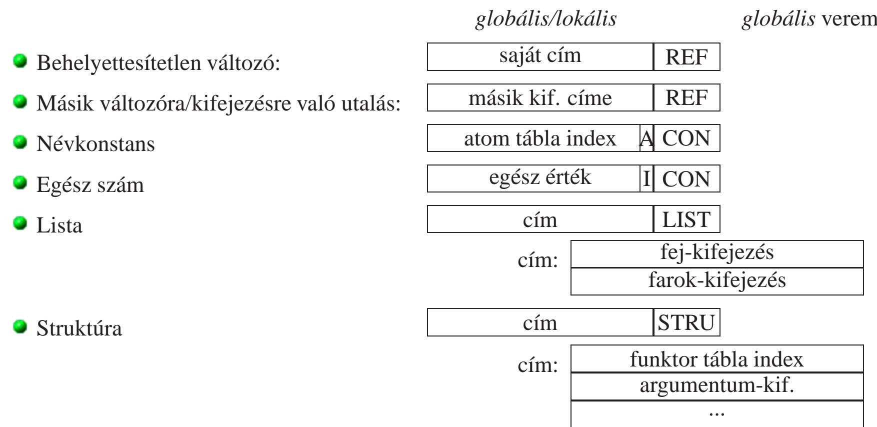
```
| ?- első_eleme(L, X), második_eleme(L, X), X = alma.
                                ⟹ X = alma, L = [alma,alma|_A] ? ; no
| ?- első_eleme(L, X), második_eleme(L, X), második_eleme(L, bor)
                                ⟹ X = bor, L = [bor,bor|_A] ? ; no
```


Néhány szó a Prolog megvalósításairól

- Az első Prolog megvalósítás: 1973, Marseille Prolog (A. Colmerauer et al.)
  - értelmező (interpreter), Fortran nyelven
  - kifejezések ábrázolása: struktúra-osztásos (structure-sharing)
  - veremszervezés: egyetlen verem (csak visszalépéskor szabadul fel)
- 1977: DEC-10 Prolog (D. H. D. Warren)
  - fordítóprogram Prolog és assembly nyelven (+ értelmező Prologban)
  - kifejezések ábrázolása: struktúra-osztásos
  - veremszervezés: három verem (visszalépéskor mindhárom felszabadul)
    - globális verem (global stack): globális (struktúra-beli) változók, szemétgyűjtött
    - fő verem (local stack): eljárások, választási pontok, változók, det. lefutáskor felszabadul
    - nyom verem (trail): változó-behelyettesítések tárolása
- 1983: WAM — Warren Abstract Machine (D. H. D. Warren)
  - absztrakt gép Prolog programok végrehajtására
  - kifejezések ábrázolása: struktúra-másolásos (structure-copying)
  - három verem, mint DEC-10 Prologban, a globális verem tárolja a struktúrákat
  - A legtöbb mai Prolog WAM alapú (SICStus, SWI, GNU Prolog, . . .)

WAM: Prolog kifejezések tárolása

- A WAM-ban javasolt kifejezés-ábrázolás (LBT: low bit tagging scheme)



- A SICStus 3.x rendszer a 4 legmagasabb helyiértékű biten tárolta jelzőket (tag) — ezért a veremterületek mérete 256 Mbyte-ban volt korlátozott. (SICStus 4-ben már LBT séma van.)

WAM: néhány további részlet

- Változók kezelése
  - Két változó illesztése (egyesítése): a fiatalabbik az öregebbikre utaló **REF** értéket kap
  - **Utalástalanítás**: az (esetleg többtagú) REF-lánc követése
  - Behelyettesítetlen változó $\equiv$ önmagára mutató utalás $\Rightarrow$ egyszerűbb utalástalanítás
- Visszalépés
  - **Feltételes változó**: behelyettesítetlen változó, öregebb mint a legfrissebb választási pont
  - Feltételes változó behelyettesítése esetén a változó címét beírjuk a nyom-verembe
  - Visszalépéskor a nyom alapján „visszacsináljuk” a változó-behelyettesítéseket, majd a vermeket visszahúzzuk
- A WAM bemutatása (tutorial):
  `http://web.archive.org/web/20030213072337/http://www.vanx.org/archive/wam/wam.html`

A Prolog alapvető adatkezelő művelete: az egyesítés

- Egyesítés (*unification*): két Prolog kifejezés (pl. egy eljáráshívás és egy klózfej) azonos alakra hozása, változók esetleges behelyettesítésével, a lehető legáltalánosabban (a legkevesebb behelyettesítéssel)
- Az egyesítés **szimmetrikus**: mindkét oldalon lehet – és behelyettesítődhet – változó
- Példák
  - Bemenő paraméterátadás — a fej változóit helyettesíti be:
    hívás: `nagyszuloje('Imre', Nsz),`
    fej: `nagyszuloje(Gy, N),`
    behelyettesítés: `Gy = 'Imre', N = Nsz`
  - Kimenő paraméterátadás — a hívás változóit helyettesíti be:
    hívás: `szuloje('Imre', Sz),`
    fej: `szuloje('Imre', 'István'),`
    behelyettesítés: `Sz = 'István'`
  - Bemenő/kimenő paraméterátadás — a fej és a hívás változóit is behelyettesíti:
    hívás: `sum_tree(leaf(5), Sum)`
    fej: `sum_tree(leaf(V), V)`
    behelyettesítés: `V = 5,   Sum = 5`

Az egyesítési algoritmus feladata

- Az egyesítési algoritmus
  - bemenete: két Prolog kifejezés: A és B
    (általában egy klóz feje és egy célsorozat első tagja)
  - feladata: a két kifejezés egyesíthetőségének eldöntése
  - matematikailag az eredménye: meghiúsulás, vagy siker és a legáltalánosabb egyesítő – azaz most general unifier, $mgu(A, B)$ – előállítása
  - praktikusan nem az mgu egyesítő előállítása szükséges, hanem az egyesítő behelyettesítés végrehajtása (a szóbanforgó klóz törzsén és a célsorozat maradékán)
- A legáltalánosabb egyesítő az, amelyik nem helyettesít be „feleslegesen”
  - Példa: `sum_tree(leaf(V), V) = sum_tree(T, S)`
    - egyesítő behelyettesítés: `V`$\leftarrow$`1`, `T`$\leftarrow$`leaf(1)`, `S`$\leftarrow$`1`
    - legáltalánosabb egyesítő behelyettesítés: `T`$\leftarrow$`leaf(V)`, `S`$\leftarrow$V, vagy `T`$\leftarrow$`leaf(S)`, V$\leftarrow$S
  - a legáltalánosabb egyesítő – a változó-átnevezéstől (pl. `V`$\leftarrow$`S`) eltekintve – **egyértelmű**
  - minden egyesítő előállítható a legáltalánosabból további behelyettesítéssel, pl. `V`$\leftarrow$`1` ill. `S`$\leftarrow$`1`

A „praktikus” egyesítési algoritmus

1. Ha A és B azonos változók vagy konstansok, akkor kilép sikerrel, behelyettesítés nélkül
2. Egyébként, ha A változó, akkor a $\sigma = \{A \leftarrow B\}$ behelyettesítést elvégzi, és kilép sikerrel
3. Egyébként, ha B változó, akkor a $\sigma = \{B \leftarrow A\}$ behelyettesítést elvégzi, és kilép sikerrel (a 2. és 3. lépések sorrendje változhat)
4. Egyébként, ha A és B azonos nevű és argumentumszámú összetett kifejezések és argumentum-listáik $A_1,\ldots,A_N$ ill. $B_1,\ldots,B_N$, akkor
   - A_1 és B_1 egyesítését elvégzi (azaz az ehhez szükséges behelyettesítéseket végrehajtja), ha ez sikertelen, akkor kilép meghiúsulással;
   - A_2 és B_2 egyesítését elvégzi, ha ez sikertelen, akkor kilép meghiúsulással;

     ...
   - A_N és B_N egyesítését elvégzi, ha ez sikertelen, akkor kilép meghiúsulással

   Kilép sikerrel
5. Minden más esetben kilép meghiúsulással (A és B nem egyesíthető)

Egyesítési példák a gyakorlatban

- Az egyesítéssel kapcsolatos beépített eljárások:
  - `X = Y` egyesíti a két argumentumát, meghiúsul, ha ez nem lehetséges.
  - `X \= Y` sikerül, ha két argumentuma nem egyesíthető, egyébként meghiúsul.
- Példák:

```
| ?- 3+(4+5) = Left+Right.
        Left = 3, Right = 4+5 ?
| ?- node(leaf(X), T) = node(T, leaf(3)).
        T = leaf(3), X = 3 ?
| ?- X*Y = 1+2*3.                   % mert 1+2*3 ≡ 1+(2*3)
        no
| ?- X*Y = (1+2)*3.
        X = 1+2, Y = 3 ?
| ?- f(X, 3/Y-X, Y) = f(U, B-a, 3).
        B = 3/3, U = a, X = a, Y = 3 ?
| ?- f(f(X), U+2*2) = f(U, f(3)+Z).
        U = f(3), X = 3, Z = 2*2 ?
```


Az egyesítés kiegészítése: előfordulás-ellenőrzés (*occurs check*)

- Kérdés: `X` és `s(X)` egyesíthető-e?
  - A matematikai válasz: *nem*, egy változó nem egyesíthető egy olyan struktúrával, amelyben előfordul (ez az előfordulás-ellenőrzés).
  - Az ellenőrzés költséges, ezért alaphelyzetben nem alkalmazzák, így ciklikus kifejezések keletkezhetnek.
  - Szabványos eljárásként rendelkezésre áll: `unify_with_occurs_check/2`
  - Kiterjesztés (pl. SICStus): az előfordulás-ellenőrzés elhagyása miatt keletkező ciklikus kifejezések tisztességes kezelése.
- Példák:

```
| ?- X = s(1,X).
        X = s(1,s(1,s(1,s(...)))) ?
| ?- unify_with_occurs_check(X, s(1,X)).
        no
| ?- X = s(X), Y = s(s(Y)), X = Y.
        X = s(s(s(s(...)))), Y = s(s(s(s(...)))) ?
```


Az egyesítési algoritmus matematikai megfogalmazása

- A behelyettesítés fogalma
  - A behelyettesítés egy olyan függvény, amely bizonyos változókhoz kifejezéseket rendel.
    - Példa: $\sigma = \{$`X`$\leftarrow$`a`, `Y`$\leftarrow$`s(b,B)`, `Z`$\leftarrow$`C`$\}$. Itt $Dom(\sigma) = \{X, Y, Z\}$
    - A σ behelyettesítés `X`-hez `a`-t, `Y`-hoz `s(b,B)`-t `Z`-hez `C`-t rendeli. Jelölés: $X\sigma = a$ stb.
  - A behelyettesítés-függvény természetes módon kiterjeszthető az összes kifejezésre:
    - $K\sigma$: σ alkalmazása K kifejezésre: σ behelyettesítéseit *egyidejűleg* elvégezzük K-ban.
    - Példa: `f(g(Z,h),A,Y)`$\sigma =$ `f(g(C,h),A,s(b,B))`
  - A σ és θ behelyettesítések kompozíciója ($\sigma \otimes \theta$) — egymás utáni alkalmazásuk
    - A $\sigma \otimes \theta$ behelyettesítés az $x \in Dom(\sigma)$ változókhoz az $(x\sigma)\theta$ kifejezést, a többi $y \in Dom(\theta) \backslash Dom(\sigma)$ változóhoz $y\theta$-t rendeli ($Dom(\sigma \otimes \theta) = Dom(\sigma) \cup Dom(\theta)$):
      $$\sigma \otimes \theta = \{\, x \leftarrow (x\sigma)\theta \mid x \in Dom(\sigma)\} \bigcup \{\, y \leftarrow y\theta \mid y \in Dom(\theta) \backslash Dom(\sigma)\,\}$$
    - Pl. $\theta = \{$`X`$\leftarrow$`b`, `B`$\leftarrow$`d`$\}$ esetén $\sigma \otimes \theta = \{$`X`$\leftarrow$`a`, `Y`$\leftarrow$`s(b,d)`, `Z`$\leftarrow$`C`, `B`$\leftarrow$`d`$\}$
- Egy G kifejezés **általánosabb** mint egy S, ha létezik olyan ρ behelyettesítés, hogy $S = G\rho$
  - Példa: $G =$`f(A,Y)` általánosabb mint $S =$`f(1,s(Z))`, mert $\rho = \{$`A`$\leftarrow 1$, `Y`$\leftarrow$`s(Z)`$\}$ esetén $S = G\rho$.

Egyesítés: a legáltalánosabb egyesítő előállítása

- A és B kifejezések egyesíthetőek ha létezik egy olyan σ behelyettesítés, hogy $A\sigma = B\sigma$. Ezt az $A\sigma = B\sigma$ kifejezést A és B egyesített alakjának nevezzük.
- Két kifejezésnek általában több egyesített alakja lehet.
  - Példa: $A =$`f(X, Y)` és $B =$`f(s(U), U)` egyesített alakja pl.
    - $K_1 =$`f(s(a),a)` a $\sigma_1 = \{$`X`$\leftarrow$`s(a)`, `Y`$\leftarrow$`a`, `U`$\leftarrow$`a`$\}$ behelyettesítéssel
    - $K_2 =$`f(s(U),U)` a $\sigma_2 = \{$`X`$\leftarrow$`s(U)`, `Y`$\leftarrow$`U`$\}$ behelyettesítéssel
    - $K_3 =$`f(s(Y),Y)` a $\sigma_3 = \{$`X`$\leftarrow$`s(Y)`, `U`$\leftarrow$`Y`$\}$ behelyettesítéssel
- A és B legáltalánosabb egyesített alakja egy olyan C kifejezés, amely A és B minden egyesített alakjánál általánosabb
  - A fenti példában K_2 és K_3 legáltalánosabb egyesített alakok
- **Tétel**: A legáltalánosabb egyesített alak, változó-átnevezéstől eltekintve egyértelmű.
- A és B legáltalánosabb egyesítője egy olyan $\sigma = mgu(A, B)$ behelyettesítés, amelyre $A\sigma$ és $B\sigma$ a két kifejezés legáltalánosabb egyesített alakja.
  - A fenti példában σ_2 és σ_3 legáltalánosabb egyesítő.
- **Tétel**: A legáltalánosabb egyesítő, változó-átnevezéstől eltekintve egyértelmű.

A „matematikai” egyesítési algoritmus

- Az egyesítési algoritmus
  - bemenete: két Prolog kifejezés: A és B
  - feladata: a két kifejezés egyesíthetőségének eldöntése
  - eredménye: sikeresség esetén a legáltalánosabb egyesítő ($mgu(A, B)$) előállítása.
- Az egyesítési algoritmus, $\sigma = mgu(A, B)$ előállítása
  1. Ha A és B azonos változók vagy konstansok, akkor $\sigma = \{\}$ (üres behelyettesítés).
  2. Egyébként, ha A változó, akkor $\sigma = \{A \leftarrow B\}$.
  3. Egyébként, ha B változó, akkor $\sigma = \{B \leftarrow A\}$.
  4. Egyébként, ha A és B azonos nevű és argumentumszámú összetett kifejezések és argumentum-listáik $A_1,\ldots,A_N$ ill. $B_1,\ldots,B_N$, és
     a. A_1 és B_1 legáltalánosabb egyesítője σ_1,
     b. $A_2\sigma_1$ és $B_2\sigma_1$ legáltalánosabb egyesítője σ_2,
     c. $A_3\sigma_1\sigma_2$ és $B_3\sigma_1\sigma_2$ legáltalánosabb egyesítője σ_3,
     d. ...

     akkor $\sigma = \sigma_1 \otimes \sigma_2 \otimes \sigma_3 \otimes \ldots$.
  5. Minden más esetben a A és B nem egyesíthető.

A eljárás-redukciós végrehajtási modell – ismétlés

- A Prolog végrehajtás:
  - egy adott célsorozat futtatása egy adott programra vonatkozóan,
  - eredménye lehet:
    - siker — változó-behelyettesítésekkel
    - meghiúsulás (változó-behelyettesítések nélkül)
- A redukciós végrehajtási modell alapgondolata
  - A végrehajtás egy állapota: egy célsorozat
  - A végrehajtás kétféle lépésből áll:
    - redukciós lépés: egy célsorozat + klóz → új célsorozat
    - zsákutca esetén visszalépés: visszatérés a legutolsó választási ponthoz és a **további** (eddig nem próbált) klózokkal próbálunk redukciós lépést
- A végrehajtási algoritmus leírásában használt adatstruktúrák:
  - `CS` – célsorozat
  - egy verem, melynek elemei `<CS,I>` alakú párok – ahol `CS` egy célsorozat, `I` a célsorozat első céljának redukálásához használt legutolsó klóz sorszáma.
  - a verem a visszalépést szolgálja: minden választási pontnál létrehozunk egy `<CS,I>` párt

A redukciós modell alapeleme: redukciós lépés

- Redukciós lépés: egy célsorozat redukálása egy újabb célsorozattá
  - egy programklóz segítségével (az első cél felhasználói eljárást hív):
    - A klózt **lemásoljuk**, minden változót szisztematikusan új változóra cserélve.
    - A célsorozatot szétbontjuk az első hívásra és a maradékra.
    - Az első hívást **egyesítjük** a klózfejjel
    - A szükséges behelyettesítéseket elvégezzük a klóz **törzs**én és a **célsorozat** maradékán is
    - Az új célsorozat: a klóztörzs és utána a maradék célsorozat
    - Ha a hívás és a klózfej nem egyesíthető, akkor a redukciós lépés meghiúsul.
  - egy beépített eljárás segítségével (az első cél beépített eljárást hív):
    - A célsorozatot szétbontjuk az első hívásra és a maradékra.
    - A beépített eljáráshívást végrehajtjuk.
    - Ez lehet sikeres (változó-behelyettesítésekkel), vagy lehet sikertelen.
    - Siker esetén a behelyettesítéseket elvégezzük a célsorozat maradékán.
    - Az új célsorozat: az (első hívás elhagyása után fennmaradó) maradék célsorozat.
    - Ha a beépített eljárás hívása sikertelen, akkor a redukciós lépés meghiúsul.

A Prolog végrehajtási algoritmusa

1. *(Kezdeti beállítások:)* A verem üres, `CS := célsorozat`
2. *(Beépített eljárások:)* Ha `CS` első hívása beépített akkor hajtsuk végre,
   a. Ha sikertelen ⇒ 6. lépés.
   b. Ha sikeres, `CS` := a redukciós lépés eredménye ⇒ 5. lépés.
3. *(Klózszámláló kezdőértékezése:)* `I = 1`.
4. *(Redukciós lépés:)* Tekintsük `CS` első hívására vonatkoztatható klózok listáját. Ez indexelés nélkül a predikátum összes klóza lesz, indexelés esetén ennek egy megszűrt részsorozata. Tegyük fel, hogy ez a lista `N` elemű.
   a. Ha `I > N` ⇒ 6. lépés.
   b. Redukciós lépés a lista `I`-edik klóza és a `CS` célsorozat között.
   c. Ha sikertelen, akkor `I := I+1` ⇒ 4. lépés.
   d. Ha `I < N` (nem utolsó), akkor vermeljük `<CS,I>`-t.
   e. `CS` := a redukciós lépés eredménye
5. *(Siker:)* Ha `CS` üres, akkor sikeres vég, egyébként ⇒ 2. lépés.
6. *(Sikertelenség:)* Ha a verem üres, akkor sikertelen vég.
7. *(Visszalépés:)* Ha a verem nem üres, akkor leemeljük a veremből `<CS, I>`-t, `I := I+1`, és ⇒ 4. lépés.

Indexelés (előzetes)

- Mi az indexelés?
  - egy hívásra vonatkoztatható (potenciálisan illeszthető) klózok gyors kiválasztása,
  - egy eljárás klózainak **fordítási idejű** csoportosításával.
- A legtöbb Prolog rendszer, így a SICStus Prolog is, az első fej-argumentum alapján indexel (first argument indexing).
- Az indexelés alapja az első fejargumentum külső funktora:
  - `C` szám vagy névkonstans esetén `C/0`;
  - `R` nevű és `N` argumentumú struktúra esetén `R/N`;
  - változó esetén nem értelmezett (minden funktorhoz besoroltatik).
- Az indexelés megvalósítása:
  - Fordítási időben minden funktorhoz elkészítjük az alkalmazható klózok listáját
  - Futáskor lényegében konstans idő alatt elő tudjuk vennie a megfelelő klózlistát
  - *Fontos:* ha egyelemű a részhalmaz, nem hozunk létre választási pontot!
- Például `szuloje('István', X)` kételemű klózlistára szűkít, de `szuloje(X, 'István')` mind a 6 klózt megtartja (mert a SICStus Prolog csak az első argumentum szerint indexel)

TÍPUSOK PROLOGBAN

Típusok leírása Prologban

- Típusleírás: (tömör) Prolog kifejezések egy halmazának megadása
- Alaptípusok leírása: `int, float, number, atom, any`
- Új típusok felépítése:
  { `str`(T_1, ..., T_n) } jelentése { `str`(e_1, ..., e_n) | $e_1 \in T_1$, ..., $e_n \in T_n$ }, $n \geq 0$
  Példa: `{személy(atom,atom,int)}` az olyan `személy/3` funktorú struktúrák halmaza, amelyben az első két argumentum atom, a harmadik egész.
- Típusok, mint halmazok úniója képezhető a `\/` operátorral.
  `{személy(atom,atom,int)} \/ {atom-atom} \/ atom`
- Egy típusleírás elnevezhető (kommentben): `:- type` *tnév* `==` *leírás*.
  ```
  :- type t1 == {atom-atom} \/ atom.,
  :- type ember == {ember-atom} \/ {semmi}.
  ```
- Megkülönböztetett únió: csupa különböző funktorú összetett típus úniója. Ha $S_1, \ldots, S_n$ mind különböző funktorú, alkalmazható az egyszerűsített (Mercury) jelölés:
  `:- type` T `== {` S_1 `} \/ ...\/ {` S_n `}.` ⇒ `:- type` T `--->` S_1 `; ...;` S_n. Példák:
  ```
  :- type ember ---> ember-atom; semmi.
  :- type fa ---> leaf(int) ; node(fa,fa).
  ```

Típusok leírása Prologban — folytatás

- Paraméteres típusok — példák

```
:- type pair(T1, T2) ---> T1 - T2.        % egy  '-' nevű kétarg.-ú struktúra,
                                          % első arg. T1, a második T2 típusú.
:- type tree(T) ---> leaf(T)              % T típusú elemekből álló
          ; node(tree(T),tree(T)).        % bináris fa
:- type assoc_tree(KeyT, ValueT)          % KeyT és ValueT típusú
          == tree(pair(KeyT, ValueT)).    % párokból álló fa
:- type szótár == assoc_tree(szó, szó).
:- type szó == atom.
```

- Típusdeklarációk szintaxisa

```
⟨típusdeklaráció⟩    ::= ⟨típuselnevezés⟩ | ⟨típuskonstrukció⟩
⟨típuselnevezés⟩     ::= :- type ⟨típusazonosító⟩ == ⟨típusleírás⟩ .
⟨típuskonstrukció⟩   ::= :- type ⟨típusazonosító⟩ ---> ⟨megkülönb. únió⟩ .
⟨megkülönb. únió⟩    ::= ⟨konstruktor⟩ ; ...
⟨konstruktor⟩        ::= ⟨névkonstans⟩ | ⟨struktúranév⟩ ( ⟨típusleírás⟩, ... )
⟨típusleírás⟩        ::= ⟨típusazonosító⟩ | ⟨típusváltozó⟩ | { ⟨konstruktor⟩ } |
                         ⟨típusleírás⟩ \/ ⟨típusleírás⟩
⟨típusazonosító⟩     ::= ⟨típusnév⟩ | ⟨típusnév⟩ ( ⟨típusváltozó⟩, ... )
⟨típusnév⟩           ::= ⟨névkonstans⟩
⟨típusváltozó⟩       ::= ⟨változó⟩
```


Predikátumtípus-deklarációk

- Predikátumtípus-deklaráció
  `:- pred` ⟨eljárásnév⟩ (⟨típusazonosító⟩, ...)
- Példa:

```
:- pred tree_sum(tree(int), int).
```

- Predikátummód-deklaráció (Nem kötelező, több is megadható.)
  `:- mode` ⟨eljárásnév⟩ (⟨módazonosító⟩, ...) ahol ⟨módazonosító⟩ ::= `in` | `out` | `inout`.
  (Mercury-ban az `inout` módazonosító nem megengedett.)
- Példák:

```
:- mode tree_sum(in, in).    % ellenőrzés
:- mode tree_sum(in, out).   % fa-összeg előállítása
:- mode tree_sum(out,in).    % adott összegű fa építése
```

- Vegyes típus- és móddeklaráció
  `:- pred` ⟨eljárásnév⟩ (⟨típusazonosító⟩ `::` ⟨módazonosító⟩, ...)
- Példa:

```
:- pred between(int::in, int::in, int::out).
```


Móddeklaráció: a SICStus kézikönyv által használt alak

- A SICStus kézikönyv egy másik jelölést használ a bemenő/kimenő argumentumok jelzésére, pl.

```
tree_sum(+T, ?Sum).
```

- Mód-jelölő karakterek:
  - `+` bemenő argumentum (behelyettesített)
  - `-` kimenő argumentum (behelyettesítetlen)
  - `:` eljárás-paraméter (meta-eljárásokban)
  - `?` tetszőleges

TOVÁBBI SZINTAKTIKUS BŐVÍTÉSEK

Szintaktikus „édesítőszerek”

- Kényelmi lehetőségek:
  - Karakterkód-jelölés: `0'Kar`.
    `0'a ⇒ 97, 0'b ⇒ 98, 0'c ⇒ 99, 0'd ⇒ 100, 0'e ⇒ 101`
  - Füzér (string): `"xyz..."` ⇒ az `xyz...` karakterek kódját tartalmazó lista
    `"abc" ⇒ [97,98,99], "" ⇒ [], "e" ⇒ [101]`
  - Kapcsos zárójelezés: `{Kif}` ⇒ `{}(Kif)` (egy `{}` nevű, egyargumentumú struktúra — a `{}` jelpár egy önálló lexikai elem, egy névkonstans).
  - Bináris, hexa stb. alak, pl. `0b101010, 0x1a`.

Do ciklusok

- Az Eclipse Prolog rendszerből származó kiterjesztés, a SICStus 4.1-es változatban vezették be.
- Egyszerű példa:

```
| ?- (foreach(X,[1,2,3]) do write(X), write(' ')).
1 2 3
yes
```

- Megvalósítása segédeljárással:

```
do_aux1([]).
do_aux1([X|L]) :-
    write(X), write(' '),
    do_aux1(L).                                :- do_aux1([1,2,3]).
```

- Többszörös iterátorok:

```
| ?- (foreach(X,[1,2,3]), foreach(Y,List) do Y is X+3).
     List = [4,5,6] ? ; no

do_aux2([], []).
do_aux2([X|L0], [Y|L]) :-
    Y is X+3,
    do_aux2(L0, L).                            :- do_aux2([4,5,6], List).
```


Do ciklusok, folyt.

- Példa más iterátorra:

```
| ?- (for(I,1,5), foreach(I,List) do true).
List = [1,2,3,4,5] ? ; no

do_aux3(Min, Min, []).
do_aux3(I, Max, [I|L]) :-
    I1 is I+1,
    do_aux3(I1, Max, L).                       :- do_aux3(1, 5, List).
```

- További iterátorok: `fromto`, `foreacharg`, `count`
- Részletes ismertetés később.

A PROLOG SZINTAXIS – ÖSSZEFOGLALÁS

A Prolog szintaxis összefoglalása

- A Prolog szintaxis alapelvei
  - Minden programelem kifejezés!
  - A szükséges összekötő jelek (`','`, `;`, `:-` `-->`): szabványos operátorok.
  - A beolvasott kifejezést funktora alapján osztályozzuk:
    - *kérdés:* `?- Cél.`
      `Cél`t lefuttatja, és a változó-behelyettesítéseket kiírja (ez az alapértelmezés az ún. top-level interaktív felületen).
    - *parancs:* `:- Cél.`
      A `Cél`t csendben lefuttatja. Pl. deklaráció (operátor, ...) elhelyezésére.
    - *szabály:* `Fej :- Törzs.`
      A szabályt felveszi a programba.
    - *nyelvtani szabály:* `Fej --> Törzs.`
      Prolog szabállyá alakítja és felveszi (lásd a DCG nyelvtan).
    - *tényállítás:* `Minden egyéb kifejezés.`
      Üres törzsű szabályként felveszi a programba.

Szintaktikus édesítőszerek — összefoglalás, gyakorlati tanácsok

- Operátoros kifejezések alapstruktúra alakra hozása
  - Zárójelezzük be a kifejezést, az operátorok prioritása és fajtája alapján, például `-a+b*2` ⇒ `((-a)+(b*2))`.
  - Hozzuk az operátoros kifejezéseket alapstruktúra alakra:
    `(A Inf B)` ⇒ `Inf(A,B)`, `(Pref A)` ⇒ `Pref(A)`, `(A Postf)` ⇒ `Postf(A)`
    Példa: `((-a)+(b*2))` ⇒ `(-(a)+ *(b,2))` ⇒ `+(-(a),*(b,2))`.
  - Trükkös esetek:
    - A vesszőt névként idézni kell: pl. `(pp,(qq;rr))` ⇒ `','(pp,;(qq,rr))`.
    - `- Szám` ⇒ negatív számkonstans, de `- Egyéb` ⇒ prefix alak.
      Példa: `-1+2` ⇒ `+(-1,2)`, de `-a+b` ⇒ `+(-(a),b)`.
    - `Név(...)` ⇒ struktúrakifejezés;
      `Név (...)` ⇒ prefix operátoros kifejezés. Példák:
      `-(1,2)` ⇒ `-(1,2)` (változatlan), de
      `- (1,2)` ⇒ `-(','(1,2))`.

Szintaktikus édesítőszerek — listák, egyebek

- Listák alapstruktúra alakra hozása
  - Farok-megadás betoldása.
    `[1,2]` ⇒ `[1,2|[]]`. `[[X|Y]]` ⇒ `[[X|Y]|[]]`
  - Vessző (ismételt) kiküszöbölése `[Elem1,Elem2...]` ⇒ `[Elem1|[Elem2...]]`.
    `[1,2|[]]` ⇒ `[1|[2|[]]]`
    `[1,2,3|[]]` ⇒ `[1|[2,3|[]]]` ⇒ `[1|[2|[3|[]]]]`
  - Struktúrakifejezéssé alakítás: `[Fej|Farok]` ⇒ `.(Fej,Farok)`.
    `[1|[2|[]]]` ⇒ `.(1,.(2,[]))`, `[[X|Y]|[]]` ⇒ `.(.(X,Y),[])`

Kifejezések szintaxisa — kétszintű nyelvtanok

- Egy részlet egy „hagyományos” nyelv kifejezés-szintaxisából:

⟨ kifejezés ⟩ ::= ⟨ tag ⟩
  | ⟨ kifejezés ⟩ ⟨ additív művelet ⟩ ⟨ tag ⟩
⟨ tag ⟩ ::= ⟨ tényező ⟩
  | ⟨ tag ⟩ ⟨ multiplikatív művelet ⟩ ⟨ tényező ⟩
⟨ tényező ⟩ ::= ⟨ szám ⟩ | ⟨ azonosító ⟩ | (⟨ kifejezés ⟩)

- Ugyanez kétszintű nyelvtannal:

⟨ kifejezés ⟩ ::= ⟨ kif *2* ⟩
⟨ kif *N* ⟩ ::= ⟨ kif *N-1* ⟩
  | ⟨ kif *N* ⟩ ⟨ *N* prioritású művelet ⟩ ⟨ kif *N-1* ⟩
⟨ kif *0* ⟩ ::= ⟨ szám ⟩ | ⟨ azonosító ⟩ | (⟨ kif *2* ⟩)
{az additív ill. multiplikatív műveletek prioritása *2* ill. *1* }

Prolog kifejezések szintaxisa

```
⟨ programelem ⟩ ::=      ⟨ kifejezés 1200 ⟩ ⟨ záró-pont ⟩

⟨ kifejezés N ⟩ ::=      ⟨ op N fx ⟩ ⟨ köz ⟩ ⟨ kifejezés N-1 ⟩
                       | ⟨ op N fy ⟩ ⟨ köz ⟩ ⟨ kifejezés N ⟩
                       | ⟨ kifejezés N-1 ⟩ ⟨ op N xfx ⟩ ⟨ kifejezés N-1 ⟩
                       | ⟨ kifejezés N-1 ⟩ ⟨ op N xfy ⟩ ⟨ kifejezés N ⟩
                       | ⟨ kifejezés N ⟩ ⟨ op N yfx ⟩ ⟨ kifejezés N-1 ⟩
                       | ⟨ kifejezés N-1 ⟩ ⟨ op N xf ⟩
                       | ⟨ kifejezés N ⟩ ⟨ op N yf ⟩
                       | ⟨ kifejezés N-1 ⟩

⟨ kifejezés 1000 ⟩ ::=   ⟨ kifejezés 999 ⟩ , ⟨ kifejezés 1000 ⟩

⟨ kifejezés 0 ⟩ ::=      ⟨ név ⟩ ( ⟨ argumentumok ⟩ )
                         { A ⟨ név ⟩ és a ( közvetlenül egymás után áll!}
                       | ( ⟨ kifejezés 1200 ⟩ )  |  { ⟨ kifejezés 1200 ⟩ }
                       | ⟨ lista ⟩  |  ⟨ füzér ⟩
                       | ⟨ név ⟩  |  ⟨ szám ⟩  |  ⟨ változó ⟩
```


Kifejezések szintaxisa — folytatás

```
⟨ op N T ⟩ ::=           ⟨ név ⟩ {feltéve, hogy ⟨ név ⟩ N prioritású és
                         T típusú operátornak lett deklarálva}

⟨ argumentumok ⟩ ::=     ⟨ kifejezés 999 ⟩
                       | ⟨ kifejezés 999 ⟩ , ⟨ argumentumok ⟩

⟨ lista ⟩ ::=            [ ]
                       | [ ⟨ listakif ⟩ ]

⟨ listakif ⟩ ::=         ⟨ kifejezés 999 ⟩
                       | ⟨ kifejezés 999 ⟩ , ⟨ listakif ⟩
                       | ⟨ kifejezés 999 ⟩ | ⟨ kifejezés 999 ⟩

⟨ szám ⟩ ::=             ⟨ előjeltelen szám ⟩
                       | + ⟨ előjeltelen szám ⟩
                       | - ⟨ előjeltelen szám ⟩

⟨ előjeltelen szám ⟩ ::= ⟨ természetes szám ⟩
                       | ⟨ lebegőpontos szám ⟩
```


Kifejezések szintaxisa — megjegyzések

- A ⟨ kifejezés N ⟩-ben ⟨ köz ⟩ csak akkor kell ha az őt követő kifejezés nyitó-zárójellel kezdődik.

```
| ?- op(500, fx, succ).
yes
| ?- write_canonical(succ (1,2)), nl, write_canonical(succ(1,2)).
succ(’,’(1,2))
succ(1,2)
```

- A { ⟨ kifejezés ⟩ } azonos a {}(⟨ kifejezés ⟩) struktúrával, ez pl. a DCG nyelvtanoknál hasznos.

```
| ?- write_canonical({a}).
{}(a)
```

- Egy ⟨ füzér ⟩ " jelek közé zárt karaktersorozat, általában a karakterek kódjainak listájával azonos.

```
| ?- write("baba").
[98,97,98,97]
```


A Prolog lexikai elemei 1. (ismétlés)

- ⟨ név ⟩
  - kisbetűvel kezdődő alfanumerikus jelsorozat (ebben megengedve kis- és nagybetűt, számjegyeket és aláhúzásjelet);
  - egy vagy több ún. speciális jelből (`+-*/\$^<>=`~:.?@#&`) álló jelsorozat;
  - az önmagában álló `!` vagy `;` jel;
  - a `[ ]` `{ }` jelpárok;
  - idézőjelek (`'`) közé zárt tetszőleges jelsorozat, amelyben \ jellel kezdődő escape-szekvenciákat is elhelyezhetünk.
- ⟨ változó ⟩
  - nagybetűvel vagy aláhúzással kezdődő alfanumerikus jelsorozat.
  - az azonos jelsorozattal jelölt változók egy klózon belül azonosaknak, különböző klózokban különbözőeknek tekintődnek;
  - kivétel: a semmis változók (_) minden előfordulása különböző.

A Prolog lexikai elemei 2.

- ⟨ természetes szám ⟩
  - (decimális) számjegysorozat;
  - 2, 8 ill. 16 alapú számrendszerben felírt szám, ilyenkor a számjegyeket rendre a `0b`, `0o`, `0x` karakterekkel kell prefixálni
  - karakterkód-konstans `0'c` alakban, ahol *c* egyetlen karakter (vagy egy ilyet jelölő escape-szekvencia)
- ⟨ lebegőpontos szám ⟩
  - mindenképpen tartalmaz tizedespontot
  - mindkét oldalán legalább egy (decimális) számjeggyel
  - `e` vagy `E` betűvel jelzett esetleges exponens

Megjegyzések és formázó-karakterek

- Megjegyzések (comment)
  - A `%` százalékjeltől a sor végéig
  - A `/*` jelpártól a legközelebbi `*/` jelpárig.
- Formázó elemek
  - szóköz, újsor, tabulátor stb. (nem látható karakterek)
  - megjegyzés
- A programszöveg formázása
  - formázó elemek (szóköz, újsor stb.) szabadon elhelyezhetők;
  - kivétel: struktúrakifejezés neve után nem szabad formázó elemet tenni;
  - prefix operátor és `(` közé kötelező formázó elemet tenni;
  - ⟨záró-pont⟩: egy `.` karakter amit egy formázó elem követ.

PROLOG PÉLDÁK

A régi jegyzet bevezető példája: útvonalkeresés

- A feladat:
  - Tekintsük (autóbusz)járatok egy halmazát.
  - Mindegyik járathoz a két végpont és az útvonal hossza van megadva.
  - Írjunk Prolog eljárást, amellyel megállapítható, hogy két pont összeköthető-e pontosan N csatlakozó járattal!
- Átfogalmazás: egy súlyozott irányítatlan gráfban két pont közötti utat keresünk. Élek:

```
% járat(A, B, H): Az A és B városok között van járat, és hossza H km.
járat('Budapest', 'Prága', 515).
járat('Budapest', 'Bécs', 245).
járat('Bécs', 'Berlin', 635).
járat('Bécs', 'Párizs', 1265).
```

- Irányított élek:

```
% útszakasz(A, B, H): A-ból B-be eljuthatunk egy H úthosszú járattal.
útszakasz(Kezdet, Cél, H) :-
     (   járat(Kezdet, Cél, H)
     ;   járat(Cél, Kezdet, H)
     ).
```

Az útvonalkeresési feladat — folytatás

- Adott lépésszámú útvonal (él-sorozat) és hossza:

```
% útvonal(N, A, B, H): A és B között van (pontosan)
% N szakaszból álló útvonal, amelynek összhossza H.
útvonal(0, Hová, Hová, 0).
útvonal(N, Honnan, Hová, H) :-
    N > 0,
    N1 is N-1,
    útszakasz(Honnan, Közben, H1),
    útvonal(N1, Közben, Hová, H2),
    H is H1+H2.
```

- Futási példa:

```
| ?- útvonal(2, 'Párizs', Hová, H).
        H = 1900, Hová = 'Berlin' ? ;
        H = 2530, Hová = 'Párizs' ? ;
        H = 1510, Hová = 'Budapest' ? ;
        no
```


Körmentes út keresése

- Könyvtár betöltése, adott funktorú eljárások importálásával:

```
:- use_module(library(lists), [member/2]).
```

- Segéd-argumentum: az érintett városok listája, fordított sorrendben

```
% útvonal_2(N, A, B, H): A és B között van (pontosan)
% N szakaszból álló körmentes útvonal, amelynek összhossza H.
útvonal_2(N, Honnan, Hová, H) :-
    útvonal_2(N, Honnan, Hová, [Honnan], H).

% útvonal_2(N, A, B, Kizártak, H): A és B között van pontosan
% N szakaszból álló körmentes, Kizártak elemein át nem menő H hosszú út.
útvonal_2(0, Hová, Hová, Kizártak, 0).
útvonal_2(N, Honnan, Hová, Kizártak, H) :-
    N > 0, N1 is N-1, útszakasz(Honnan, Közben, H1),
    \+ member(Közben, Kizártak),
    útvonal_2(N1, Közben, Hová, [Közben|Kizártak], H2), H is H1+H2.
```

- Példa-futás:

```
| ?- útvonal_2(2, 'Párizs', Hová, H).
        H = 1900, Hová = 'Berlin' ? ;
        H = 1510, Hová = 'Budapest' ? ; no
```


Továbbfejlesztés: körmentes út keresése, útvonal-gyűjtéssel

- Az alapötlet: a `Kizártak` listában gyűlik a (fordított) útvonal.
- A rekurzív eljárásban szükséges egy **új argumentum**, hogy az útvonalat kiadjuk!

```
:- use_module(library(lists), [member/2, reverse/2]).

% útvonal_3(N, A, B, Út, H): A és B között van (pontosan)
% N szakaszból álló körmentes Út útvonal, amelynek összhossza H.
útvonal_3(N, Honnan, Hová, Út, H) :-
    útvonal_3(N, Honnan, Hová, [Honnan], FÚt, H),
    reverse(FÚt, Út).

% útvonal_3(N, A, B, FÚt0, FÚt, H): A és B között van pontosan
% N szakaszból álló körmentes, FÚt0 elemein át nem menő H hosszú út.
% FÚt = (az A → B útvonal megfordítása) ⊕ FÚt0.
útvonal_3(0, Hová, Hová, FordÚt, FordÚt, 0).
útvonal_3(N, Honnan, Hová, FordÚt0, FordÚt, H) :-
    N > 0, N1 is N-1, útszakasz(Honnan, Közben, H1),
    \+ member(Közben, FordÚt0),
    útvonal_3(N1, Közben, Hová, [Közben|FordÚt0], FordÚt, H2), H is H1+H2.

| ?- útvonal_3(2, 'Párizs', _, Út, H).
        H = 1900, Út = ['Párizs','Bécs','Berlin'] ? ;
        H = 1510, Út = ['Párizs','Bécs','Budapest'] ? ; no
```


Súlyozott gráf ábrázolása éllistával

- A gráf ábrázolása
  - a gráf élek listája,
  - az él egy három-argumentumú struktúra,
  - argumentumai: a két végpont és a súly.
- Típus-definíció

```
% :- type él ---> él(pont, pont, súly).
% :- type pont == atom.
% :- type súly == int.
% :- type gráf == list(él).
```

- Példa

```
hálózat([él('Budapest','Bécs',245),
         él('Budapest','Prága',515),
         él('Bécs','Berlin',635),
         él('Bécs','Párizs',1265)]).
```

Ismétlődésmentes útvonal keresése listával ábrázolt gráfban

```
:- use_module(library(lists), [select/3]).

% útvonal_4(N, G, A, B, L, H): A G gráfban van egy  A-ból
% B-be menő N szakaszból álló L út, melynek összhossza H.
útvonal_4(0, _Gráf, Hová, Hová, [Hová], 0).
útvonal_4(N, Gráf, Honnan, Hová, [Honnan|Út], H) :-
        N > 0, N1 is N-1,
        select(Él, Gráf, Gráf1),
        él_végpontok_hossz(Él, Honnan, Közben, H1),
        útvonal_4(N1, Gráf1, Közben, Hová, Út, H2),
        H is H1+H2.

% él_végpontok_hossz(Él, A, B, H): Az Él irányítatlan él
% végpontjai A és B, hossza H.
él_végpontok_hossz(él(A,B,H), A, B, H).
él_végpontok_hossz(él(A,B,H), B, A, H).

| ?- hálózat(_Gráf), útvonal_4(2, _Gráf, 'Budapest', _, Út, H).
        H = 880, Út = ['Budapest','Bécs','Berlin'] ? ;
        H = 1510, Út = ['Budapest','Bécs','Párizs'] ? ;
        no
```


Bináris fákra vonatkozó példasor — fa levele

- Ismétlés: egészekből álló bináris fa:

```
:- type itree ==  {node(itree, itree)} \/ {leaf(int)}.
:- type itree --->  node(itree, itree) | leaf(int).
```

- Írjunk egy predikátumot annak eldöntésére, hogy egy adott érték szerepel-e egy fa levelében (vö. `member/2`)!

```
% fa_levele(Fa, Ertek): A Fa bináris fa levelében szerepel az Ertek szám.
fa_levele(leaf(V), V).      % ha a fa egyetlen levélből áll és a levélbeli
                            % érték megegyezik a keresettel, akkor ''siker''
fa_levele(node(L,_), V) :-
        fa_levele(L, V).    % ha  a bal részfában van, akkor az egészben is
fa_levele(node(_,R), V) :-
        fa_levele(R, V).    % ha a jobb részfában van, akkor az egészben is
```

- Az aláhúzásjel egy ún. semmis (void) változó, ennek minden előfordulása különböző változó!
- Példák: ellenőrzés (1), adott fa leveleinek felsorolása (2), adott levelű fák felsorolása, (3) (∞ keresési tér).

```
| ?- fa_levele(node(node(leaf(1),leaf(2)),leaf(7)), 2). ⟹ yes           (1)
| ?- fa_levele(node(node(leaf(1),leaf(2)),leaf(7)), 3). ⟹ no            (1)
| ?- fa_levele(node(leaf(1),leaf(7)), E). ⟹ E = 1 ? ; E = 7 ? ; no       (2)
| ?- fa_levele(Fa, 3). ⟹ Fa = leaf(3) ? ; Fa = node(leaf(3),_A) ? ;  ...(3)
```


Összetett adatstruktúrák konjunktív és diszjunktív bejárása

- Prologban egy összetett adatstruktúrát kétféleképpen lehet bejárni:
  - konjunktívan: a részek bejárása ÉS kapcsolatban van, általában egy eredményt ad
    - pl. fa összegzése (`sum_tree`), fa ellenőrzése (`itree`), fa kiírása:

      ```
      % faki(Fa): Fa kiírható (mindig teljesül :-). Mellékhatásként kiírja a Fa fát.
      faki(leaf(V)) :-
              write(@), write(V).    % A write(X) beépített pred. kiírja az X kifejezést.
      faki(node(L,R)) :-
              write('('), faki(L), write(' -- '), faki(R), write(')').

      | ?- faki(node(node(leaf(1),leaf(8)),leaf(7))).     ⇒ ((@1 -- @8) -- @7)
      yes
      ```
  - diszjunktívan: a részek bejárása VAGY kapcsolatban van, visszalépéskor új eredmény
    - pl. fa leveleinek felsorolása (`fa_levele`)
- A diszjunktív, felsoroló bejárás könnyen kiegészíthető további feltételekkel
  - Keressük egy fának az `(5,10)` intervallumba eső leveleit:

    ```
    | ?- _Fa = node(node(leaf(1),leaf(8)),leaf(7)), fa_levele(_Fa, E), 5 < E, E < 10.
          ⟹ E = 8 ? ; E = 7 ? ; no
    | ?- _Fa = (...),  fa_levele(_Fa, E), 5 < E, E < 10, write(E), write(' '), fail.
          ⇒ 8 7  ⟹ no
    ```
- A `fail` beépített predikátum mindig meghiúsul, pl. ún. visszalépéses ciklus szervezésére jó.

Levél elhagyása bináris fából

- Írjunk egy predikátumot annak eldöntésére, hogy egy adott érték szerepel-e egy összetett fa levelében! A predikátum adja vissza a levél elhagyása után fennmaradó fát!

```
% flm(Fa, Ertek, Marad): A Fa összetett bináris fa egy Ertek értékű
% levelének elhagyása után marad a Marad fa. (flm = fa_level_maradek)
flm(node(leaf(V),T), V, T).   % ha a bal részfa a keresett levél
                              % akkor a jobb részfa a maradék
flm(node(T,leaf(V)), V, T).   % ugyanez jobboldali levél esetére
flm(node(L0,R), V, node(L,R)) :-
        flm(L0, V, L).        % ha a bal részfából elhagyható a levél
                              % akkor ennek maradéka, kiegészítve
                              % a jobb részfával, lesz a teljes fa maradéka
flm(node(L,R0), V, node(L,R1)) :-
        flm(R0, V, R1).       % ugyanez jobb részfa esetére
```

- Az `flm/3` predikátum használható ellenőrzése, de fa szétbontására is:

```
| ?- flm(node(leaf(1),node(leaf(2),leaf(3))), 2, T).  ⟹
   T = node(leaf(1),leaf(3)) ? ; no
| ?- flm(node(leaf(1),node(leaf(2),leaf(3))), 7, T).  ⟹ no
| ?- flm(node(leaf(1),node(leaf(2),leaf(3))), X,  T). ⟹
   T = node(leaf(2),leaf(3)), X = 1 ? ;
   T = node(leaf(1),leaf(3)), X = 2 ? ;
   T = node(leaf(1),leaf(2)), X = 3 ? ; no
```

Levél beszúrása bináris fába

- Írjunk egy predikátumot arra, hogy egy adott értékű levelet egy fába minden lehetséges módon beszúrjon!
- Nem kell irnunk, már megírtuk! Az `flm` predikátum erre is jó:

```
% flm(Fa, Ertek, Marad): A Fa összetett bináris fa egy Ertek értékű
% levelének elhagyása után marad a Marad fa. Röviden: Fa - Ertek = Marad.

% flm(Fa, Ertek, Marad): A Fa (összetett) bináris fa úgy áll elő, hogy
% a Marad fába beszúrunk egy E értékű levelet. Fa = Marad + Ertek.
flm(node(leaf(V),T), V, T).   % Egy T fába beszúrhatunk egy levelet
(...)                         % úgy, hogy az egylevelű fát T elé tesszük
```

- Példák:

```
| ?- flm(Fa, 2, leaf(1)), faki(Fa), write(' '), fail.
(@2 -- @1) (@1 -- @2)                              ⟹ no
| ?- flm(Fa0, 2, leaf(1)), flm(Fa, 3, Fa0), faki(Fa), write(' '), fail.
(@3 -- (@2 -- @1)) ((@2 -- @1) -- @3) ((@3 -- @2) -- @1) ((@2 -- @3) -- @1)
(@2 -- (@3 -- @1)) (@2 -- (@1 -- @3)) (@3 -- (@1 -- @2)) ((@1 -- @2) -- @3)
((@3 -- @1) -- @2) ((@1 -- @3) -- @2) (@1 -- (@3 -- @2)) (@1 -- (@2 -- @3))  ⟹ no

negylevelu(X, Y, Z, U, Fa) :-  % Fa az X, Y, Z, U levelekből áll
     flm(Fa0, Y, leaf(X)), flm(Fa1, Z, Fa0), flm(Fa, U, Fa1).

| ?- findall(Fa, negylevelu(1,3,4,6,Fa), Fak), length(Fak,Db). ⟹  Db = 120, Fak = (...)
```


Példa: adott értékű kifejezés előállítása

- A feladat: írjunk Prolog programot a következő feladvány megoldására:
  - Az 1, 3, 4, 6 számokból a négy alapművelet felhasználásával állítsuk elő a 24 számértéket!
  - Mind a négy számot fel kell használni, tetszőleges sorrendben.
  - Tetszőleges alapműveletek használhatók, tetszőleges zárójelezéssel.
- Már van egy predikátumunk (`negylevelu/5`), amely adott számokból tetszőleges fát épít.
- Definiáljunk egy predikátumot, amely egy fának megfelelő aritmetikai kifejezéseket készít!

```
% fa_kif(Fa, Kif): Kif a Fa fával azonos alakú, azonos számokból álló
% aritmetikai kifejezés, amelyben a négy alapművelet fordulhat elő.
fa_kif(leaf(V), V).
fa_kif(node(L,R), Exp) :-
        fa_kif(L, E1),
        fa_kif(R, E2),
        alap4(E1, E2, Exp).

% alap4(X, Y, Kif): Kif az X és Y kifejezésekből a négy alapművelet egyikével áll elő.
alap4(X, Y, X+Y).                         alap4(X, Y, X-Y).
alap4(X, Y, X*Y).                         alap4(X, Y, X/Y).

| ?- fa_kif(node(leaf(1),node(leaf(2),leaf(3))), Kif).
Kif = 1+(2+3) ? ; Kif = 1-(2+3) ? ; Kif = 1*(2+3) ? ; Kif = 1/(2+3) ? ;
(...)
Kif = 1+2/3 ?   ; Kif = 1-2/3 ?   ; Kif = 1*(2/3) ? ; Kif = 1/(2/3) ? ; no
```


Példa: adott értékű kifejezés előállítása (folyt.)

- Korábban elkészített predikátumok:
  - adott számokból álló fákat felsoroló `negylevelu/5`
  - adott fával azonos szerkezetű aritmetikai kifejezéseket felsoroló `fa_kif/2`
- Ezekre építve könnyen megírható a feladvány megoldására használható predikátum:

```
% Kif egy a négy alapművelettel az X, Y, Z, U számokból
% felépített kifejezés, amelynek értéke Ertek.
negylevelu_erteke(X, Y, Z, U, Ertek, Kif) :-
        negylevelu(X, Y, Z, U, Fa),
        fa_kif(Fa, Kif),
        Kif =:= Ertek.

| ?- negylevelu_erteke(1,3,4,6,24,Kif).
...
```

- Megjegyzések
  - Az aritmetikai eljárásokban a változók nem csak számokra, hanem tömör aritmetikai kifejezésekre is be lehetnek helyettesítve.
  - A `negylevelu_erteke` eljárás utolsó hívása helyett **nem** lenne jó: `Ertek is Kif`. Miért?

Szándékosan üres